DIALOGURI ASUPRA ȘTIINȚELOR NOI

GALILAEI DE GALILAEIS PATRICII FLOR.
ANNOS NATI SEPTUAGINTASEPTEM.
VERA EFFIGIES

5/
G16

BIBLIOTECA ... LAZĂR ... Bucureşti

GALILEO GALILEI

DIALOGURI ASUPRA ȘTIINȚELOR NOI

J.37349
J.L.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

VERIFICA

TRADUCERE ŞI NOTE DE
Prof. VICTOR MARIAN

ÎN COLABORARE CU
Asist. MARIA POPESCU

STUDIU INTRODUCTIV
DE
Prof. VICTOR MARIAN

GALILEI ŞI OPERA SA

Galileo Galilei a fost una din cele mai de seamă şi mai interesante figuri, nu numai a istoriei ştiinţelor ci şi a istoriei gîndirii omeneşti. Om de ştiinţă şi filozof, el a creat opere de seamă în toate domeniile de care s-a ocupat.

Ca om de ştiinţă a făcut descoperiri importante mai ales în matematici, fizică şi astronomie. În matematici a iniţiat cercetările care aveau să ducă la calculul infinitezimal şi la calculul probabilităţilor, a pus problema cicloidei şi a rezolvat probleme care au frămîntat minţile oamenilor de ştiinţă de la Aristotel încoace. În fizică a arătat că dinamica lui Aristotel nu mai poate fi susţinută, punînd în locul ei dinamica modernă, a enunţat principiul inerţiei şi al relativităţii, a stabilit principiul vitezelor virtuale, a aflat legile căderii libere şi pe planul înclinat a corpurilor, legile corpurilor aruncate, a fundamentat ştiinţa rezistenţei materialelor şi a descoperit lucruri noi în optică şi acustică. În astronomie a descoperit mai multe stele decît toţi astronomii dinaintea lui împreună, a descoperit sateliţii lui Jupiter, fazele lui Venus, petele solare, rotaţia Soarelui în jurul axei sale, libraţia Lunei etc.

Ca filozof a distrus concepţia scolastică despre lume, arătînd că cerurile nu sînt imuabile, şi că sistemul geocentric construit de Aristotel şi de Ptolemeu nu se mai poate susţine, Pămîntul nefiind singurul centru în jurul căruia se învîrteşte

universul. Convins de adevărul teoriei lui Copernic, a luptat pentru triumful sistemului heliocentric cu o înverşunare şi statornicie vrednică de admiraţie, punînd în pericol însăşi existenţa sa. În faţa obscurantismului şi fanatismului religios al călugărilor inculţi şi a filozofilor peripateticieni, a teologilor invidioşi şi iezuiţilor periculoşi, a bisericii catolice a cărei autoritate se vedea pusă în pericol şi a prelaţilor care-şi apărau privilegiile, precum şi a astrologilor care-şi simţeau periclitat rostul lor de înşelători ai maselor, Galilei, sprijinit de toţi intelectualii progresişti ai Italiei, a luptat pentru teoria lui Copernic pînă la sfîrşitul vieţii sale.

Cu vorba şi cu scrisul copleşea pe adversari prin puterea argumentelor, astfel că aceştia sau se lăsau convinşi sau recurgeau la atacuri dosnice. Ajuns pe mîna inchiziţiei, a fost silit să abjure, dar nici aceasta nu l-a împiedicat să continue lupta prin alte mijloace, cu o deplină încredere în victoria ideilor sale.

Galilei nu a fost un savant de cabinet. Nu numai luneta şi microscopul pe care le-a perfecţionat, ci şi invenţiile sale, cum este compasul geometric şi militar, aparatul pentru măsurarea longitudinilor pe mare, orologiul cu pendul, termoscopul etc., arată simţul său practic şi talentul de inventator.

În sfîrşit, nu trebuie să uităm că Galilei a fost un mare profesor. Atît la Pisa, cît mai ales la Padova, a ştiut să atragă prin verva expunerii sale un foarte mare număr de elevi, care au răspîndit ideile sale în aproape întreaga Europă.

*

Galileo Galilei s-a născut la 15 februarie 1564 la Pisa dintr-o familie de intelectuali florentini. Tatăl său Vincenzo cunoştea matematicile, dar mai ales era versat în muzică, fiind cel dintîi compozitor de note pentru lăută. De asemenea, s-a ocupat de muzica antică greacă, publicînd în 1581 un *Dialogo*

della musica antica e della moderna, care i-a consacrat numele de teoretician al muzicii.

Se cunosc prea puține date din epoca copilăriei și adolescenței lui Galilei. În 1573 tatăl său se mută la Florența, lăsîndu-și familia la Pisa, unde Galilei umblă la școală. În anul următor își duse și familia la Florența. Cu toate că starea materială a lui Vincenzo era precară, el nu cruță nici o jertfă pentru a da fiului său, a cărui inteligență o recunoscu de timpuriu, o educație aleasă, introducîndu-l el însuși în literatură și muzică, desen și perspectivă, dar mai ales insuflîndu-i independența de judecată și disprețul față de principiul autorității pe atunci dominant în școală. Îl trimise mai întîi la școala lui Jacopo Borghini din Florența, apoi la mînăstirea Sf. Maria din Vallombrosa din apropierea orașului. Aici un călugăr îl iniție în legile logicii, care pe acele vremuri constau mai mult în arta de a discuta decît în aceea de a raționa.

Oricare a fost învățătura primită de Galilei în școală și acasă, este cert că încă din tinerețe își însușise acea superioritate în discuții care a impresionat pe rivalii săi. În curînd dovedi un deosebit talent la desen și o deosebită pricepere în mînuirea instrumentelor cu coardă și mai ales a lăutei. Elevul său Vincenzo Viviani (1622 — 1703) povestește, în *Racconto storico della vita di Galileo Galilei*, tipărită în 1654, că acesta mai tîrziu s-a exprimat că dacă ar fi avut libertatea să-și aleagă singur cariera, desigur și-ar fi ales pictura. Tot în această epocă reuși să-și formeze o frumoasă cultură literară, adîncind clasicii literaturii italiene : Dante, Ariosto și Tasso.

În toamna anului 1580 Galilei se înscrie la universitatea din Pisa pentru a urma medicina. Aici rămîne pînă în anul 1585 cînd, terminîndu-și studiile, fără însă a-și trece „laurea", se întoarce la Florența.

La Pisa, Galilei audiază cursul de filozofie aristotelică, baza oricărei științe pe atunci. Din 1565 acest curs îl ținea

peripateticianul Francesco Buonamici. Despre natura acestui curs ne putem face o idee din cartea lui Buonamici apărută în 1591 sub titlul *De motu*, în care, din cele peste 1 000 de pagini in folio, se poate vedea ce se preda și discuta în acele vremuri despre un subiect care era foarte puțin cunoscut.

Un caiet de însemnări al lui Galilei, probabil din anul al treilea al studiilor sale din Pisa, cuprinde fragmente după cursul *Despre cer* și *Despre generare și distrugere* al unuia din profesorii săi, pe care însă nu-l amintește. După reproducerea textului lui Aristotel din cărțile sale cu aceleași titluri, urmează o mulțime de adnotări și discuții asupra temelor principale. Astfel, de exemplu, în fragmentul *Despre cer* se discută pe 55 pagini de tipar*) următoarele patru întrebări:

1. Dacă cerul e unul din corpurile simple sau este format din corpuri simple.
2. Dacă este indestructibil.
3. Dacă, la fel ca și corpurile și ființele de pe pământ, constă din materie și formă.
4. Dacă este însuflețit.

Ca exemplu redăm pe scurt soluția la întrebările a doua și a treia. După ce se reproduc părerile unei duzine de autori privitoare la relația dintre materie și formă în lucrurile din lumea sublunară și din cer, se trage concluzia că și cerul constă din materie și formă, dar dintr-una ce diferă de celelalte prin aceea că prin natura sa nu poate lua mai multe forme decît una singură; și dintr-o formă care se unește pe sine cu materia, fără predispoziții. Într-o astfel de materie cu o astfel de formă lipsesc contrariile și prin aceasta premisele distructibilității și de aceea cerul este indestructibil prin însăși ființa sa interioară. Desigur, din astfel de expuneri, Galilei nu putea să-și îmbogățească cunoștințele astronomice, dar din discuțiile pro

*) *Le opere di Galileo Galilei*, Edizione nazionale, vol. I, Firenze, 1890, pp. 15—177.

şi contra şi-a putut face o idee clară despre convingerile peripateticienilor, pe care avea să-i combată tocmai cu armele lor.

Din notele lui Galilei nu rezultă atitudinea pe care acesta a luat-o faţă de doctrina peripateticiană. Se pare însă că el nu putea să accepte fără rezerve spiritul dogmatic în care se preda filozofia lui Aristotel. În locul dogmatismului scolastic sec, care rezolva toate problemele cu citate din Aristotel şi comentarii asupra lor, Galilei se îndreaptă spre observaţie şi experienţă ca punct de plecare al ştiinţelor naturii.

Din epoca studenţiei lui Galilei se cunosc două lucruri. Întîi contactul cu doctrina lui N. Copernic (1473 — 1543). Într-adevăr, în caietul său de însemnări la curs sînt amintite nu numai părerile celebrului astronom asupra lungimii anului, ci înaintea tuturor sistemul său planetar. Este adevărat că acest sistem este combătut, deoarece aceasta era obligaţia oficială a unui profesor peripatetician. Nu este mai puţin adevărat că de aici află Galilei pentru prima dată că Soarele este centrul lumii, înconjurat de planete, una din ele fiind Pămîntul.

În al doilea rînd, din însăşi afirmaţia lui Galilei aflăm că el, abia în al 20-lea an al vieţii sale, începe să se ocupe cu matematicile. Cu toate că tatăl său i-a atras atenţia asupra importanţei matematicilor în studiul fenomenelor naturii şi în special a muzicii şi perspectivei, totuşi el neglijă multă vreme acest sfat. Abia în vacanţa anului 1583 începu, sub conducerea lui Ostilio Ricci, elev al lui Tartaglia, să studieze *Elementele* lui Euclid. Progresul pe care-l făcu în scurt timp fu atît de rapid, încît Vincenzo, la îndemnul prietenului său Ricci, consimţi, după o oarecare rezistenţă, ca fiul său să se dedice cu totul acestei înclinări naturale.

Întors la Florenţa, Galilei îşi cîştigă existenţa dînd lecţii de matematică unor gentilomi din acel oraş şi din Siena. Ca manifestare publică din această perioadă se menţionează o conferinţă ţinută la Academia florentină, *Despre poziţia şi*

mărimea infernului lui Dante. Ocupația cea mai importantă timp de patru ani a fost însă continuarea studiilor sale matematice și începutul activității științifice. În afară de Euclid (aprox. 330—273 î.e.n.) adîncește operele lui Ptolemeu (sec. II), Pappus (sec. III) și mai ales Arhimede (aprox. 287—212 î.e.n.), care au avut o deosebită influență asupra lui.

Rezultatul imediat al studiilor asupra lui Arhimede îl constituie lucrarea sa intitulată *La Bilancetta*, în care își propune să regăsească metoda prin care marele matematician a reușit să determine, prin cufundare în apă, raportul dintre aurul și argintul din coroana regelui Hieron din Siracuza.

Impresia lui Galilei era că povestirea lui Vitruvius (aprox. 88) în această privință nu este fidelă, metoda descrisă de el fiind neprecisă și nedemnă de geniul lui Arhimede. Mai surprinzător i se pare procedeul acelora care cunosc invențiile subtile ale lui Arhimede din operele sale, „din care se înțelege foarte clar cu cît sînt mai inferioare celelalte minți aceleia a lui Arhimede și cît de puțină speranță îi poate rămîne cuiva de a putea găsi vreodată lucruri asemănătoare cu ale acestuia. Probabil că răspîndindu-se faima că Arhimede a descoperit frauda cu ajutorul apei, vreun scriitor a adăugat de la sine metoda ce s-a transmis posterității. Eu însă, cunoscînd că această metodă este cu totul greșită și lipsită de exactitatea care se cere în științele matematice, m-am gîndit adesea în ce fel, prin mijlocirea apei, se poate regăsi precis amestecul a două metale și, în sfîrșit, după ce am revăzut cu atenție ceea ce tratează Arhimede în operele sale *Despre corpurile plutitoare* și *Despre echilibrul suprafețelor plane*, mi-a venit în minte o metodă care rezolvă foarte precis chestiunea noastră. Această metodă cred că este aceeași pe care a folosit-o și Arhimede, deoarece, pe lîngă că este foarte precisă, depinde și de demonstrațiile găsite la Arhimede".

Folosindu-se deci de legea lui Arhimede asupra corpurilor cufundate în apă, ajunge la o altă demonstrație, pe care o

consideră ca adevărata demonstrație a maestrului. În această lucrare de cîteva pagini, care s-a tipărit abia după moartea sa, Galilei descrie balanța hidrostatică și arată cum se poate determina, cîntărind în aer și în apă, natura corpurilor pure și compoziția celor amestecate. Abia în epoca mai nouă s-au descoperit și rezultatele măsurărilor numeroase făcute de autor prin mijlocirea balanței hidrostatice.

Cam în aceeași vreme, influențat de asemenea de Arhimede, Galilei și-a început cercetările asupra centrelor de greutate ale diverselor corpuri, cu intenția de a completa opera lui Federigo Commandino (1508 — 1575), *Liber de centro gravitatis solidorum*, apărută în 1565, care se ocupă cu aceeași problemă. Mai tîrziu, Galilei povestește că a întrerupt lucrarea după ce a luat cunoștință de apariția cărții matematicianului Luca Valerio (1552—1618) asupra aceluiași subiect, care, sub altă formă, a epuizat această problemă. Cu toate că lucrarea lui Galilei a rămas fragmentară, el a apreciat-o atît de mult, încît la bătrînețe a publicat-o ca anexă la „Ziua a patra" din *Dialoguri asupra științelor noi*. El a comunicat cîteva propoziții din aceste lucrări unor savanți contemporani, ca profesorul Moletti din Padova, Clavius din Roma, Abraham Ortelius și Michel Coignet din Anvers, cu rugămintea de a-și spune părerea asupra lor. Prin ele numele său începu să fie cunoscut printre matematicieni.

Printre relațiile științifice cîștigate de Galilei cu această ocazie, cea mai prețioasă a fost aceea cu marchizul Guidobaldo del Monte (1545 — 1607), el însuși matematician de valoare, elev al lui Commandino și om cu mare influență datorită atît poziției sale de familie cît și relațiilor lui cu curtea din Toscana. Guidobaldo, autor al unor importante lucrări de matematică, mai ales al unei teorii a mașinilor simple, recunoscu talentul deosebit al tînărului Galilei și deveni în curînd protectorul său.

Galilei recurse la protecția lui Guidobaldo pentru a putea ocupa o catedră universitară. Primele tentative în această direcție rămaseră însă zadarnice, căci nu reuși nici la sfîrșitul anului 1587 să obțină catedra vacantă din Bologna, în care scop se pare că a făcut prima sa călătorie la Roma, nici în primăvara lui 1588 pe cea din Padova sau Pisa. La fel, îi fu respinsă cererea de a i se acorda un lectorat nou de matematici înființat la Florența de marele duce Cosimo I.

Abia cînd catedra din Pisa deveni din nou vacantă, reuși prin intervenția lui Guidobaldo del Monte și a fratelui acestuia, cardinalul Francesco del Monte, să fie numit în iulie 1589 profesor la Pisa. Salariul infim de 60 de scuzi pe an, cînd un profesor de medicină de la aceeași universitate primea 2 000, ne dă o idee despre puțina considerație de care se bucura pe atunci învățămîntul matematicilor la universitate.

Galilei și-a ținut lecția inaugurală la 12 noiembrie 1589. La cursuri preda, potrivit programei, *Elementele* lui Euclid și *Sfera*, adică începutul astronomiei lui Ptolemeu. Tot cu caracter matematic sînt și primele sale lucrări științifice din această epocă. El însuși menționează ca o lucrare din acea epocă, destinată publicității, un comentar la *Almagestul* lui Ptolemeu.

Din timpul profesoratului său la Pisa au rămas de la Galilei cîteva manuscrise din care rezultă preocuparea sa aproape exclusivă de probleme a căror rezolvare avea să contribuie la fundamentarea noii științe a dinamicii. Din aceste fragmente se vede clar că încă pe atunci el a rupt definitiv cu fizica lui Aristotel, dar după cum arată E. Wohlwill*), nu este originală nici alegerea propozițiilor pe care le combate, nici felul în care face aceasta.

Vechii greci, care au pus bazele unei statici foarte avansate, ce a culminat în operele lui Arhimede, nu au reușit să

*) E. Wohlwill, *Galilei und sein Kampf für die Copernicanische Lehre*, 1909, vol. I, p. 86.

„LAZĂR" — BIBLIOTECA Bucureși

facă același lucru și în dinamică. Dinamica lui Aristotel nu este altceva decît speculații filozofice asupra mișcării, prin care acesta ajunge la concluzii care se potrivesc prea puțin cu realitatea. Astfel, în fizica lui Aristotel se găsesc trei propoziții referitoare la mișcare, ce s-au dovedit a fi greșite.

Prima este afirmația că viteza de cădere a corpurilor este proporțională cu mărimea și greutatea lor.

A doua se referă la raportul vitezelor de cădere a unui corp în medii diferite, Aristotel admițînd că același corp cade cu atît mai repede cu cît densitatea mediului pe care-l străbate este mai mică. El scoate de aici un argument împotriva existenței vidului : un spațiu vid ar fi un mediu infinit de rar, prin urmare un corp ar cădea în acesta cu o viteză infinit mai mare, adică instantaneu, ceea ce nu este adevărat.

A treia propoziție se ocupă cu mișcarea unui corp aruncat, după ce acesta se detașează de corpul aruncător. Aristotel afirmă că în același timp cu corpul aruncat se pune în mișcare și aerul înconjurător și fiindcă aerul menține cîtva timp starea excitată în el, corpul aruncat primește incontinuu mișcare de la acesta, păstrîndu-și starea proprie de mișcare.

Aceste propoziții erau acceptate și se predau în toate școlile superioare din Europa. Cu toate acestea, după cum a arătat Wohlwill*), încă în veacul al VI-lea Iohannes Philoponus, un comentator al *Fizicii* lui Aristotel, a arătat că cele trei propoziții ale filozofului sînt în contrazicere cu realitatea.

Cartea lui Philoponus a ajuns să fie cunoscută în Italia prin ediția greacă tipărită la Veneția în 1536. Mai mulți scriitori italieni și-au însușit imediat concepția lui Philoponus. Între aceștia cel mai de seamă este Giovanni Battista Benedetti (1530—1590) din Veneția, care, într-o lucrarea apărută în 1553, încearcă să demonstreze în mod matematic netemeinicia primelor două propoziții ale lui Aristotel amintite

*) E. Wohlwill, *Ein Vorgänger Galileis in 6. Jahrhundert.* Physikalische Zeitschrift, Jarhrgang, 7, Leipzig, 1906, pp. 23—32.

mai sus. Asupra lui Galilei a avut o influență considerabilă o altă carte a lui Benedetti intitulată *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber*, tipărită la Torino în 1585. În această operă Benedetti consacră două capitole combaterii dinamicii lui Aristotel.

În cercetările sale din Pisa, Galilei urmează strict pe Benedetti, folosind chiar vocabularul acestuia. Astfel, el deduce că în vid vitezele corpurilor de același volum dar din materii diferite se raportează între ele exact ca greutățile lor ceea ce, după cum se știe, nu este adevărat. La fel, pentru a fundamenta legile căderii corpurilor, el afirmă cu Benedetti că „iuțeala și încetineala urmează greutatea și ușurința", apoi continuă spunînd că, deoarece un corp ce cade la început se mișcă mai încet, la începutul mișcării trebuie să fie mai ușor decît la mijlocul căderii și la sfîrșitul ei și încearcă să explice accelerația căutînd cauza creșterii greutății.

Întregind pe Benedetti, care explică greutatea cu ajutorul densității, afirmînd că corpurile grele sînt mai dense iar cele ușoare mai puțin dense decît mediul ambiant, Galilei trage concluzia că nu există ușurință absolută, astfel că una din propozițiile fundamentale ale cosmologiei lui Aristotel, aceea a antagonismului dintre mișcarea naturală a corpurilor grele în jos și a celor ușoare în sus nu mai poate fi susținută. Spre deosebire de Benedetti, care se mulțumește cu demonstrații matematice, Galilei se folosește de numeroase experiențe.

În aceeași perioadă el a început să studieze căderea pe planul înclinat. Urmînd pe Guidobaldo del Monte și pe Benedetti, el află că un corp cade pe un plan înclinat cu atît mai repede cu cît unghiul ce-l formează cu orizontala este mai apropiat de un unghi drept, fiindcă forța care împinge corpul pe planul înclinat depinde de acest unghi. În raționamentul său Galilei ajunge la concepția importantă că o circumferință așezată vertical poate fi considerată ca o serie de plane încli-

nate și că forța ce împinge corpul în jos pe planul înclinat, este egală cu greutatea sa la capătul razei cercului la care planul înclinat este tangent.

În această epocă Galilei stabilește și o teorie a căderii corpurilor, avînd ca punct de plecare concepția sa despre transmiterea forței. El consideră forța ca ceva străin, opus naturii și calității corpului, care alungă din corp natura și calitatea originară a acestuia. Prin aplicarea forței motoare, greutatea corpului este alungată din corp și de aceea Galilei își imaginează forța ca o *ușurință* transmisă corpului, dar care pe încetul dispare din corpul aruncat, după cum dispare căldura dintr-o piatră încălzită.

Dacă aruncăm în sus o piatră, din momentul aruncării începe să se manifeste în mod continuu crescînd greutatea naturală care momentan a fost înlăturată, deci forța de aruncare se micșorează și în aceeași măsură scade viteza corpului. Prin urmare, piatra se oprește în momentul cînd, în urma scăderii forței motoare, aceasta a devenit egală cu greutatea naturală a corpului. Din acel moment corpul începe să cadă căci forța motoare scade încontinuu și viteza corpului crește corespunzător cu surplusul greutății față de forța imprimată. Această viteză devine constantă în momentul cînd forța imprimată a scăzut la zero.

În cazul cînd un corp sprijinit este lăsat să cadă liber, Galilei admite că, prin înlăturarea suportului, forța îndreptată în sus, care nu lăsa corpul să cadă sub influența greutății sale, începe să se micșoreze și, pe măsura scăderii ei, se manifestă greutatea naturală a corpului care face ca viteza acestuia să crească.

În acest fel el arată că creșterii vitezei îi corespunde o creștere a greutății. Potrivit acestei teorii însă ar trebui ca o sferă de plumb să cadă de aproximativ 11 ori mai repede decît o sferă egală de lemn. Galilei încearcă să înlăture această dificultate admițînd că la început corpul mai ușor cade mai repede

decît cel mai greu. În schimb însă la corpul mai greu micşorarea forţei imprimate şi creşterea vitezei durează mai mult, prin urmare el primeşte o viteză mijlocie mai mare, astfel că deşi la început a rămas în urmă, va cădea mai repede.

Satisfăcut de acest rezultat, Galilei exclamă: „O! ce uşor este să deduci din principii adevărate, demonstraţii adevărate!". El considera aceste speculaţii filozofice ca partea cea mai frumoasă a activităţii sale din Pisa şi care poate sta la baza unei noi teorii a acceleraţiei. În realitate ele nu alcătuiesc decît preludiul unei teorii ştiinţifice.

Pentru fundamentarea noii dinamici trebuia părăsit cu totul acest drum şi pornit pe un altul. Cu tot dreptul remarcă Wohlwill*) că cea mai importantă contribuţie ce o aduc manuscrisele din Pisa la cunoaşterea geniului lui Galilei este tocmai faptul că ele ne arată că acelaşi om, care în această epocă s-a încurcat într-o mulţime de erori, a fost în stare să le învingă şi să devină întemeietorul unei noi ştiinţe a dinamicii.

În acest fel, rezultatul cel mai de seamă al cercetărilor ştiinţifice ale lui Galilei din timpul cît a fost profesor la Pisa nu-l constituie descoperiri sau teorii ştiinţifice importante, ci dărîmarea edificiului fizicii lui Aristotel. Ne-o indică aceasta lucrarea sa scrisă, în epoca menţionată, în latineşte cu titlul *Sermones de motu gravium*, destinată publicării, dar rămasă netipărită în timpul vieţii sale. Lucrarea este scrisă sub formă de dialog şi interlocutorii sînt Alexander şi Dominicus. Alexander reprezintă pe însuşi Galilei cu ideile sale avansate, pe cînd Dominicus ni se înfăţişează ca omul dornic de a se instrui, care aduce în discuţie argumentele peripateticienilor, dar nu le apără, ci numai doreşte să le cunoască valoarea şi de obicei acceptă imediat argumentele contrarii.

Dialogul a fost tipărit fidel textului original abia în Ediţia naţională (vol. 1, 1890) şi este îndreptat împotriva dinamicii

*) E. Wohlwill, *Galilei und sein Kampf für die Copernicanische Lehre*, 1909, vol. I, p. 104.

lui Aristotel. El cuprinde prelucrarea pentru tipar a studiilor pisane ale lui Galilei și avea de scop să expună problemele generale ale mișcării sub formă de discuții asupra a șase întrebări speciale. Fragmentul rămas se ocupă numai cu trei din acestea, restul fiind pierdut. Cele șase întrebări sînt puse de Dominicus sub forma următoare :

„Întîi, crezi că este adevărat că în punctul de reflexie al mișcării are loc repausul.

În al doilea rînd, care este cauza că : fiind date două corpuri de volume egale, dintre care unul este, de exemplu, din lemn iar celălalt din fier — deci unul este mai ușor decît celălalt — dacă sînt lăsate libere de la o înălțime oarecare în același timp, cel din lemn va cădea prin aer mai repede decît cel din fier, adică cel mai ușor mai repede decît cel mai greu : presupunînd că admiți aceasta ca un adevăr.

În al treilea rînd, de unde rezultă că mișcarea naturală este mai rapidă la sfîrșit decît în perioada mijlocie sau la început, pe cînd cea violentă este mai rapidă la început decît în perioada mijlocie, și în aceasta mai rapidă decît la sfîrșit.

În al patrulea rînd, pentru ce cade un corp mai repede în aer decît în apă ; mai mult, de ce unele corpuri coboară în aer, pe cînd în apă nu se cufundă.

În al cincilea rînd, cărei cauze îi atribui că mașinile de război, atît cele de asediu cît și cele manuale, aruncă mai departe în linie dreaptă gloanțele de plumb, dacă le aruncă în direcții înclinate față de orizont, decît dacă le aruncă paralel cu orizontala, deși prima mișcare contrariază mai mult mișcarea naturală.

În al șaselea rînd, de ce aceleași mașini de război aruncă gloanțele mai grele mai repede și mai departe decît pe cele mai ușoare, adică pe cele de fier ca pe cele de lemn, cu toate că cele mai ușoare rezistă mai puțin forței de aruncare".

Lucrarea lui Galilei, nefiind publicată, nu a putut avea influență asupra contemporanilor. De asemenea, nu se știe

I. 37349

dacă autorul ei a comunicat-o unui cerc mai larg sau mai restrîns de prieteni. Singurul lucru cunoscut este scrisoarea sa din 30 mai 1597 către colegul său din Pisa Iacopo Mazzoni, din care rezultă că în timpul cînd ambii prieteni profesau la Pisa, discutau în contradictoriu asupra fizicii lui Aristotel. În aceste discuții prietenești Mazzoni apăra pe Aristotel împotriva atacurilor lui Galilei.

În lupta sa împotriva fizicii lui Aristotel, Galilei consideră că misiunea omului de știință nu este să stabilească teorii *a priori* ci să le deducă din experiențe evidente. Galilei a fost un tot atît de excelent experimentator ca și teoretician. Ne-o dovedește mulțimea experiențelor originale descrise în cărțile sale. Unele din ele, cum este descoperirea legilor pendulului și verificarea legii căderii corpurilor, sînt înconjurate de aureola legendei.

Descoperirea legilor pendulului o povestește elevul său Vincenzo Viviani, atribuind-o epocii cînd acesta era student în medicină la Pisa: „În acest timp, cu agerimea minții sale, inventă măsura foarte simplă și regulată a timpului cu ajutorul pendulului, necunoscută de nimeni înaintea lui, cu ocazia observării unei lămpi, fiind într-o zi în domul din Pisa; făcînd experiențe precise, constată egalitatea oscilațiilor acestuia și atunci îi veni în minte să-l adapteze uzului medicinii pentru a măsura pulsul, spre mirarea și bucuria medicilor din acel timp și după cum se practică de obicei și azi. De această invenție Galilei se folosi la diferite experiențe și măsurări ale timpului și mișcării, și a fost primul care a aplicat-o la observații cerești cu foloase de necrezut în astronomie și geografie. De aici își dădu seama că efectele naturii, oricît ar apare de minime și neobservabile, nu trebuie disprețuite de filozofi, ci toate trebuie apreciate la fel și în mare măsură; de aceea avea obiceiul să spună că natura operează mult cu puțin și că toate operațiile sale sînt la fel de minunate".

Același Viviani istorisește în felul următor experiențele lui Galilei, în turnul din Pisa, în perioada cînd era profesor în acel oraș : „În acest timp, găsind că la investigarea efectelor naturale în mod necesar se cere o cunoaștere adevărată a naturii mișcării, potrivit axiomei filozofice : *ignorato motu, ignoratur natura* (necunoscînd mișcarea, nu se cunoaște natura), se dedică cu totul contemplării acesteia ; și atunci, spre marea tulburare a tuturor filozofilor, a arătat cu ajutorul unor experiențe și argumente solide, că multe concluzii ale lui Aristotel privitoare la mișcare, care pînă atunci au fost considerate clare și neîndoielnice, sînt false ; cum ar fi, între altele aceea că vitezele mobilelor din aceeași materie de greutăți inegale, mișcîndu-se în același mediu, nu păstrează raportul greutăților lor absolute, atribuit lor de Aristotel, ci toate se mișcă cu aceeași viteză, arătînd aceasta prin experiențe repetate făcute din vîrful turnului din Pisa, cu participarea altor lectori și filozofi și a întregii studențimi ; și la fel că vitezele aceluiași mobil în diverse medii nu păstrează raportul invers al rezistențelor sau densităților acelorași medii, arătînd absurditățile evidente, care în consecință ar rezulta împotriva simțului însuși".

Indiferent dacă aceste două istorisiri sînt adevărate, după cum susține Favaro și ceilalți biografi italieni ai lui Galilei, sau sînt în mare parte legende, după cum încearcă să arate Wohlwill, este incontestabil faptul că Galilei a descoperit legile pendulului, ca și legea căderii corpurilor, în epoca sa din tinerețe, adică în timpul cînd a fost la Pisa sau în epoca următoare, a profesoratului său la Padova.

Din considerațiile pe care le face în manuscris asupra mișcării circulare în jurul centrului Pămîntului, se poate deduce că în această perioadă Galilei s-a ocupat cu teoria lui Copernic, fără însă a putea afirma că a adoptat-o. El combate dinamica lui Aristotel, lăsînd intactă cosmologia acestuia. În același timp, recunoaște în atomistica antică bazele unei

noi ştiinţe a naturii. Cu toate că intenţiona să-şi publice manuscrisul, nu se poate afirma că el ar fi predat cuprinsul lui în cursuri publice şi nu se ştie dacă l-a făcut cunoscut într-un cerc restrîns de elevi.

Desigur lui Galilei nu-i convenea atmosfera aristotelică a universităţii din Pisa, dar nu putem spune că prin atitudinea sa împotriva filozofiei lui Aristotel şi-ar fi atras duşmănia colegilor săi. Dimpotrivă, se cunoaşte prietenia sa cu unii colegi, ca profesorii Mazzoni şi Mercuriale, iar Luca Valerio îşi aminteşte după 20 de ani că l-a cunoscut pe Galilei la Camillo Colona şi acolo s-a dus „în grădinile fermecătoare şi umbroase, cu el şi cu alţi filozofi, discutînd adesea în convorbiri gălăgioase, despre tot felul de lucruri frumoase şi interesante".

Cu toate acestea, Galilei a părăsit Pisa înainte de expirarea contractului anului al treilea. Principalul motiv al plecării de la această universitate a fost fără îndoială lipsa de apreciere a autorităţilor superioare, care la reînoirea anuală a contractului nu s-au gîndit să-i ridice salariul, în timp ce obligaţiile lui familiare sporeau. Într-adevăr tatăl lui Vincenzo, muri în 1591, lăsînd grija întregii familii pe seama sa, fiind fiul cel mai mare. Arătîndu-şi situaţia lui Guidobaldo, acesta, în februarie 1592, îi scrie: „într-adevăr, nu vă pot lăsa în această situaţie", promiţîndu-i o catedră mai demnă de meritele lui.

★

Devenind vacantă catedra de matematici din Padova, prin moartea lui Giuseppe Molletti, cu ajutorul lui Guidobaldo, Galilei reuşi să obţină de la Signoria din Veneţia numirea la această catedră în septembrie 1592 pe timp de 6 ani. Dogele motivează numirea prin aceea că Galilei, la Pisa, „ţine cursuri spre cea mai mare laudă a sa şi se poate spune că este cel mai de seamă în această profesie".

Tycho Brahe în cartea sa *Astronomiae instauratae Mechanica* din 1598 publică o scrisoare a unui elev al său în care acesta îl încunoștiințează despre splendidul succes al cursului de deschidere ținut de Galilei în ziua de 7 decembrie 1592, într-o sală arhiplină de auditori. Universitatea din Padova, spre deosebire de cea din Pisa, era o instituție veche și celebră, frecventată nu numai de italieni, ci de studenți din toată Europa, care erau atrași acolo de condițiile de studiu avantajoase și de faima profesorilor săi. Prietenul său Mercuriale îi scria cu drept cuvînt : „Padova este adevăratul locaș al geniului dumneavoastră". Însuși Galilei, cu puțin înaintea morții sale, se exprimă în legătură cu anii petrecuți la Padova că aceia au fost „anii cei mai fericiți din viața mea".

Programa cursurilor din Padova, rămasă pînă la noi, arată că Galilei preda : *Elementele lui Euclid*, *Problemele de mecanică* după Aristotel, *Sfera*, *Teoria planetelor* și *Almagestul* lui Ptolemeu. În lecțiile particulare ținute pentru studenți și nobili, dintre care mai bine de o duzină locuiau la el, le împărtășea cunoștințe de întrebuințarea compasului geometric și militar, fortificații, elementele geometriei, perspectivă, mecanică, sferă, aritmetică și gnomonică. Cursurile le difuza prin copii scrise de copistul Silvestro, pe care-l ținea lîngă el.

La Padova, Galilei, pe lîngă activitatea didactică, se ocupă, atît cu probleme de statică cît și de dinamică. Astfel în 1594 ține un curs de mecanică, care apoi s-a publicat în 1649 în Ravenna sub titlul *Le meccaniche*. În această carte, care se ocupă cu folosul mașinilor, el aduce o contribuție esențială staticii, enunțînd principiul că, în mașini, ceea ce se cîștigă în forță se pierde în distanță, viteză și timp. Acest principiu, numit principiul vitezelor virtuale, a fost recunoscut mai întîi de Simon Stevin (1548 — 1620) în lucrarea sa *Hypomnemata mathematica*. Studiind relația dintre forță și rezistență, la diferitele combinații de scripeți, acesta ajunge la concluzia că într-un sistem de scripeți în echilibru, „deplasarea forței

se rapoartă către deplasarea greutății precum forța către greutate". La fel Guidobaldo del Monte, în cartea sa *Mechanicorum liber*, din 1577, ocupîndu-se cu determinarea distanței parcurse în același timp de forță și greutate la pîrghie și la sisteme de scripeți, află că în măsura în care forța este mai mică decît rezistența, drumul descris de forță este mai mare.

În cartea sa Galilei stabilește de la început că la toate mașinile „viteza forței este de atîtea ori superioară rezistenței greutății cu cît greutatea este superioară forței". Unul din avantajele mașinilor este că uneori, neavînd la dispoziție forță suficientă, dar dispunînd de timp, putem ridica greutăți mari. El accentuează că „cine ar spera și încerca, ca prin mijlocirea mașinilor să producă același efect fără a mări întîrzierea mobilului, desigur se va înșela și va dovedi că nu înțelege natura instrumentelor mecanice și cauzele efectelor lor".

Paralel cu studiile de statică Galilei se ocupă cu probleme de dinamică. Problema pe care și-a pus-o era să determine traiectoria unui proiectil. Ne-o spune el însuși în scrisoarea sa din 11 septembrie 1632 către Cesare Marsili, matematician și astronom din Bologna, afirmînd că s-a ocupat cu această problemă de mai bine de 40 de ani și că ceea ce l-a făcut să gîndească asupra mișcării a fost să găsească această traiectorie.

El presupunea că traiectoria este o parabolă. Pentru a dovedi aceasta era necesar să arate că orice punct al traiectoriei unui corp aruncat posedă proprietățile unui punct al parabolei. O altă idee a sa era că forma parabolică a traiectoriei corpului aruncat se datorește abaterii lui de la direcția aruncării prin suprapunerea căderii sale. El credea deci că legea aruncării corpurilor trebuie dedusă din legea căderii lor libere. Urmărind această idee ajunse la rezultatul că traiectoria unui corp aruncat numai atunci poate fi o parabolă cînd spațiul parcurs de un corp ce cade liber din poziția de repaus este proporțional cu pătratul timpului.

La aceste probleme s-a mai adăugat a treia : isocronismul oscilaţiilor pendulului. El a recunoscut foarte curînd relaţia strînsă dintre oscilaţiile pendulului şi căderea unui corp pe planul înclinat. După cum rezultă din notele din prima periodă a cercetărilor sale din Padova, punctul lor de plecare a fost aflarea regulei că, prin micşorarea unghiului de înclinare a planului înclinat, viteza de cădere a corpului pe plan scade. Scopul cercetărilor sale era să dovedească isocronismul oscilaţiilor pendulului pentru arce de mărimi diferite în acelaşi cadran al cercului.

În această epocă Galilei cunoştea deja prin nenumărate experienţe legea spaţiilor în cădere liberă şi pe planul înclinat, fără a fi fost în stare să demonstreze teoretic aceste legi, după cum nu-i reuşise nici să demonstreze că raportul dintre timpul de cădere pe un plan înclinat şi timpul în căderea liberă de la înălţimea planului înclinat este egal cu raportul dintre lungimea planului înclinat şi înălţimea lui. Cu atît mai puţin îi reuşise să deducă pe cale geometrică, după cum îşi propusese, legea isocronismului oscilaţiilor pendulului, cu toate că din manuscrisele rămase reiese că a jertfit mult timp şi a încercat diverse căi pentru atingerea acestui scop *).

Stadiul cercetărilor lui Galilei din această epocă îl ilustrează scrisoarea sa din 16 octombrie 1604 către prietenul său Paolo Sarpi (1552—1623) din Veneţia : „Meditînd asupra problemelor mişcării, la care, pentru a demonstra fenomenele observate de mine, îmi lipsea un principiu cu totul neîndoielnic pentru a-l putea lua drept axiomă, m-am mărginit la o propoziţie, care apare foarte naturală şi evidentă şi, admiţînd aceasta, demonstrez apoi restul : spaţiile parcurse în mişcarea naturală sînt în raportul pătratului timpului şi în consecinţă spaţiile parcurse în timpuri egale sînt precum numerele impare începînd cu unitatea şi celelalte lucruri. Iar principiul este acela că un mobil

*) E. Wohlwill, *Galilei und sein Kampf...*, p. 150.

în căderea naturală își mărește viteza în raport cu distanța sa de la începutul mișcării".

Din această ipoteză, făcînd un raționament greșit, ajunge la concluzia că în căderea liberă, spațiile parcurse sînt între ele precum pătratele timpurilor. De aceea scrie încîntat: „dar aceasta este de acord cu ceea ce am afirmat întotdeauna și am constatat prin experiență și astfel toate adevărurile sînt în armonie". Alte consecințe trase din această ipoteză, cum este aceea că un corp aruncat în sus trece în mod descrescător prin aceleași viteze prin care trece în cădere, i-au întărit convingerea că a descoperit principiul unei noi dinamici.

În curînd însă își dădu seama că ipoteza sa duce la o concluzie absurdă. Într-adevăr, dacă este adevărat că viteza unui corp în cădere este proporțională cu spațiul parcurs, rezultă că dacă un corp a primit o anumită viteză, după ce a parcurs un anumit spațiu, el va cîștiga o viteză dublă după ce a parcurs un spațiu dublu. Însă al doilea spațiu care este dublu a fost parcurs în același timp ca întîiul care este simplu. Dar în cazul unui spațiu dublu ce trebue parcurs, deoarece mai întîi trebuie parcursă prima jumătate, este evident că nu mai rămîne timp ca să parcurgă jumătatea a doua. Căderea corpurilor ar fi deci o mișcare instantanee, ceea ce contrazice nu numai ipoteza, ci și experiența.

Nu se știe exact în ce epocă a părăsit Galilei această ipoteză, se pare însă că în 1609 el a înlocuit-o cu alta în care admite că viteza este proporțională cu timpul. Potrivit acestei ipoteze, dacă un corp cade consecutiv de două ori, în așa fel ca a doua cădere să dureze de două ori mai mult, viteza cîștigată în căderea a doua va fi egală cu dublul celei cîștigate în cea dintîi. Negăsind nici o contradicție în această ipoteză, el trece la determinarea relației dintre spațiu și timp într-o astfel de mișcare. Folosindu-se de o reprezentare grafică a vitezei și timpului, cum se face și azi în manualele de fizică, ajunge la rezultatul că în această mișcare spațiul este proporțional cu pătratul timpului.

Acest rezultat fiind de acord cu experiențele, Galilei arată că în căderea lor corpurile descriu o mișcare uniform accelerată. Prin aceasta „după lungi eforturi intelectuale" a reușit să găsească punctul de plecare al noii științe a dinamicii.

Corectînd în baza noului principiu consecințele deduse din ipoteza stabilită în 1604, al proporționalității vitezei cu spațiul, Galilei a dedus toate acele propoziții latinești din *Dialoguri* care rezumă cercetările sale de dinamică din perioada cînd era la Padova. Aceste propoziții tind să demonstreze că arcul de cerc este curba parcursă de un corp în cădere în timpul cel mai scurt. În același timp, se gîndi că legea potrivit căreia în căderea pe un plan înclinat viteza cîștigată de un corp este aceeași pentru diversele înclinări ale planului, dacă înălțimea rămîne aceeași, ar putea fi considerată ca un principiu independent, esențial pentru aplicarea legilor căderii libere la planul înclinat.

După fundamentarea, atît teoretică cît și experimentală, a legilor căderii corpurilor, Galilei putu să treacă la determinarea traiectoriei corpurilor aruncate prin compunerea unei mișcări uniforme și a uneia uniform accelerate. De problema compunerii a două mișcări de același fel s-au ocupat și grecii, îndeosebi Aristotel și Arhimede. În *Probleme de mecanică* Aristotel arată cum se obține mișcarea unui punct rezultată din mișcarea sa uniformă pe o dreaptă ce se deplasează în același timp paralel cu ea însăși. Traiectoria rezultantă este diagonala paralelogramului celor două mișcări. În același loc arată că traiectoria unui punct supus simultan la două mișcări, ale căror viteze nu au un raport constant, nu poate fi o linie dreaptă. De asemenea, se consideră cercul ca născut din compunerea a două mișcări rectilinii, una naturală în direcția tangentei și cealaltă în direcția razei spre centrul cercului.

Galilei, care cunoștea *Problemele de mecanică*, s-a ocupat mult cu problema compunerii mișcărilor de natură diferită. În rezolvarea problemei aruncării corpurilor, el depășește însă pe antici, întrucît, pentru determinarea traiectoriei, nu se folosește

de mişcări imaginare, ci de două mişcări care au loc în natură : una rectilinie şi uniformă şi cealaltă uniform accelerată. În această construcţie el a fost condus să admită, după îndelungate meditaţii, că cele două mişcări sînt independente una de cealaltă şi că mişcarea în direcţia aruncării este rectilinie şi uniformă. Astfel arată că mişcarea unui corp aruncat orizontal are loc pe o semiparabolă compusă din mişcarea sa rectilinie orizontală şi cea verticală uniform accelerată. El nu dă o demonstraţie a legilor mişcării corpurilor aruncate vertical şi nu justifică ipoteza pe care se sprijină propoziţiile sale asupra aruncării oblice a corpurilor, anume că traiectoria lor este o parabolă. De asemenea, nu se ocupă de considerarea traiectoriei corpurilor aruncate oblic ca fiind datorită compunerii unei mişcări rectilinii uniforme şi a unei mişcări uniform accelerate.

Din scrisoarea lui Galilei din 11 februarie 1609 către prinţul Antonio de Medici *), fizician amator, aflăm că în această epocă a rezolvat, în esenţa lor, nu numai problemele de aruncare a corpurilor, ci a găsit şi toate propoziţiile şi demonstraţiile privitoare la rezistenţa corpurilor. „Vă aduc la cunoştinţă că după ce m-am întors din Florenţa am fost preocupat de oarecare contemplaţii şi diverse experienţe privitoare la tratatul meu de mecanică; sper că cea mai mare parte a lor vor fi lucruri noi, nestudiate de nimeni pînă acum. În timpul din urmă mi-a reuşit să găsesc toate concluziile, cu demonstraţiile lor, în legătură cu forţele şi rezistenţele grinzilor de diverse lungimi, grosimi şi forme; cu cît sînt mai slabe la mijloc decît la extremităţi, cu cît vor susţine o greutate mai mare dacă ea este distribuită pe grinda întreagă decît într-un singur loc şi ce formă trebuie să aibă pentru a fi egal de rezistentă; această ştiinţă este necesară la fabricarea maşinilor şi la construcţia oricăror feluri de edificii şi nu a fost tratată de nimeni. Acum mă ocup cu anumite chestiuni privitoare la mişcarea proiecti-

*) *Le opere di Galileo Galilei*, vol. X, 1900, p. 228.

lelor, dintre care multe aparțin tragerilor artileriei : și în ultima vreme am aflat că așezînd tunul pe un loc ridicat de la nivelul cîmpiei și potrivindu-l exact orizontal, glontele ieșit din tun, fie că este aruncat cu praf mult sau puțin, fie numai cu atît cît este suficient să-l facă să iasă din tun, întotdeauna se înclină și se coboară spre pămînt cu aceeași viteză, astfel că în toate tragerile orizontale glontele ajunge la pămînt în același timp, fie că tragerile sînt la distanță mare sau mică, fie că glontele abia iese din tun și cade vertical pe cîmp. Același lucru se întîmplă la tragerile oblice, care au loc în același timp, dacă se ridică la aceeași înălțime perpendiculară . . .".

Astfel la începutul anului 1609 avea aproape gata materialul de bază pentru *Dialoguri*. Din scrisoarea lui Luca Valerio din 23 mai 1609 rezultă că Galilei terminase deja aceste studii și i-a promis acestui matematician să-i trimită cartea în care și-a rezumat rezultatele referitoare la mișcarea corpurilor lăsate să cadă liber sau aruncate, adică materialul „Zilei a treia" și a „Zilei a patra" din *Dialoguri*. De altfel în manuscrisele lui Galilei din această epocă se găsesc numeroase propoziții și demonstrații aproape identice cu cele cuprinse în „Ziua a patra" din *Dialoguri*. În acest fel noua dinamică era fundamentată deja la sfîrșitul anului 1609. Mai rămînea în urmă redactarea textului italian pentru ca să se nască tratatul. În scrisoarea menționată mai sus, Luca Valerio, confirmînd că materia tratată de Galilei este cu totul nouă, îl îndeamnă să termine opera cît mai curînd „căci într-adevăr ea va aduce mult folos în lume și va stîrni multă admirație". Dar pînă la apariția ei aveau să mai treacă vreo trei decenii.

Pe lîngă dinamică Galilei s-a ocupat în același timp și cu probleme din alte domenii ale științelor naturii. Astfel, a inventat mașini și dispozitive, cum este dispozitivul de ridicare a apei și de irigație, pentru care Republica Venețiană i-a acordat un privilegiu. De asemenea, inventă compasul geometric proporțional, un instrument practic, cu ajutorul căruia se puteau

efectua în mod mecanic operațiile fundamentale ale aritmeticii și geometriei. Instrumentul permitea, de exemplu, ca fără cunoștințe matematice, să se împartă o linie în oricîte părți, să se reproducă o schiță mărită sau micșorată, să se scoată o rădăcină pătrată sau cubică etc. El a descris modul de întrebuințare al instrumentului într-o broșură intitulată *Le operazioni del compasso geometrico e militare*, tipărită în 1606. Aceasta a fost prima lucrare publicată de Galilei. Instrumentul a servit în primul rînd militarilor; a fost scos însă din circulație prin introducerea logaritmilor de către Neper (1550—1617). Un tînăr din Milano, Baldassar Capra, copiind această carte, a publicat-o sub numele său, însoțind publicația cu injurii la adresa lui Galilei. Acesta, dîndu-l în judecată în 1607, cîștigă procesul. Cu această ocazie publică o broșură de apărare, intitulată *Difese contro alle calunnie et imposture di Baldassar Capra*, în care respinge toate acuzațiile fostului său elev.

O altă invenție a lui Galilei din această perioadă este termometrul. Data creării acestei invenții este nesigură. Totuși nu se poate stabili o dată mai veche de 1602. Viviani însă afirmă că ea aparține primei perioade a profesoratului din Padova, adică între 1592—1598. Fostul său elev Benedetto Castelli (1577—1644), într-o scrisoare din 1638, își reamintește astfel de termometrul lui Galilei: „Îmi reamintesc de o experiență pe care dl. Galilei mi-a arătat-o mai bine de 35 de ani în urmă. El a luat un balon mic cam de mărimea unui ou de găină, al cărui gît avea lungimea de două palme și era îngust ca un pai. Încălzind bine balonul cu mîinile, îi introduse gura într-un vas ce conținea puțină apă și, lăsînd balonul să se răcească, apa s-a ridicat instantaneu mai bine de o palmă în vas. În acest fel a construit un instrument pentru măsurarea gradelor de căldură și frig". Se vede de aici că aparatul lui Galilei era un termobaroscop a cărui funcționare se baza pe dilatarea aerului, care varia atît cu temperatura, cît și cu presiunea.

Cît de bogată a fost activitatea sa la Padova rezultă din scrisoarea din 7 mai 1610 către ministrul Vinta din Florența, căruia îi mărturisește : „Posed o mare bogăție de secrete particulare atît folositoare cît și curioase și demne de admirat". Din toate aceste invenții și descoperiri însă Galilei nu a publicat nimic. De altminteri s-a preocupat prea puțin de aceste lucrări ale sale. Astfel lucrarea *Le Mecaniche* nu a apărut în timpul vieții sale iar un capitol al acesteia i-a fost trimis ca fiind o lucrare a matematicianului francez François Viète (1540—1603). În afară de Luca Valerio numai cîțiva prieteni intimi ai săi, ca Paolo Sarpi, Giovanni Francesco Sagredo și Fulgenzio Micanzio erau inițiați în aceste preocupări.

În timpul ședерii la Padova, Galilei a cunoscut pe Marina Gamba din Veneția, de la care a avut trei copii : Vincenzo, Virginia și Livia. Marina se mută la Padova, dar nefiind căsătorită cu Galilei, locuiește într-o casă învecinată. Din cauza dificultăților materiale și a salariului neîndestulător, Galilei era silit să dea ore particulare și să țină în casă studenți mai înstăriți. De asemenea, înființă un atelier mecanic care furniza instrumente științifice ca : busole, compasuri geometrice și militare, echere etc. Deși cu încetul situația lui materială se îmbunătățți simțitor, totuși se simte tot mai atras spre patria sa, Florența. În primul deceniu al secolului al XVII-lea relațiile lui Galilei cu Florența devin tot mai strînse. În diverse vacanțe de vară, este invitat la curtea marelui duce Ferdinand I, spre a ține conferințe educative pentru prințul moștenitor Cosimo. Ferdinand I murind în 1609, Galilei îi propune lui Cosimo al II-lea, ajuns mare duce, să intre în serviciul acestuia. Propunerea rămîne însă deocamdată fără rezultat.

*

Între timp, atenția lui Galilei se îndreaptă spre astronomie. În anul 1604, apare în constelația Șarpelui o stea nouă, de o splendoare neobișnuită, care fu vizibilă timp de

12 luni. Se pare că Galilei o observă mai întîi la 10 octombrie a aceluiași an. Fiind la începutul anului școlar, el își alese ca temă a cursului *teoria planetelor*, ceea ce dădu ocazie auditorilor săi să-și expună părerea despre fenomenul ceresc atît de rar. Unii susțineau că noul astru era o lumină în regiunile inferioare ale spațiului, adică, „în sfera elementară", cum se numea în sistemul lui Ptolemeu, fără a putea explica însă în ce fel a ajuns acolo și de unde; alții că era o stea veche, neobservată pînă atunci, iar alții că d-zeu creează din timp în timp stele noi.

Față de aceste păreri extravagante, Galilei, după ce observă timp de cîteva luni noua stea, în ianuarie 1605 ținu, în Aula Magna a universității din Padova, trei conferințe publice, în care-și expuse propriile păreri asupra acestui subiect în fața unui public de peste 1 000 de persoane. Părerea lui era că nu este vorba de un meteor și nici de o stea care există din etern, ci de o exalație terestră foarte fină, la o distanță enormă față de Pămînt și care reflectă razele solare. Această ipoteză pe care Galilei o aplica și la comete, nu s-a confirmat. Din lipsă de paralaxă, el a tras concluzia sigură că noua stea nu poate aparține lumii sublunare, ci regiunilor cerului. În aceasta văzu Galilei cea dintîi dovadă pozitivă în favoarea sistemului lui Copernic. Pentru peripateticienii convinși de incoruptibilitatea cerului, teoria lui Galilei era de neconceput, deoarece susținea ivirea unui corp ceresc nou. De aici se născu imediat o controversă între el și peripateticieni.

Din partea peripateticienilor, Antonio Lorenzini publică în 1605 o carte în care caută să respingă ipoteza lui Galilei, afirmînd între altele că dacă s-ar fi ivit o stea nouă, cerul și-ar fi pierdut simetria și, prin urmare, nu s-ar mai mișca. Sub influența lui Galilei, Cecco dei Ronchetti răspunse criticii aduse de Lorenzini printr-o satiră în dialectul padovan, în care, printre altele, spunea că nu ar fi nici o pagubă dacă cerurile ar înceta să se miște, fiindcă matematicienii de seamă nu

cred în mişcarea lor. Ridiculizat în acest fel, Lorenzini n-a mai ripostat, dar prin această polemică, Galilei atrase pentru prima dată asupra sa duşmănia filozofilor peripateticieni.

În iunie 1609, Galilei, mergînd la Veneţia, află de invenţia lunetei. Această ştire dădu o direcţie nouă şi plină de rezultate neprevăzute şi extraordinare preocupărilor sale ştiinţifice. La 29 august a aceluiaşi an, îi scrie din Veneţia cumnatului său Landucci: „Trebuie să ştiţi că, acum două luni, s-a răspîndit aici ştirea că în Flandra a fost prezentat contelui Mauriţiu un ochian fabricat cu atîtea artificii, că făcea ca lucrurile îndepărtate să se vadă foarte aproape, astfel că se putea vedea bine un om la distanţa de două mile. Acesta mi se păru un lucru atît de minunat, încît mă făcu să mă gîndesc asupra lui şi, părîndu-mi că trebuie să se sprijine pe ştiinţa perspectivei, am meditat asupra construcţiei sale şi asta cu atîta succes, că unul pe care l-am construit întrece cu mult pe cel din Flandra. Răspîndindu-se în Veneţia ştirea că am construit unul, cu 6 zile mai tîrziu am fost chemat înaintea Signoriei Serenissime, căreia, împreună cu întreg senatul, i l-am arătat spre marea mirare a tuturora. Erau mai mulţi gentilomi şi senatori care, deşi vîrstnici, au urcat de mai multe ori scările celor mai înalte clopotniţe din Veneţia, spre a descoperi pe mare pînzele corăbiilor atît de îndepărtate încît, venind spre port cu toate pînzele întinse, treceau mai bine de două ore pînă puteau fi văzute cu ochiul liber, fără ochianul meu; efectul acestui instrument este să ne arate un obiect care este, de exemplu, la o depărtare de 50 de mile, aşa de mare şi de aproape, ca şi cînd ar fi la o distanţă de 5 mile". El mai povesteşte că la 23 august un al doilea exemplar al lunetei sale îl oferi Republicii Veneţiene, în urma cărui fapt procuratorul Prioli, unul dintre conducătorii Universităţii din Padova, i-a promis urcarea salariului la 1 000 de florini pe an şi confirmarea în postul de profesor pe toată viaţa. În aceeaşi zi senatul, întrunindu-se, i-a votat cele promise. El termină scrisoarea către Landucci

cu observația melancolică: „în acest fel, mă simt legat aici pe viață și va trebui să mă mulțumesc de a mă bucura de patria mea numai în lunile de vacanță".

Exemplarul oferit de către Galilei Republicii Venețiene este descris în cartea sa *Sidereus Nuncius* din 1610. Luneta constă dintr-un tub de plumb de aproximativ 70 cm lungime, cu un diametru de 45 mm și mărea obiectele de 9 ori. Acest instrument, cu mult mai perfect decît primul confecționat de Galilei, a fost arătat publicului la 21 august 1609 pe vîrful clopotniței Catedralei San Marco din Veneția, de unde, cu ajutorul lui, se putea vedea clar turnul bisericii San Giustina din Padova, situat la o distanță de 35 km în linie dreaptă. Acest exemplar s-a pierdut.

Reîntors la Padova, Galilei profită de vacanță pentru a-și perfecționa luneta. Meritul lui nu este de a fi inventat luneta, ci de a o fi transformat, într-un timp foarte scurt dintr-un obiect distractiv, într-un instrument științific și de a o fi întrebuințat pentru descoperiri mari. Despre al treilea exemplar construit de el, spune numai că „făcea să apară obiectele de 60 de ori mai mari". În curînd însă, construi al patrulea exemplar, care mărea de vreo 400 de ori.

Cu acesta Galilei scrută bolta cerească și constată că stelele erau mult mai numeroase decît se credea, căci prin lunetă se vedeau de 10 ori mai multe decît cu ochiul liber. De asemenea, privind Calea Laptelui, observă că aceasta este formată din „o îngrămădire de stele foarte mici". Luna i se înfățișă la o distanță mai mică de 3 semidiametre ale Pămîntului, făcînd-o astfel să apară de vreo 20 de ori mai aproape și de 400 ori mai mare decît văzută cu ochiul liber. Îndreptînd luneta spre Jupiter, își dădu seama că nu poate obține rezultate satisfăcătoare ținînd-o în mînă și de aceea o fixă pe un suport și potrivi tuburile în așa fel ca obiectivul și ocularul să poată fi îndepărtate și apropiate unul de altul, prin alunecarea tuburilor introduse unul în celălalt. În timpul unei scurte vizite

la Florenţa, în toamna anului 1609, Galilei luă luneta cu sine şi o prezentă lui Cosimo al II-lea, „care, spre marea sa surpriză şi deliciu, văzu că Luna e un corp asemănător cu Pămîntul".

În ianuarie 1610, „după multă trudă şi cheltuială", a reuşit să construiască a cincea lunetă, în care obiectele apăreau de 30 de ori mai aproape, adică de aproape 1 000 de ori mai mari. Cu ajutorul acesteia, în prima jumătate a lui ianuarie, nu mai completă observaţiile asupra Lunii, ci făcu cea mai minunată descoperire astronomică, sateliţii lui Jupiter. În noaptea de 7 ianuarie, observă, de o parte a lui Jupiter, două stele strălucitoare, iar de cealaltă parte, una. În noaptea următoare, toate trei erau de aceeaşi parte ; în noaptea de 10 ianuarie, erau de partea cealaltă a planetei. Ideea că ele ar fi sateliţi devenea din ce în ce mai probabilă şi deveni evidentă în nopţile următoare, cînd constată că ele se găsesc în număr de patru şi că se învîrtesc în jurul lui Jupiter. El voi să numească noii aştri în onoarea lui Cosimo „sidera cosmica", dar spre a evita echivocuri, le dădu numele de „medicea sidera", adică „stelele medicee", în cinstea familiei Medici din Florenţa, care guverna în Toscana.

Descoperirea sateliţilor lui Jupiter i-a înlăturat şi ultimele îndoieli în ceea ce priveşte sistemul lui Copernic. Ei i-au arătat în mod vizibil că Pămîntul nu este unicul centru de de mişcare, fiindcă în jurul lui Jupiter se mişcau nu numai un satelit, ci patru.

Entuziasmat de aceste descoperiri, Galilei le comunică lui Vinta, apoi le descrie într-o lucrare care apăru în martie 1610, sub numele *Sidereus Nuncius*. În timpul vacanţei de paşti, în aprilie 1610, Galilei se duse la Florenţa şi arătă marelui duce noutăţile cerului. Cu această ocazie reînnoi tratativele în vederea reîntoarcerii sale definitive la Florenţa. Totodată începe fabricarea în serie a lunetelor. În decurs de o jumătate de an, distribuie peste 100 de lunete, fiecare însoţită de cîte un exemplar din *Sidereus Nuncius*, princi-

pilor şi oamenilor de ştiinţă din toată Europa. Curtea domnitoare din Paris îi cere ca primei stele descoperite de el să-i dea numele regelui Henric al IV-lea, principii şi cardinalii îi trimit cadouri, poeţii îi dedică ode, publicul din Florenţa îl sărbătoreşte iar cetăţenii Veneţiei îl aclamă cu frenezie. Cel mai încîntat a fost Kepler, care, primind *Sidereus Nuncius*, înainte de a verifica descoperirile, l-a retipărit la Praga cu o prefaţă elogioasă.

Cu toate aceste manifestări de admiraţie, recunoaşterea descoperirilor lui Galilei nu a fost unanimă. Deşi în *Sidereus Nuncius* el nu a făcut nici o legătură între ele şi sistemul lui Copernic, peripateticienii au privit cu duşmănie descoperirea lui. Printre cei mai înverşunaţi adversari ai noilor descoperiri a fost celebrul peripatetician Cesare Cremonini, prieten şi coleg al lui Galilei la Padova, care era convins că singur acesta a văzut sateliţii lui Jupiter şi spunea: „apoi privirea prin lunetă îmi îngreunează capul; deajuns, nu vreau să mai ştiu de altceva". Filozoful Iulius Libri din Pisa refuză să se uite prin lunetă, considerînd drept absurdităţi aceste descoperiri. Galilei, comunicînd magistratului Welser din Augsburg ştirea morţii lui Libri, printr-o scrisoare din 17 septembrie 1610, are cuvinte pline de ironie: „La Pisa a murit filozoful Libri, adversar amarnic al acestor nimicuri ale mele, care, nevoind să le vadă vreodată de pe Pămînt, le va vedea poate trecînd spre cer". Însuşi Welser la început era foarte rezervat iar bătrînul astronom de la Collegio Romano din Roma, Cristofor Clavius, care încă în octombrie 1610, „rîdea de cele patru stele, căci trebuia mai întîi să construieşti o lunetă care să le fabrice şi apoi să le arate", în decembrie însă îi confirmă lui Galilei existenţa sateliţilor.

Magini, astronomul din Bologna, spunea că trebuie să se păstreze o oarecare rezervă, dar cînd un elev al său Martin Horky, scrie o broşură defăimătoare la adresa lui Galilei, îl dădu pe uşă afară. Astronomul Francesco Sizzi din Florenţa

nu voia să privească prin lunetă, fiind sigur că nu va vedea nici una din minunile pe care Galilei pretindea că le-a descoperit. Sizzi publică în 1611, la Veneţia, o carte cu titlul *Dianoia astronomica*, în care aduce împotriva noilor descoperiri argumente de genul celor ce urmează: „Animalele posedă şapte deschideri în cap prin care aerul este admis în sediul corpului, pentru a-l lumina, încălzi şi nutri. Care sînt aceste părţi ale microcosmosului? Două nări, doi ochi, două urechi şi o gură. Atît în ceruri, cît şi în microcosmos sînt două stele favorabile, două nefavorabile, două luminoase şi Mercur indecis şi indiferent. Din aceste şi alte asemănări în natură (cum sînt cele 7 metale etc.) care ar fi plicticos să le enumerăm, conchidem că în mod necesar planetele sînt în număr de 7. Mai mult, aceşti sateliţi ai lui Jupiter nu se văd cu ochiul liber şi deci nu pot exercita nici o influenţă pe Pămînt, prin urmare ar fi nefolositori şi în consecinţă, nu există".

În mijlocul manifestărilor de admiraţie şi de ponegrire, Galilei continuă să observe planetele, în speranţa de a găsi noi sateliţi. La 25 iulie 1610, observînd pe Saturn, descoperă inelul acestuia. În scrisoarea către Vinta, din 30 iulie, descrie noutatea cerească astfel: „aceasta este că Saturn nu e o stea singură, ci compusă din trei care aproape se ating dar nu se mişcă sau se ating între ele; sînt înşirate de-a lungul zodiacului cea din mijloc fiind aproape de trei ori mai mare decît cele laterale şi sînt situate în forma aceasta ...". Prevăzînd disperarea peripateticienilor în faţa noii dovezi că doctrina lui Aristotel despre incoruptibilitatea cerului nu se mai poate susţine, îl roagă pe Vinta să păstreze secretul noii descoperiri. Nici măcar prietenilor săi şi astronomilor nu voi să le descopere secretul pînă nu va face noi obsevaţii. Totuşi, spre a-şi asigura prioritatea, trimise prietenilor din Italia şi Germania o anagramă a cărei soluţie o dădu la cererea împăratului Rudolf al II-lea printr-o scrisoare către Giuliano de Medici, ambasadorul Toscanei la Praga. Explicarea anagramei era cuprinsă

în propoziția : „Altissimum planetam tergeminum observavi" adică „am observat planeta cea mai superioară sub formă tricorporee". Peripateticienii au căutat imediat să discrediteze descoperirea, admițînd cel mult că Saturn pare ca și cum ar avea forma alungită. În lunile iulie—august Galilei mai descoperă petele solare, pe care le arată prietenilor săi din Veneția : Paolo Sarpi și Fulgenzio Micanzio.

★

Faima descoperilor astronomice ale lui Galilei răspîndindu-se în toată Europa i-a creat o situație cu totul nouă. Pe lîngă satisfacția pe care i-o dădea renumele, el trebui să guste și din neplăcerile celebrității. Comenzile lunetelor erau tot mai numeroase iar numărul studenților care solicitau lecții particulare sporea. În aceste condiții, nu mai putea avea răgazul necesar continuării cercetărilor proprii și scrierii cărților pe care le avea în vedere. În afară de aceasta, convins pe deplin că sistemul lumii lui Ptolemeu și Aristotel nu se mai poate susține și neavînd voie să predea în cursuri publice doctrina lui Copernic, situația de profesor la Padova nu-i mai convenea. Dorința de a putea lucra liniștit l-a făcut să caute toate mijloacele de a se putea angaja în serviciul din Toscana.

Galilei a adoptat teoria lui Copernic încă în timpul cînd era profesor la Pisa. Aceasta reiese din scrisoarea sa din 30 mai 1597 către Mazzoni în care îl felicită pe fostul său coleg că e pe cale să părăsească doctrina lui Aristotel. În această scrisoare Galilei combate unele obiecții ale prietenului său împotriva concepției că Pămîntul nu este centrul lumii.

La 4 august 1597 Galilei adresează lui Iohann Kepler (1571—1630) prima sa scrisoare, în care-i mulțumește pentru cartea sa *Mysterium cosmographicum*. Aici el scrie celebrului astronom, cu care a întreținut relații de prietenie pînă la moartea acestuia : „Cu cîțiva ani în urmă am adoptat teoria lui Copernic și cu ajutorul ei mi-a reușit să explic multe feno-

mene, care cu ipoteza obișnuită sînt inexplicabile. Am adunat mai multe argumente și am combătut opiniile contrare, pe care însă pînă acum nu am cutezat să le dău la iveală, înspăimîntat de soarta învățătorului nostru Copernic, care cu toate că și-a cîștigat o faimă nemuritoare în fața cîtorva, totuși de mulțimea infinită (atît de mare era numărul proștilor) a fost luat în rîs și huiduit. Fără îndoială, aș avea curajul să-mi public speculațiile dacă ar fi mulți ca tine, dar fiindcă nu sînt, voi amîna chestiunea".

Motivul cel mai serios al plecării lui Galilei la Florența a fost dorința de a-și putea redacta în liniște lucrările pe care le proiectase și în primul rînd *Dialogurile asupra științelor noi*. La aceasta îl îndemnau și prietenii săi. Astfel Micanzio în scrisoarea sa din 26 februarie 1611 îl îndeamnă să-și publice cercetările asupra mișcării corpurilor.

Dar și fără îndemnul prietenilor săi Galilei intenționa să-și publice nu numai rezultatele cercetărilor asupra mișcării, ci și altele. În scrisoarea sa din primăvara lui 1609 către un protector al său de la curtea marelui duce Cosimo II, Galilei, oferindu-și serviciile tînărului prinț, îi prezintă următorul program: „Dar dacă Alteța Sa ... ar voi să unească cu serviciul său orice altă satisfacție a mea, nu voi înceta să spun că, după ce am petrecut douăzeci de ani, și cei mai frumoși din viața mea, în a preface, cum se zice în bani mărunți la cererea oricui puținul talent ..., gîndul meu este să ajung la atîta răgaz și liniște ca să pot termina înainte de sfîrșitul vieții trei opere mari pe care le pregătesc pentru a le publica și poate pentru oarecare glorie a mea și a aceluia care mă va ajuta la această întreprindere, aducînd din întîmplare celor ce studiază un folos și mai mare și mai durabil decît acela pe care aș putea să-l aduc în restul vieții". Biograful Nelli observă că lucrările menționate ar fi fost: *Dialogo delle nuove scienze*, *Dialogo di Galileo Galilei sopra i due massimi sistemi del mondo Tolemaico e Copernicano* și tratatul *De Incessu ani-*

malium, pe care nu l-a terminat şi care este considerat pierdut.

Cu mult mai explicit este Galilei în scrisoarea sa din 17 mai 1610 către Vinta : „Lucrările pe care am de gînd să le aduc la îndeplinire sînt îndeosebi : două cărţi *Despre sistemul sau constituţia lumii*, un plan imens, plin de filozofie, astronomie şi geometrie : trei cărţi despre mecanică, două privitoare la demonstraţiile principiilor şi fundamentelor şi una a problemelor ; şi cu toate că au scris şi alţii în aceeaşi materie, totuşi ceea ce s-a scris pînă acum, nici în cantitate, nici în altă privinţă, nu face un sfert din ce am scris eu. Mai am diferite opuscule despre subiecte naturale ca *Despre vedere şi culori*, *Despre maree*, *Despre compunerea continuă*, *Despre mişcarea animalelor* şi altele. Mai am de gînd să scriu cîteva cărţi privitoare la soldaţi, formîndu-i nu numai în idee, ci învăţîndu-i cu regule precise tot ceea ce le aparţine să ştie şi care depind de matematici cum sînt : cunoaşterea artei de a se aşeza şi construi un lagăr, rînduielile, fortificaţiile, asediile, întocmirea de planuri, măsurări prin vedere, cunoştinţe privitoare la artilerie, întrebuinţarea diverselor instrumente etc".

Nici una din aceste lucrări nu a apărut. Puţinul cît a scris Galilei despre muzică se găseşte în „Ziua întîi" din *Dialoguri*. Cartea *De compositione continui* avea să devină *Geometria indivisibilibus continuorum* a lui Bonaventura Cavalieri (1598—1647), cartea *De animalium motibus* avea să fie *De motu animalium* a lui Giovanni Alfonso Borelli (1608—1679), elev al lui Galilei. Alte probleme puse de el aveau să fie rezolvate de unii membri ai Academiei del Cimento.

La 15 iunie 1610 Galilei renunţă la postul de profesor din Padova iar la 10 iulie e numit matematician al universităţii din Pisa şi prim matematician şi filozof al marelui duce de Toscana, fără obligaţia de a locui la Pisa, nici de a ţine cursuri decît în mod onorific, însă cu condiţia de a sta la dispoziţia marelui duce.

Conducătorii universității din Padova simțindu-se ofensați de demisia lui Galilei, nu au încercat să-l rețină. Unul din ei scria lui Sagredo, care se afla atunci într-o călătorie în Orient, că va rupe relațiile amicale cu el dacă nu va renunța la prietenia cu acesta. Înșiși prietenii săi, în frunte cu Sagredo, erau descumpăniți. Întors acasă, Sagredo îi scrie în 1611 rîndurile profetice :

„Unde veți găsi libertatea și liniștea ca în Veneția... În prezent serviți principele dvoastră personal, mare, tînăr, plin de virtuți deosebite, dar aici aveați comanda peste aceia care comandă și guvernează pe alții și nu aveați să vă serviți decît pe dv. înșivă, aproape ca un monarh al universului. Virtutea și mărinimia acelui principe dă multe speranțe bune că devotamentul și meritul dvoastră va fi plăcut și premiat ; dar cine poate fi sigur că nu va fi, nu zic cufundat, ci cel puțin hărțuit și neliniștit de vînturile furioase ale emulației ?... Un anumit timp principii prind gust pentru anumite curiozități ; dar chemați adesea de interese mai mari, își îndreaptă atenția spre altele... Mă mai pune mult pe gînduri că sînteți într-un loc, unde autoritatea prietenilor lui Berlinzone, după cum se spune, are mare valoare". În curînd Galilei avea să se convingă de dreptatea lui Sagredo.

Înainte de a pleca la Florența, Galilei își aranjă chestiunile familiare, despărțindu-se de Marina Gamba în bune relații, lăsîndu-i în grijă pe fiul lor Vincenzo în vîrstă de abia 4 ani, pînă în 1612, cînd îl luă la sine la Florența. Cele două fete Virginia și Livia le luă cu sine și le plasă la cumnatul său Landucci la Florența, care le îngriji pînă la intrarea lor în mînăstire.

*

La 1 septembrie 1610 Galilei părăsi Padova unde a profesat timp de 18 ani, cei mai frumoși, mai liniștiți, mai productivi din viața sa și ajunse la Florența în 12 septembrie fiind

primit cu multă afecțiune. Aici descoperă fazele lui Venus, anunțînd la 11 decembrie noua descoperire lui Giuliano de Medici printr-o anagramă a cărei descifrare i-o trimite la 1 ianuarie 1611, după ce se convinge prin repetate observații de exactitatea descoperirii. Ea suna astfel: „Cynthiae figuras aemulatur mater amorum" adică „Venus imită fazele Lunii". În aceeași scrisoare, după ce descrie fazele lui Venus, trage concluzia: „Această descoperire minunată dovedește în mod vizibil și sigur două lucruri importante, care pînă acum erau puse la îndoială de cele mai luminate minți din lume. Unul este că toate planetele sînt prin natura lor întunecoase (ceea ce se întîmplă la fel cu Mercur ca și cu Venus); celălalt este că atît Venus, cît și Mercur, se învîrtesc cu siguranță în jurul Soarelui, fapt care era crezut despre celelalte planete de către pitagoricieni, Copernic, Kepler și de adepții lor, dar nu a fost demonstrat în mod sigur ca acum despre Venus și Mercur. Prin urmare dl. Kepler și ceilalți copernicani se pot mîndri că au crezut și au filozofat bine, deși ni s-a întîmplat și ni se va mai întîmpla să fim considerați de totalitatea filozofilor *in libris* ca fiind puțin pricepuți, sau cu ceva mai mult decît stupizi".

Pentru cunoașterea convingerilor copernicane ale lui Galilei este cu mult mai importantă scrisoarea acestuia către Paolo Sarpi din 12 februarie 1612, unde scrie: „consider ca un adevăr că toate planetele se învîrtesc în jurul Soarelui ca centru al orbitelor lor; și mai mult, crezînd că toate sînt prin sine întunecoase și opace ca Pămîntul și Luna, mă apucai cu patru luni în urmă să observ pe Venus". La fel și concluzia e mai categorică decît în scrisorile anterioare: „acum iată-ne siguri că Venus se învîrtește în jurul Soarelui și nu sub el (cum credea Ptolemeu), unde ni s-ar arăta mai mic de o jumătate de cerc, nici deasupra lui (cum îi plăcea să spună lui Aristotel), căci dacă ar fi deasupra Soarelui nu ar apare niciodată sub forma de seceră, ci totdeauna mult mai mare de jumătate și

aproape întotdeauna perfect rotund". În aceeaşi scrisoare se plînge că trebuie să se lupte cu graiul şi cu scrisul împotriva numărului infinit de mare de oponenţi; deşi nu o face cu ardoarea care ar trebui — după părerea multora — faţă de ardoarea oponenţilor. Este mai convins că cu timpul lucrurile se vor linişti, ceea ce s-a şi întîmplat în parte, deoarece matematicienii mai renumiţi din diferitele ţări, şi mai ales cei din Roma, după ce au luat în rîs, în scris şi cu vorba, cele scrise de el îndeosebi despre Lună şi planetele medicee, în sfîrşit, forţaţi de adevăr, i-au scris de bună voie, recunoscînd şi admiţînd totul. „Astfel că în prezent nu întîmpin alţi potrivnici decît pe peripateticienii mai partinici decît ar fi însuşi Aristotel şi mai presus de ceilalţi pe cei din Padova, împotriva cărora nu sper nici o victorie".

Galilei îşi dădea foarte bine seama ce însemnează pentru teoria lui Copernic opoziţia teologilor peripateticieni; de aceea îşi propune să convingă pe teologii astronomi de la Collegio Romano de realitatea descoperirilor sale astronomice, care erau un argument hotărîtor împotriva sistemului geocentric a lui Ptolemeu. Pentru a face acest pas a fost încurajat de scrisorile lui Clavius. Acestuia îi scrie la 30 decembrie 1610 că deja ar trebui să facă o călătorie la Roma, „avînd mare trebuinţă de a merge acolo", dar n-a reuşit să meargă fiind reţinut de boală; totuşi speră să fie în curînd acolo, unde „cu un instrument excelent vom vedea totul".

Pentru a-şi restabili sănătatea, în ianuarie 1611 Galilei acceptă ospitalitatea fostului său elev la Padova, Filippo Salviati, petrecînd 3 săptămîni la vila acestuia, unde aerul sănătos i-a făcut mult bine. Aici aşteptă aprobarea concediului cerut, care i se acordă imediat după întoarcerea marelui duce Cosimo la Florenţa. Acesta îi puse la dispoziţie suma necesară călătoriei, o lectică, un servitor şi dădu dispoziţii ca la Roma să fie găzduit gratuit la ambasadorul Toscanei, Niccolini. Din cauza sănătăţii şubrede nu putu pleca decît la sfîrşitul lui martie.

Ajuns la Roma, după ce vizitează pe vechiul său protector, cardinalul del Monte, Galilei ia contact cu Clavius și alți doi astronomi de la Collegio Romano „pe care-i găsii citind și rîzînd cu poftă de ceea ce a scris și publicat recent împotriva mea dl. Francesco Sizzi". În scrisoarea sa către Vinta din 1 aprilie istorisește că de două luni acești astronomi observă planetele medicee și observațiile lor coincid cu ale sale. Ei vor chiar să le determine perioadele de revoluție, dar sînt de aceeași părere cu Kepler că aceasta este o problemă foarte grea. El crede însă că-i va reuși acest lucru.

În grădinile cardinalului Bandini, Galilei arată cardinalilor și aristocrației romane noutățile cerului. Printre aceștia erau cardinalul Maffeo Barberini, viitorul papă Urban al VIII-lea, cardinalul Roberto Bellarmino, șeful Sfîntului Oficiu, adică al Inchiziției etc. Galilei este elogiat și sărbătorit iar principele Cesi îl primește ca membru la Academia dei Lincei și dă recepții în onoarea lui. În sfîrșit, în ziua de 22 aprilie, însuși papa Paul al V-lea îl primește în audiență, acordîndu-i favoarea extraordinară de a nu-i permite să spună nici un cuvînt stînd în genunchi. Într-o scrisoare din 22 aprilie, Galilei se plînge că între „literații reputați ai acestei curți, am găsit vreo cîțiva într-adevăr savanți, dar în schimb și mulți proști". Cu aceștia începe discuții lungi, pentru a-i convinge de realitatea celor văzute, dar rezultatul nu este întotdeauna cel scontat de el, nereușind să împrăștie zvonurile contrare.

Ca un ecou al acestor zvonuri, astronomii de la Collegio Romano sînt solicitați de Bellarmino, la 19 aprilie, să-și spună sincer părerea în legătură cu descoperirile lui Galilei. Astronomii Clavius, Griemberger, Maelcote și Lemba răspund la 24 al aceleiași luni, confirmînd toate „aparențele diferite ce se văd în cer cu luneta". În ce privește Calea Lactee, nu sînt siguri că ea constă din stele mărunte, dar din ceea ce se vede în nebuloasele Cancerului și în Pleiade, înclină să deducă aceasta. De asemenea, nu se poate nega că Luna are suprafața aspră și

inegală; Clavius e de părerea că se poate menţine explicaţia densităţii neuniforme, pe cînd ceilalţi o pun la îndoială.

La 4 iunie, Galilei părăseşte Roma, după numeroase triumfuri şi convingerea că descoperirile sale sînt confirmate oficial de biserică. În acelaşi timp cu el, pleacă scrisoarea cardinalului del Monte către marele duce, în care se scrie: „Dacă am fi în republica romană antică, i s-ar ridica o statuie în Capitoliu, pentru a onora excelenţa valorii sale". Cu data de 17 mai însă, porni o altă scrisoare din partea Sfîntului Oficiu către inchizitorul din Padova, în care i se cere „să vadă dacă în procesul lui Cremonino a fost amintit Galilei" (Cremonino era învinuit de ateism).

Fiind încă la Roma, spre sfîrşitul lui aprilie, Galilei anunţă descoperirea petelor solare, pe care la arată mai multor prelaţi şi intelectuali de acolo. Întors la Florenţa, la 1 septembrie adresează lui Griemberger o scrisoare, în care vorbeşte despre „inegalităţile suprafeţei lunare". În curînd se angajă într-o discuţie aprinsă cu peripateticienii privitoare la plutirea corpurilor. Problema a fost ridicată la o întrunire ştiinţifică ce avu loc la curtea din Florenţa în septembrie, în prezenţa lui Cosimo al II-lea şi a cardinalilor Barberini şi Gonzaga. Peripateticienii de faţă afirmau, după Aristotel, că plutirea corpurilor depinde de forma lor, în timp ce Galilei susţinea că depinde de densitate. Barberini se alătură părerii lui Galilei, pe cînd Gonzaga sprijină teoria aristotelică. Rezultatul acestei discuţii a fost apariţia în 1612 a cărţii lui Galilei *Discorso sui galleggianti*, în care foloseşte principiul vitezelor virtuale.

În introducerea acestei lucrări, Galilei expune rezultatul cercetărilor sale asupra perioadelor de revoluţie ale sateliţilor lui Jupiter şi asupra observaţiilor petelor solare. Abia apărută, cartea a şi fost atacată printr-un pamflet anonim, scris de Arturo d'Elci, rectorul Universităţii din Pisa, care interzise să se amintească în cursuri despre descoperirile lui Galilei. Galilei răspunse obiecţiunilor printr-o scrisoare lungă din 4 ianuarie

1613, adresată lui Tolomeo Nazzolini. Atacuri mai vehemente întîmpină cartea lui Galilei din partea lui Lodovico delle Colombe şi Vincenzo di Grazia. Acestora, Galilei le dădu un răspuns nimicitor în *Risposta alle opposizioni del Colombe e del Grazia*, apărută în 1615 sub numele lui Castelli.

O polemică cu mult mai importantă decît cele precedente şi cu consecinţe mai grave pentru Galilei începu în 1612 între el şi iezuitul Christophor Scheiner, profesor de matematici la Ingolstadt. În trei scrisori către Welser, publicate sub pseudonimul *Appelles latens post tabulam*, Scheiner îşi revendică prioritatea descoperirii petelor solare, afirmînd că el le-a văzut cu şapte luni în urmă şi le-a arătat elevilor săi, dar nu le-a dat atenţie, crezînd că se datoresc defectelor de construcţie ale lentilelor lunetei. Abia în octombrie, reluînd observaţiile, se convinse de realitatea lor. Scheiner, spre a salva doctrina lui Aristotel despre incoruptibilitatea cerului, atribui petele solare unui conglomerat de planete ce se învîrtesc în jurul Soarelui pe orbite interioare lui Mercur şi care, trecînd în dreptul feţei Soarelui, dau impresia unor pete.

La 6 ianuarie 1612, Welser îi trimite lui Galilei un exemplar al acestei scrisori, cerîndu-i părerea asupra fenomenelor descrise în ele. Galilei răspunse în trei scrisori, datate 4 mai, 14 august şi 1 decembrie ale aceluiaşi an, în care afirma că el a observat petele solare cu 18 luni în urmă şi combate teoria lui Scheiner asupra naturii acestora. În aceste scrisori, Galilei presupune că petele solare ar fi vapori sau nori, care uneori se menţin abia o zi sau două, alteori 30 sau 40 de zile şi se deplasează pe cercuri paralele între ele, care nu depăşesc mai mult de 30° de la ecuator. În a treia scrisoare arată că unele părţi ale suprafeţei solare sînt mai luminoase decît celelalte; pe acestea le numeşte „faculae". Ele constituie dovada că petele sînt ataşate suprafeţei Soarelui, deci nu sînt planete, cum afirmă Scheiner. Cele trei scrisori au fost tipărite la Roma în martie 1613 şi dedicate lui Salviati. Publicaţia a fost patronată de

Academia dei Lincei, „datorită marii valori a clarităţii operei şi importantei descoperiri, care aparţine pe de-a întregul lui Galilei".

Prin aceste lucrări Galilei şi-a atras ura lui Scheiner, care, deşi s-a convins că teoria sa este greşită, totuşi a rămas toată viaţa duşman neîmpăcat al lui Galilei. Prin faptul că susţinea opinia lui Copernic, numărul inamicilor lui Galilei creştea într-una. Nebăgînd în seamă furtuna care se apropia, convins din ce în ce mai mult, prin noile sale descoperiri, că doctrina lui Aristotel nu se mai poate susţine, Galilei devine din ce în ce mai combativ, exprimîndu-şi propriile convingeri tot mai clar atît prietenilor săi cît şi marelui public. Astfel la 12 mai 1612 îi scrie lui Cesi, comunicîndu-i că a descoperit rotaţia Soarelui în jurul axei sale : „Sînt convins că această noutate va constitui funerariile sau mai curînd judecata din urmă a pseudo-filozofiei, semnele căreia se observă deja în stele, Lună şi Soare ; şi aştept să văd ieşind lucruri mari de la peripateticieni pentru a menţine imuabilitatea cerurilor, care nu ştiu cum va putea fi salvată şi ascunsă, de dată ce însuşi Soarele ne-o indică prin fenomene evidente". La 2 iunie îi trimite lui Barberini un exemplar din *Discorso sui galleggianti* şi desenele petelor solare.

*

În faţa acestor acţiuni ale lui Galilei începe atacul deschis al teologilor. În 2 noiembrie 1612 călugărul dominican Niccolo Lorini ţinu o predică în biserica S. Marco din Florenţa împotriva mişcării Pământului. Se pare că Galilei i-a cerut explicaţii în această privinţă, fiindcă după trei zile Lorini îi scrie că în predica sa nu a intrat în chestiuni de filozofie împotriva nimănui şi încheie : „Adevărul este că, nu pentru a discuta, ci pentru a nu părea un butuc mort, fiindcă alţii au deschis controversa, am spus două cuvinte pentru a arăta că sînt viu şi am supus, după cum zic, că opinia lui Ipernic, sau cum îl chiamă, pare că este opusă Sfintei Scripturi".

Dintre univeristățile italiene cea din Pisa s-a ridicat cea dintîi împotriva învățăturii lui Galilei. La 6 noiembrie 1613 Castelli, care în octombrie fusese chemat la catedra de matematici a acelei universități, îi scrie comunicîndu-i că i s-a interzis să vorbească în cursurile sale despre mișcarea dublă a Pămîntului, adăugînd : „De asemenea nici un cuvînt despre discuțiile d-voastră, lucru care mă miră. Descoperirile d-voastră minunate nu sînt cunoscute nici măcar cu numele".

În ciuda acestor incidente dintre Galilei și teologi, autoritățile bisericești nu au manifestat deocamdată o atitudine ostilă pe față împotriva sa.

Cardinalii Barberini și Borromeo, primind lucrarea despre petele solare, și-au exprimat admirația pentru importanta descoperire. La fel îl încuraja Paolo Sarpi și Battista Agucchia, unul din principalii demnitari ai Curții papale. În curînd însă controversa avea să alunece spre terenul atît de periculos al discuțiilor religioase.

În decembrie 1613 Castelli fiind invitat împreună cu alți intelectuali la masă la marele duce care se afla la Pisa, acolo a început o discuție în jurul sateliților lui Jupiter. Cu această ocazie Castelli expuse descoperirile lui Galilei. Colegul său Cosimo Boscaglia, aprig peripatetician, reuși să excite sentimentele religioase ale marei ducese Cristina, afirmînd că descoperirile lui Galilei sînt, ce e drept, adevărate, dar că „mișcarea Pămîntului este de necrezut și nu poate avea loc, mai ales că Sfînta Scriptură este în mod evident contrară acestei propoziții". Castelli, care între timp plecase, fu chemat înapoi spre a-și spune părerea. Acesta a protestat la început că se amestecă Biblia în astfel de discuții, dar protestul lui neavînd nici un efect, adoptă punctul de vedere religios și apără noua teorie a universului atît de convingător că mulți din cei prezenți s-au situat de partea lui, marea ducesă rămînînd singură iar Boscaglia stînd de o parte.

Castelli îi povestește lui Galilei cele discutate la Curte, în scrisoarea sa din 14 decembrie, la care acesta fiind informat

detaliat şi de prietenul său Niccolo Arrighetti, răspunde prin faimoasa scrisoare din 21 decembrie 1613, în care pentru întîia dată se angajează în discuţii religioase, care aveau să devină un punct important de acuzare în procesul de mai tîrziu. El afirmă că deşi Scriptura nu poate greşi, totuşi pot greşi interpreţii ei. Deoarece Scriptura este scrisă pentru mulţime, multe expresii din ea sînt în aparenţă departe de adevăr, aşa că „mi se pare că în discuţiile naturale ea ar trebui lăsată în ultimul loc". Avînd în vedere că două adevăruri nu se pot contrazice, trebuie ca interpreţii cuminţi să găsească sensul adevărat al textelor sfinte şi să le pună de acord cu fenomenele naturii sigure. Autoritatea Scripturii se extinde numai la articole de credinţă, nu şi la problemele de ştiinţă pentru rezolvarea cărora sîntem dotaţi cu simţuri şi inteligenţă. Discutînd apoi miracolul profetului Iosua, care a oprit soarele pe cer ca să lungească ziua, Galilei aducea un argument nou în care arăta că „acest loc ne arată în mod evident falsitatea şi imposibilitatea sistemului lumii al lui Aristotel şi Ptolemeu şi dimpotrivă se potriveşte foarte bine cu al lui Copernic".

Castelli, convins că în scrisoarea lui Galilei nu se găseşte nimic periculos din punct de vedere religios, îi dădu o largă difuzie prin copii. Teologii însă văzură în ea un atac împotriva autorităţii universale a Bibliei şi, referindu-se la interpretarea miracolului lui Iosua, pretindeau ca Scriptura să fie protejată faţă de interpretările arbitrare ale profanilor. În duminica din 20 decembrie 1614 dominicanul Tomasso Caccini începîndu-şi predica de pe amvonul bisericii Santa Maria Novella din Florenţa cu cuvintele din Biblie: „Bărbaţi Galileeni ce staţi privind la cer?", declară doctrina copernicană eretică şi conchise că matematica este o artă diabolică iar matematicienii, ca autori ai tuturor ereziilor, trebuie exilaţi din toate statele. Lui Caccini îi replică predicatorul iezuit din domul din Florenţa susţinînd că teoria lui Copernic este corectă iar Galilei este un bun catolic, pe cînd dominicanii sînt ignoranţi.

Aceste controverse aprinseră spiritele în Florența și mai ales pe Galilei care voi să reacționeze în mod public insultelor, dar prietenii săi reușiră deocamdată să-l liniștească.

La începutul lui 1615 chestiunea galileiană luă drumul inchiziției. La 7 februarie Lorini trimise cardinalului Mellini, președintele Congregației Indexului, un denunț însoțit de o copie după scrisoarea către Castelli, în care sublinie propozițiile ce păreau suspecte. În urma acestui denunț, la 25 februarie se reuni Sfîntul Oficiu în casa cardinalului Bellarmino iar la 19 martie într-o ședință prezidată de însuși papa Paul al V-lea se hotărî examinarea chestiunii. Cercetările durară tot anul 1615 în cel mai mare secret.

Se pare că Galilei nu știa nimic despre această procedare a Inchiziției. El aflase numai că scrisoarea sa către Castelli a ajuns în mîna călugărilor dominicani, care profitară de ea pentru a încerca să obțină condamnarea cărții lui Copernic. De aceea la 16 februarie ceru informații în această privință de la fostul său elev Pietro Dini, din Roma, trimițîndu-i o copie a scrisorii menționate, și-l rugă să i-o comunice astronomului Griemberger și cardinalului Bellarmino. Primind știri liniștitoare, Galilei îi scrise a doua scrisoare la 23 martie, în care afirmă categoric că doctrina lui Copernic este adevărată. În aceeași vreme redactă celebra *Lettera a madama Cristina di Lorena*, în care susține că Scriptura nu trebuie înțeleasă în sens literal, prin urmare textul ei nu poate fi opus legilor naturii scoase din experiență sau din raționament. Apoi continuă: „Așa stînd lucrurile, mi se pare că în discuțiile asupra problemelor naturale nu ar trebui să se înceapă cu autoritatea textelor Scripturii, ci cu experiențe și demonstrații evidente". Punctul culminant al scrisorii este afirmația cardinalului Baronius, pe care o rezumă în cuvintele: „intenția Sfîntului Spirit este să ne învețe cum se merge în cer și nu cum merg cerurile".

Către sfîrșitul anului 1615 Galilei, informat că se pregătește ceva, fie împotriva lui, fie împotriva doctrinei lui Co-

Aceste controverse aprinseră spiritele în Florența și mai ales pe Galilei care voi să reacționeze în mod public insultelor, dar prietenii săi reușiră deocamdată să-l liniștească.

La începutul lui 1615 chestiunea galileiană luă drumul inchiziției. La 7 februarie Lorini trimise cardinalului Mellini, președintele Congregației Indexului, un denunț însoțit de o copie după scrisoarea către Castelli, în care sublinie propozițiile ce păreau suspecte. În urma acestui denunț, la 25 februarie se reuni Sfîntul Oficiu în casa cardinalului Bellarmino iar la 19 martie într-o ședință prezidată de însuși papa Paul al V-lea se hotărî examinarea chestiunii. Cercetările durară tot anul 1615 în cel mai mare secret.

Se pare că Galilei nu știa nimic despre această procedare a Inchiziției. El aflase numai că scrisoarea sa către Castelli a ajuns în mîna călugărilor dominicani, care profitară de ea pentru a încerca să obțină condamnarea cărții lui Copernic. De aceea la 16 februarie ceru informații în această privință de la fostul său elev Pietro Dini, din Roma, trimițîndu-i o copie a scrisorii menționate, și-l rugă să i-o comunice astronomului Griemberger și cardinalului Bellarmino. Primind știri liniștitoare, Galilei îi scrise a doua scrisoare la 23 martie, în care afirmă categoric că doctrina lui Copernic este adevărată. În aceeași vreme redactă celebra *Lettera a madama Cristina di Lorena*, în care susține că Scriptura nu trebuie înțeleasă în sens literal, prin urmare textul ei nu poate fi opus legilor naturii scoase din experiență sau din raționament. Apoi continuă: „Așa stînd lucrurile, mi se pare că în discuțiile asupra problemelor naturale nu ar trebui să se înceapă cu autoritatea textelor Scripturii, ci cu experiențe și demonstrații evidente". Punctul culminant al scrisorii este afirmația cardinalului Baronius, pe care o rezumă în cuvintele: „intenția Sfîntului Spirit este să ne învețe cum se merge în cer și nu cum merg cerurile".

Către sfîrșitul anului 1615 Galilei, informat că se pregătește ceva, fie împotriva lui, fie împotriva doctrinei lui Co-

pernic, se hotărî să plece la Roma. Ambasadorul Toscanei, Guicciardini, fiind informat despre aceasta, trimise la 5 decembrie secretarului de stat din Florența o scrisoare cifrată în care îl avertizează că încă în 1611 doctrina lui Galilei a displăcut unor cardinali ai Inchiziției și că Bellarmino i-a spus că dacă acesta ar mai fi rămas la Roma ar fi fost silit să-și lămurească situația. El i-a atras atunci atenția în această privință și nu știe dacă și-a schimbat doctrina sau atitudinea: „știu însă că unii frați dominicani, care joacă un mare rol la Sf. Oficiu, și alții, îl urăsc; și aceasta nu este o țară în care să vii să discuți despre Lună nici să vrei, în secolul ce se scurge, să susții sau să aduci doctrine noi".

Galilei, ajuns la Roma își dădu seama de cursa ce i s-a întins; convins însă de justețea cauzei sale, dezvoltă o activitate intensă printre prelații Romei pentru înlăturarea dificultăților. La 12 decembrie îl informează pe Picchena de rezultatele obținute și se felicita de hotărîrea de a fi luat drumul Romei. Sfîrșește declarînd: „Sînt atît de mulțumit sufletește, cînd văd netezindu-se drumul spre menținerea și creșterea reputației mele, încît simt că și sănătatea mea merge progresînd".

Optimismul lui Galilei era însă neîntemeiat. El nu-și dădea seama că biserica romană nu era dispusă să renunțe la privilegiile sale și la stăpînirea sa absolută de dragul adevărului științific, nici să permită ca Biblia să fie interpretată de alții decît de teologi. În curînd Galilei avea să se convingă de realitate, căci în fața propagandei sale irezistibile Inchiziția își grăbi lucrările. Astfel la 19 februarie 1616 teologii Inchiziției fură solicitați să-și dea părerea privitor la următoarele două propoziții:

„1. Soarele este centrul lumii și în consecință imobil de mișcare locală.

2. Pămîntul nu este centrul lumii, nici imobil ci se mișcă ca un întreg și cu mișcare diurnă".

La 24 februarie cei 11 teologi dădură răspunsul: „Propoziția menționată este falsă și absurdă în filozofie și formal eretică, fiind contrară textului Sf. Scripturi..." Același răspuns îl dădură referitor la propoziția a doua. În urma acestei păreri, în ziua următoare papa dădu ordin cardinalului Bellarmino să-l cheme pe Galilei și să-l invite să abandoneze teoria că Soarele este centrul lumii și că Pămîntul se mișcă iar dacă refuză, în prezența martorilor, să-i ordone să se abțină cu totul de a învăța, apăra și a se ocupa cu această doctrină. La 26 februarie Bellarmino execută ordinul, atrăgîndu-i atenția lui Galilei că altfel va proceda împotriva lui prin Sfîntul Oficiu. În ziua de 5 martie 1616 Congregația Indexului interzise „pînă la corectare" cartea lui Copernic *De revolutionibus orbium coelestium*. Această corectare a avut loc în 1620 sub supravegherea cardinalului Gaetani și consta în omisiunea cîtorva pasaje din prefață și înlocuirea unor cuvinte din text, cum este cuvîntul „stea" cînd e vorba de Pămînt. De asemenea cuvintele care afirmau sau implicau că teoria lui Copernic ar fi adevărată au fost alterate în așa măsură încît aceasta rămînea o simplă ipoteză matematică, lipsită de realitate. Sub această formă însă nimeni nu a fost dispus să scoată o nouă ediție, astfel că de fapt cartea a rămas la index pînă în 1835.

După promulgarea decretului de prohibiție, Galilei a mai rămas în Roma timp de trei luni. La 11 martie a fost primit în audiență de papa Paul al V-lea, care l-a asigurat că în timpul pontificatului său nu va avea nimic de suferit. În aceeași lună este rechemat, la propunerea ambasadorului Guicciardini, la Florența. Înainte de plecare, răspîndindu-se zvonul că a fost silit să abjure, a primit de la cardinalul Bellarmino o adeverință, în care acesta declară că el nu a abjurat nici nu a primit penitențe, ci numai i s-a comunicat hotărîrea Congregației Indexului, că doctrina lui Copernic cu privire la mișcarea Pămîntului „este contrară Sfintelor Scripturi și de aceea nu se poate apăra nici susține". La 4 iunie Galilei pleacă spre Florența.

În timpul cînd era la Roma Galilei primi din partea cardinalului Orsini îndemnul de a scrie despre fluxul şi refluxul mării. Tratatul apăru sub forma unei scrisori către Orsini în care îşi expune teoria asupra acestui fenomen. El susţine că mareele se datoresc mişcării duble a Pămîntului, adică în jurul axei sale şi inegalităţii vitezelor absolute prin spaţiu a diverselor părţi ale suprafeţei terestre. După cum se ştie, teoria lui Galilei era greşită iar explicaţia cauzelor care produc fluxul şi refluxul avea să fie dată de către Newton.

Tot în timpul şederii sale la Roma, Galilei începu şi tratative cu Spania în vederea aplicării unei metode a sa pentru determinarea longitudinilor pe mare. Încă în 1610, imediat după descoperirea sateliţilor lui Jupiter, a depus o muncă neobosită de observaţie a acestora în vederea pregătirii unor tabele pentru determinarea eclipselor lor, cu ajutorul cărora să poată în orice moment al nopţii stabili longitudinea locului de observaţie. În 1612 el înştiinţă guvernul spaniol despre noua metodă, dar nu dădu nici o explicaţie. În faţa realizării practice se ridicau două dificultăţi. Prima consta în observarea sateliţilor de pe bordul unei corăbii iar a doua, şi mai mare, consta în măsurarea exactă a timpului cu ajutorul orologiilor din acea vreme. Pentru înlăturarea celei dintîi Galilei inventă în 1617 un aparat numit *Celata* sau *Testiera*, din cauza asemănării cu o cască de scafandru, avînd în dreptul ochilor cîte o lunetă cu o putere măritoare de 10 diametre fixată în dreptul ochilor. Pentru uşurarea observaţiilor construi în arsenalul din Veneţia o luntre de piele ce plutea în altă luntre plină cu apă sau ulei. El încercă acest mijloc în portul Livorno obţinînd rezultate satisfăcătoare. Pentru înlăturarea celei de-a doua dificultăţi el se gîndi să întrebuinţeze pendulul la măsurarea timpului, ceea ce s-a întîmplat abia mai tîrziu. Tratativele cu Spania au durat pînă în 1632, fără însă a se ajunge la un acord. Mai tîrziu, Curtea din Toscana a încercat să pună în aplicaţie metoda lui Galilei, dar nu

s-au obținut rezultate satisfăcătoare, astfel că ea a căzut în desuetudine.

După întoarcerea la Florența, în afară de vechea sa boală, reumatismul, avu perioade lungi de ipohondrie. Timp de doi ani activitatea sa științifică a fost foarte redusă. Chiar cînd, în august 1618, apărură trei comete, dintre care una foarte strălucitoare, în zodia Scorpionului, care a fost vizibilă pînă în ianuarie 1619, nu putu să facă decît puține observații fiind aproape tot timpul reținut în pat. Abia la mijlocul anului 1619 își publică părerile asupra cometelor în *Discorso delle comete di Mario Guiducci*, sub numele acestui fost elev al său.

Galilei clasează cometele în aceeași categorie cu curcubeul și cu sorii falși, considerîndu-le coloane de vapori ce se ridică de la pămînt pînă la o mare înălțime în atmosferă, fiind văzute temporar datorită refracției razelor solare. Ele aparțin lumii sublunare, deci nu sînt de aceeași natură cu planetele. Referindu-se la unele propuneri de măsurare a paralaxei cometelor, el arată deosebirea dintre un obiect fix — a cărui distanță se poate măsura din două observații unghiulare din două poziții diferite — și fenomenele atmosferice, cum este curcubeul ce se formează simultan în picături de ploaie diferite pentru fiecare observator, astfel că a le observa din diverse locuri înseamnă a viza obiecte diferite. În consecință, mai întîi trebuie știut cărei categorii îi aparțin cometele. Teoria lui Galilei este greșită, dar corespunde ideilor dominante în acea vreme.

În această carte sînt atacate opiniile iezuitului Orazio Grassi, exprimate într-o conferință asupra cometelor, ținută de acesta la Collegio Romano. Critica lui Galilei a provocat mînia iezuiților din Roma și mai ales a lui Grassi, care publică în același an sub pseudonimul Lothario Sarsi, în latinește, un răspuns întitulat *Libra astronomica ac philosophica*, în care atacă direct pe Galilei și școala sa.

Îndemnat de prietenii săi, Galilei însuși pregăti un răspuns, a cărui publicare însă, atît din motive de boală, cît și

din precauție, întîrzie timp de trei ani. Abia în octombrie 1622 trimise manuscrisul lui Virginio Cesarini din Roma, membru al Academiei dei Lincei și fost elev al său. Timp de cinci luni circulă textul printre membrii academiei care îl examinară și făcură în el unele corecții. În sfîrșit cartea apăru în octombrie 1623 sub titlul *Il Saggiatore*, sub auspiciile Academiei dei Lincei și cu o dedicație noului papă, ales în vara aceluiași an, Urban al VIII-lea.

Urban al VIII-lea nu era altcineva decît fostul cardinal Maffeo Barberini, unul din admiratorii lui Galilei, care cu ocazia interzicerii cărții lui Copernic, a contribuit mult ca numele lui Galilei să nu fie implicat în proces. Nu numai Galilei, dar toată lumea cultă își puse mari nădejdi în noul papă și spera că va obține de la el, dacă nu o abrogare a interdicției, cel puțin o atitudine mai conciliantă față de doctrina lui Copernic.

Il Saggiatore este capodopera polemică a lui Galilei. În această carte el se ridică împotriva acelora care pretind să opună experienței autoritatea poeților și textele Scripturii și enunță ideile fundamentale ale științei experimentale. Cu un talent extraordinar sînt nimicite toate argumentele lui Grassi și susținute drepturile științei. Cartea cuprinde și alte teorii ale lui Galilei și a avut un mare succes, fiind citită cu mare plăcere de însuși papa, dar a întărîtat și mai mult pe iezuiți. Generalul acestui ordin interzise, sub penalități severe, ca membrii lui să discute între ei despre această carte. În 1625 ea a fost denunțată anonim inchiziției, spre a fi prohibită sau corectată, dar Guevara, generalul ordinului minoriților, însărcinat cu examinarea ei, a făcut un raport atît de favorabil încît a afirmat că chiar dacă doctrina mișcării Pămîntului ar fi susținută în ea, aceasta nu i s-ar părea un motiv suficient să fie condamnată.

*

În speranța că va putea obține o toleranță pentru doctrina lui Copernic de la noul papă, Galilei porni la 1 aprilie 1624 la Roma, unde ajunse la data de 23 a aceleiași luni. Fu primit de șase ori în audiență de Urban al VIII-lea, care îi ascultă argumentele în favoarea sistemului heliocentric, dar nu obținu nici un rezultat. Galilei rămase numai cu impresia că biserica nu consideră teoria lui Copernic eretică, ci numai temerară. Încărcat cu daruri și cu o pensie, pe care avea să o primească pînă la moarte, Galilei părăsi Roma după o ședere de șase săptămîni.

Revenind la Florența, Galilei perfecționează microscopul. El și-a îndreptat atenția spre problema observării obiectelor mici imediat după perfecționarea lunetei. Un elev al său, scoțianul John Wedderburn, apărîndu-și maestrul împotriva atacurilor lui Martin Horky, afirmă că Galilei i-a povestit cum a văzut cu microscopul său organele de mișcare și senzitive ale unor animale mici. La fel istorisește și francezul Tarde că Galilei i-a spus în 1614 că a văzut musca la microscop mare cît un miel etc. Indicații asupra microscopului se găsesc și în *Il Saggiatore*, iar Viviani amintește în *Racconto storico*, că Galilei a prezentat, în 1612, un microscop regelui Poloniei. Cu toate acestea, ocupat cu perfecționarea lunetei, el nu a dat prea mare importanță microscopului pînă la călătoria sa la Roma.

Microscopul a fost inventat în 1590 de Zaharia Iansen din Middleburg, dar după cîțiva ani a fost practic uitat. Abia în 1621 Corneliu Drebbel din Londra reluă fabricarea lui. M. de Peiresc trimise în anul următor un exemplar cadou unui cardinal din Roma iar în 1624 alte două exemplare, însoțite de descrierea modului lor de întrebuințare. Văzînd instrumentul Galilei povesti prietenilor săi că el a construit cu cîțiva ani în urmă un astfel de aparat „care mărește obiectele de 5 000 de ori, astfel că o muscă se vede ca o găină". Imediat el se apucă de perfecționarea microscopului și în scurt timp acest

instrument fu tot atît de căutat ca şi luneta. La 23 septembrie 1623 trimise, între altele, un exemplar principelui Cesi, însoţit de o scrisoare în care spune: „Vă trimit un microscop prin care se văd de aproape lucrurile cele mai mici şi care cred că are să vă facă mare plăcere, după cum mi-a făcut şi mie. Am întîrziat să vi-l trimit fiindcă nu l-am perfecţionat mai înainte, întîmpinînd dificultăţi în modul de a lucra precis lentilele. Obiectul se pune pe cercul mobil, care se găseşte la bază, şi se mişcă spre a-l vedea întreg, dat fiind că ceea ce se vede într-o privire e o parte mică. Şi fiindcă distanţa dintre lentilă şi obiect se cere să fie foarte exactă, pentru a privi obiecte care au relief trebuie să putem apropia sau depărta sticla, după cum privim o parte sau alta, de aceea tubul este făcut mobil pe piciorul sau ghidul său. De asemenea, trebuie să-l folosim pe timp senin şi luminos, şi mai bine chiar la soare, căutînd ca obiectul să fie cît mai luminat. Am contemplat foarte multe animale cu admiraţie infinită: dintre acestea puricele este oribil, ţînţarul şi moliile sînt foarte frumoase; şi cu multă satisfacţie am văzut cum fac muştele şi alte animale mici ca să umble ataşate oglinzilor, ba încă de jos în sus. Excelenţa voastră va avea însă ocazia să observe mii şi mii de particularităţi şi vă rog să-mi aduceţi la cunoştinţă pe cele mai curioase. În sfîrşit, se poate contempla la infinit măreţia naturii, cu cîtă subtilitate şi cu cîtă hărnicie de nedescris lucrează ea".

*

Toleranţa aparentă a bisericii faţă de manifestările lui Galilei în favoarea teoriei lui Copernic l-au încurajat să se apuce de redactarea marii sale lucrări menită să demonstreze adevărul acesteia. La 20 octombrie 1625 îi scrie prietenului său Elia Diodati la Paris: „Eu întrucît îmi permite etatea, care e înaintată, şi sănătatea, care e puţină, mă ocup cu scrierea unor *Dialoguri asupra fluxului şi refluxului mării*, unde

vor fi tratate pe larg cele două sisteme : al lui Ptolemeu și al lui Copernic, deoarece cauza acestui fenomen o refer mișcărilor atribuite Pământului". În curînd însă, fie din motive de boală, fie din cauze familiare, întrerupse pentru un timp de aproape trei ani redactarea acestei opere. Între timp se pare că a scris lucrările intitulate *Bilancetta* și *Sopra le scoperte de i dadi*, în care inițiază calculul probabilităților, precedînd în acest domeniu pe Pascal și pe Fermat.

În septembrie 1629, Galilei reluă redactarea *Dialogurilor* astfel că la 29 octombrie putu să-i scrie lui Diodati : „Pentru a vă ține la curent cu studiile mele, vă încunoștiințez că de o lună încoace mi-am reluat *Dialogurile asupra fluxului și refluxului mării*, întrerupte pentru trei ani continui și, mulțumită lui Dumnezeu, mi-a revenit acea bună dispoziție, care, dacă va continua toată iarna viitoare, sper că voi duce la bun sfîrșit această operă și imediat o voi publica ; în aceasta, în afară de ceea ce se așteaptă privitor la flux, vor fi inserate alte multe probleme și o confirmare completă a sistemului lui Copernic, împreună cu demonstrarea nulității a tot ceea ce Tycho și alții aduc împotrivă. Opera va fi foarte mare și bogată în multe noutăți, pe care extensiunea *Dialogului* îmi permite să le introduc fără dificultate și exagerare".

La începutul anului 1630 manuscrisul cărții *Dialoguri asupra fluxului și refluxului mării* era gata. Părîndu-i-se că împrejurările sînt favorabile unei tipăriri și îndemnat de prietenii săi, Galilei plecă la 1 mai la Roma, unde fu primit de papa cu multă căldură. În privința publicării, Urban al VIII-lea nu ridică nici o obiecție, ci puse numai anumite condiții. Astfel ceru să schimbe titlul cărții, care i se păru că ar da naștere la echivocuri,deoarece discutîndu-se despre sistemul lui Ptolemeu și al lui Copernic aceasta ar trebui să se reflecte în titlu. Papa își mai exprimă dorința ca subiectul să fie tratat dintr-un punct de vedere pur ipotetic, ceea ce trebuie scos în evidență în prefață. De asemenea, pretinse ca Galilei să în-

cheie lucrarea cu un argument pe care papa i-l comunicase în 1624 și i se părea că nu poate fi combătut. Acesta era că dumnezeu fiind atotputernic, poate face orice: prin urmare mareele nu pot fi aduse ca argument convingător pentru mișcarea dublă a Pămîntului fără ca prin aceasta să se limiteze omnipotența divină, ceea ce este absurd.

Recomandînd unele corecții puțin importante, censorii aprobară tipărirea cărții la Roma. În aceste condiții, Galilei se întoarse satisfăcut la Florența. Între timp însă principele Cesi, care trebuia să editeze opera, muri, apoi interveniră diverse uneltiri ale dușmanilor lui Galilei, astfel încît Castelli îl sfătui să publice opera la Florența. În sfîrșit, după doi ani de tergiversări, după ce manuscrisul a fost revăzut și la Florența, se dădu permisul definitiv de imprimare.

Cartea intitulată *Dialogo di Galileo Galilei sopra i due massimi sistemi del mondo Tolemaico e Copernicano* apăru la Florența în februarie 1632. Ea este scrisă în limba italiană pentru a fi înțeleasă de oricine și sub formă de dialog între trei persoane: Salviati, Sagredo și Simplicio. Primii doi, favorabili doctrinei lui Copernic, sînt cei doi prieteni ai lui Galilei, morți, ale căror nume voi să le eternizeze.

Filippo Salviati, nobil florentin, senator, născut în 1582, dintr-o familie de bancheri și comercianți, care s-au înstărit și au ajuns la putere politică după decăderea nobilimii feudale italiene din veacul al XV-lea, a fost elev al lui Galilei, la Padova, cu care mai tîrziu s-a întîlnit adesea la Veneția. Cînd, în 1611, Galilei s-a stabilit la Florența, timp de trei săptămîni a fost găzduit la Villa delle Selve a lui Salviati, unde a studiat la observatorul vilei sateliții lui Jupiter. În 1612, la propunerea lui Galilei, Salviati a fost ales membru al Academiei dei Lincei, dar plecînd într-o călătorie mai lungă a murit la Barcelona în martie 1614. Galilei îl descrie ca pe „o inteligență sublimă, care nu cunoștea alt deliciu decît meditația delicioasă".

În cele două opere mari ale lui Galilei, Salviati se înfățișează ca o minte ageră, serioasă, pedantă și agitată, îmbinînd o gîndire logică cu un instinct științific sănătos : exact imaginea din tinerețe a lui Galilei. El reprezintă ideile avansate și expune descoperirile și ideile lui Galilei cu mult entuziasm și mult simț pentru esențial. Galilei ne dă în el imaginea omului de știință liniștit, care pătrunde în adîncul problemelor, blînd cu adversarul, dar care știe să întrebuințeze argumente convingătoare, care uneori îl constrîng să se combată pe sine însuși.

Despre Giovanni Francesco Sagredo avem cunoștințe mai ample. Născut în 1571 dintr-o familie de nobili din Veneția, a fost elev al lui Galilei la Padova. A ajuns membru al Consiliului suprem al Republicii Venețiene, calitate în care a contribuit mult la ajutorarea materială a fostului său profesor. Sagredo a purtat o frecventă corespondență cu marele om de știință pînă la moartea sa în 1620.

Într-o scrisoare din 1614 către Marcus Welser, din Augsburg, Sagredo se descrie astfel : „Eu sînt un nobil venețian și nu m-am considerat niciînd literat ; am purtat întotdeauna afecțiune literaților și i-am protejat, dar nu am înțeles să-mi avantajez destinul, nici să-mi cîștig merite sau reputație din faima interesului meu față de filozofie și matematici, ci mai mult prin integritatea și buna administrație a magistraților și în guvernarea Republicii, căreia m-am dedicat în tinerețea mea, urmînd obiceiul înaintașilor mei, care au îmbătrînit și s-au consumat în aceasta". Sagredo a scris despre fabricarea lentilelor de lunetă și termometre, despre magnetism, teoria luminii etc., dar lucrările sale nu s-au tipărit.Fiind trimis într-o misiune diplomatică în Răsărit, îi scrie în 1609 lui Galilei o scrisoare, în care își exprimă regretul că a pierdut multă vreme în trîndăvie, în loc să studieze.

În *Dialog* Sagredo reprezintă pe omul cult dornic de a se cultiva și de a cunoaște progresul științelor. Galilei ni-l înfățișează în discuțiile cu ceilalți interlocutori ca pe un om sim-

patic, vesel, bun povestitor, făcînd glume la adresa peripateticienilor şi comparaţii bine ticluite. Deşi în discuţii vrea să apară imparţial, el îşi însuşeşte întotdeauna teoriile noi prezentate şi apărate de Salviati. Portretul pe care i-l face Galilei este atît de conform cu realitatea, încît Micanzio îi scrie: „Ce frumos i-aţi dat viaţă scumpului nostru Sagredo... este ca şi cînd l-aş auzi vorbind din nou".

Simplicio este numele comentatorului sicilian din secolul al VI-lea al lui Aristotel şi apărătorul înverşunat al doctrinei maestrului. Sub numele lui Simplicio, Galilei ne înfăţişează pe peripateticienii contemporani obstinaţi în filozofia lui Aristotel. Prin el reprezintă Galilei ştiinţa scolasticii, formală, pedantă, care argumentează numai cu cuvinte şi citate din cărţile maestrului, jurînd în cuvintele acestuia şi evitînd tot ce este nou şi înaintat. De altfel Simplicio este expresia unui temperament deschis, bun din fire, ceea ce-i permite să suporte înfrîngere după înfrîngere în discuţii, în care adesea îşi pierde capul, dar apoi îşi revine şi începe să aducă dovezi. El nu este o minte mărginită şi dă impresia că, dacă n-ar fi fost crescut în doctrina scolastică în tinereţe, ar fi devenit o minte luminată. El aduce în favoarea lui Aristotel şi Ptolemeu toate dovezile ştiinţifice ale peripateticienilor iar cînd acestea se dovedesc insuficiente, recurge la sofisme. Atacat de argumentele filozofului Salviati şi ale spiritualului Sagredo, argumentele sale sînt rînd pe rînd spulberate, ieşind la lumină superioritatea teoriei copernicane. Ba chiar mai mult, Simplicio sfîrşeşte prin a deveni copernican.

Conducînd discuţia cu o extremă abilitate, Galilei satisface în aparenţă cerinţa papei de a trata doctrina lui Copernic numai ca o ipoteză matematică, în realitate însă reuşeşte să convingă pe cititor nu numai de superioritatea ci şi de realitatea ei.

Dialogul cuprinde patru „Zile". În „Ziua întîi" se discută teoria lui Aristotel despre incoruptibilitatea cerului. Marele

filozof susținea că lucrurile pămîntești sînt imperfecte și trecătoare, pe cînd cerul este etern și perfect. Sprijinindu-se pe noile descoperiri ale lui Galilei, Salviati arată că și în cer au loc schimbări, cum sînt petele solare, cometele, apariția stelelor noi etc. Apoi Luna are asemănări cu Pămîntul, avînd suprafața accidentată și neavînd lumină proprie. Ea primește lumina de la Soare, la fel ca Venus, care de asemenea prezintă faze. Pămîntul are aceeași formă sferică pe care o are Luna și planetele, astfel că i se cuvine aceeași mișcare de rotație în jurul Soarelui ca și planetelor. De altfel în jurul lui Jupiter se învîrtesc planete mici ca în jurul Soarelui planete mari. Prin urmare, nici doctrina incoruptibilității cerului, nici a imobilității Pămîntului nu se pot susține.

În „Ziua a doua" se discută problema rotației Pămîntului în jurul axei sale afirmată de Copernic și obiecțiunile ce se pot ridica împotriva ei. Unul din argumentele principale ale oponenților acestei teorii era că dacă mișcarea Pămîntului este reală, o piatră ce cade din vîrful unui turn nu va atinge pămîntul la picioarele acestuia iar una lăsată liberă din vîrful catargului unei corăbii, va cădea aproape de pupă, din cauza mișcării corăbiei. Salviati dovedește că mișcarea uniformă a corăbiei nu influențează căderea pietrei. În aceste discuții se enunță principiul inerției și al relativității mecanice. Înlăturînd toate obiecțiile împotriva mișcării Pămîntului, Salviati arată că este cu mult mai simplu să se admită rotația Pămîntului, decît a întregului univers în jurul acestuia.

În „Ziua a treia" se tratează despre mișcarea de revoluție a Pămîntului în jurul Soarelui. O mare parte este dedicată problemei paralaxei solare, care cauza cea mai mare dificultate teoriei heliocentrice. Căci dacă Pămîntul descrie în în jurul Soarelui o orbită circulară avînd un diametru de 200 000 000 de mile, în decursul anului ar trebui să aibă loc o deplasare relativă a stelelor fixe mai apropiate, ceea ce nu se observă. Explicația că aceste deplasări sînt foarte mici cu-

prindea în sine pe acea că distanțele stelelor fixe sînt enorm de mari, ceea ce era greu de înțeles pe atunci. Chestiunea nu a fost rezolvată complet decît după 200 de ani prin măsurările lui Friederich Bessel (1784—1846), care în esență a folosit metoda indicată de Galilei. Către sfîrșitul „Zilei" se discută a treia mișcare anuală a Pămîntului în jurul unei axe perpendiculare pe planul său de mișcare. Copernic i-a atribuit Pămîntului această mișcare pentru a arăta că direcția axei sale față de Soare, variază, dar față de stelele fixe rămîne neschimbată. De asemenea expune teoria lui William Gillbert (1540—1603), care aseamănă Pămîntul cu un magnet imens, și menționează cîteva observații proprii asupra magneților.

„Ziua a patra" este dedicată în întregime cauzei fluxului și refluxului mării. Galilei consideră acest fenomen, inexplicabil după teoria lui Ptolemeu, ca o demonstrație fizică a teoriei lui Copernic. El admite că fenomenul este un rezultat al rotației diurne a Pămîntului și al inegalității vitezelor absolute ale diverselor părți ale suprafeței terestre în mișcarea sa de revoluție în jurul Soarelui. Această parte este cea mai puțin valoroasă din *Dialog*.

Cu toate că în prefața cărții sale Galilei declară că el consideră sistemul lui Copernic numai ca un „capriciu matematic", totuși a reușit să prezinte acest sistem ca adevărat. Marea sa contribuție în sprijinul sistemului heliocentric constă în aceea că i-a dat temelia dinamică necesară și a arătat că el este posibil. Fără această bază dinamică sistemul nu ar fi triumfat fiindcă din punct de vedere cinematic cele trei sisteme: al lui Ptolemeu, Tycho Brahe și Copernic sînt aproape echivalente. Galilei a fost cel dintîi care a adunat elementele necesare unei concepții dinamice a sistemului planetar, concepție care a fost utilizată și perfecționată de Newton. El a fost acela care a stabilit cele două principii cu ajutorul cărora înlătură orice obiecțiune împotriva mișcării Pămîntului: 1. Orice corp lăsat liber își păstrează starea de repaus, sau de mișcare,

în linie dreaptă şi uniformă (principiul inerţiei); 2. Nici o experienţă mecanică efectuată în interiorul unui sistem nu permite să distingem dacă un corp este în repaus sau în mişcare rectilinie şi uniformă (principiul clasic al relativităţii). În fine, opune gravităţii forţa centrifugă şi arată astfel posibilitatea rotaţiei Pămîntului.

Dialogul asupra celor două sisteme mari ale lumii este şi o capodoperă literară. Cartea poate fi citită şi azi nu numai cu plăcere, ci şi cu folos de toţi aceia care se interesează de fenomenele fizice, încercînd să le pătrundă înţelesul.

*

Conformîndu-se dorinţelor papei, Galilei, la sfîrşitul „Zilei a treia", pune în gura lui Simplicio următorul argument: „Ţinînd întotdeauna înaintea ochilor minţii o doctrină solidă, pe care am învăţat-o odinioară de la o persoană savantă şi eminentă şi cu care trebuie să ne împăcăm, ştiu că d-voastră, amîndoi, întrebaţi dacă Dumnezeu cu puterea şi înţelepciunea sa infinită ar putea conferi elementului apă mişcarea alternativă, pe care o observăm la ea, în alt mod decît făcînd să se mişte recipientul ei, ştiu, zic, că aţi răspunde că el ar fi putut şi ştiut să facă aceasta în multe feluri, chiar negîndite de mintea noastră. De aceea eu conchid imediat că, astfel stînd lucrurile, ar fi o cutezanţă exagerată dacă cineva ar voi să limiteze şi să constrîngă puterea şi înţelepciunea divină la o fantezie particulară a sa".

Instigat de iezuiţi, care l-au făcut să creadă că Galilei, punînd în gura lui Simplicio argumentele citate mai sus, a voit să-l ridiculizeze, Urban al VIII-lea se înfurie şi din prieten şi admirator a devenit cel mai mare duşman al lui Galilei, declarînd că *Dialogul* este o carte cu mult mai condamnabilă şi mai periculoasă pentru biserică decît operele lui Luter şi Calvin. La 23 septembrie 1632 papa ordonă ca Galilei să se

prezinte în decurs de o lună la Roma la dispoziţia Inchiziţiei. Acesta ceru să fie dispensat de a călători la Roma, dar străduinţele sale fură zadarnice. În consecinţă, la 20 ianuarie 1633 Galilei plecă la Roma, unde ajunse la 13 februarie, punîndu-se la dispoziţia Sfîntului Oficiu.

Acuzarea împotriva lui Galilei cuprindea trei puncte: 1. A călcat ordinele de a nu trata mişcarea Pămîntului decît ca o ipoteză. 2. În mod greşit a atribuit fenomenul mareelor stabilităţii Soarelui şi mişcării Pămîntului. 3. Nu a respectat ordinul ce i s-a dat în 1616 de a nu susţine, învăţa sau apăra în nici un fel cu cuvîntul sau în scris opinia că Soarele este centrul lumii şi fix, pe cînd Pămîntul se învîrteşte în jurul lui.

La început Galilei încercă să se apere îndeosebi împotriva acuzaţiei de sub punctul 3, prezentînd ca dovadă certificatul ce l-a primit în 1616 de la Bellarmino. La urmă însă, îndemnat de binevoitorii săi, şi mai ales de ambasadorul toscan Niccolini, se decise să facă act de supunere. În acest fel s-a ajuns la sentinţa din 22 iunie 1633 ce s-a pronunţat în biserica S. Maria sopra Minerva din Roma, prin care Galilei fu condamnat şi silit să abjure.

Reproducem mai jos o parte din textul sentinţei:

„Avînd în vedere că în anul trecut a apărut la Florenţa o carte al cărui titlu arăta că tu eşti autorul ei, fiindcă este intitulată *Dialogo di Galileo Galilei sopra i due massimi sistemi del mondo Tolemaico e Copernicano* şi că Sf. Congregaţie a fost informată că publicarea acestei cărţi a avut ca efect să crească din zi în zi opinia falsă a mişcării Pămîntului şi a fixităţii Soarelui, cartea sus-menţionată a fost examinată cu grijă şi s-a recunoscut o evidentă transgresiune a sus-menţionatului ordin care ţi-a fost comunicat...

Avînd în vedere că ni se părea că nu ai spus întreg adevărul relativ la intenţia ta, am judecat de necesar să recurgem la un examen riguros al persoanei tale în care (fără nici un prejudiciu a vreunuia din lucrurile pe care le-ai mărturisit şi care

au fost dovedite mai sus împotriva ta), în ceea ce privește intenția ta spusă, ai răspuns în mod catolic.

Din ɘɿsəɔɐ motive, văzînd și considerînd în mod matur meritele ɟəɿsəɔɐ cauze a ta, în același timp cu recunoașterea și scuzele tale și tot ceea ce trebuia pe drept văzut și considerat, noi pronunțăm împotriva ta sentința definitivă transcrisă mai jos...

Judecăm și declarăm că tu, sus-numitul Galilei, pentru motivele expuse în acest act și recunoscute de tine ca mai sus, te-ai făcut pentru acest Sf. Oficiu suspect vehement de erezie, întrucît ai crezut și susținut o doctrină falsă și contrară sfintelor și divinelor scripturi adică: că Soarele este centrul ordinei terestre; că el nu se mișcă de la răsărit la apus, că Pămîntul se mișcă și nu este centrul lumii; și că această opinie poate fi susținută și apărată ca probabilă, după ce ea a fost declarată și definită contrară cu Sf. Scriptură; și că tu ai căzut în mod consecvent în toate censurile și pedepsele stabilite și promulgate împotriva delicvenților față de sfintele canoane și celelalte constituții generale și particulare, pedepse de care ne place să te absolvim cu condiția că în prealabil, cu inimă sinceră și credință, fără gînd ascuns, în prezența noastră, vei abjura, vei blestăma și vei detesta sus-menționatele erori și erezii și toate celelalte erori și erezii contrare Bisericii catolice, apostolice și romane, după formula pe care ți-o vom impune.

Și pentru ca dăunătoarea ta greșeală și grava ta transgresiune să nu rămînă nepedepsite, și la fel pentru ca în viitor să fii mai circumspect și să servești drept exemplu altora, decretăm ca, printr-un edict public să fie interzisă cartea *Dialogul lui Galilei* și te condamnăm la închisoarea specială a Sf. nostru Oficiu pentru un timp care ne va aparține să-l determinăm și-ți impunem cu titlu de penitență salutară să recitezi, timp de trei ani, o dată pe săptămînă cei șapte psalmi ai penitenței: rezervîndu-ne puterea de a micșora, a schimba sau suprima cu totul sus-menționatele pedepse și penitențe...".

După pronunţarea sentinţei Galilei citi în faţa judecătorilor săi următoarea abjuraţie, pe care o redăm în întregime:

„Eu Galileo Galilei, fiul defunctului Vincenzo Galilei, din Florenţa, în etate de 70 de ani, constituit personal în judecată, îngenunchiat înaintea Domniilor Voastre, eminenţi şi respectaţi cardinali ai republicii universale creştine, inchizitori generali împotriva nelegiuirii eretice, avînd înaintea ochilor mei Sfînta Evanghelie, pe care o ating cu propriile mele mîini, jur că întotdeauna am crezut, că cred acum şi cu ajutorul lui Dumnezeu voi crede în viitor tot ceea ce ţine, propovăduieşte şi învaţă Sf. Biserică catolică şi apostolică romană. Dar, fiindcă după ce acest Sf. Oficiu mi-a poruncit în mod juridic să părăsesc cu totul opinia falsă care susţine că Soarele este centrul lumii şi imobil, că Pămîntul nu este centru şi că el se mişcă şi că eu nu puteam să ţin, să apăr sau să învăţ în nici un fel cu cuvîntul sau cu scrisul menţionata doctrină repugnată de Sf. Scriptură, am scris şi am tipărit o carte în care tratez această doctrină deja condamnată şi aduc argumente de mare eficacitate în favoarea acesteia fără să dau vreo soluţie, pentru aceea am fost judecat vehement suspect de erezie, adică, de a fi ţinut şi crezut că Soarele este centrul lumii şi imobil şi că Pămîntul nu este centru şi se mişcă.

De aceea, voind să îndepărtez din mintile eminenţiilor voastre şi a oricărui creştin catolic această suspiciune vehementă concepută pe drept împotriva mea, cu inima sinceră şi cu credinţă dreaptă abjur, blestăm şi detest erorile şi ereziile menţionate mai sus şi în general orice altă greşeală şi erezie contrară sus-amintitei Sf. Biserici şi jur că în viitor niciodată nu voi mai spune sau afirma cu vorba sau în scris nimic din ce ar putea ridica împotriva mea o suspiciune asemănătoare; *iar dacă voi cunoaşte vreun eretic sau suspect de erezie, îl voi denunţa acestui Sf. Oficiu* sau inchizitorului sau ordinarului locului unde mă voi afla. Afară de aceasta, jur şi promit că voi îndeplini şi voi observa integral toate penitenţele care îmi sînt impuse sau

îmi vor fi impuse de acest Sf. Oficiu. Că, dacă mi se întîmplă să calc vreuna din promisiunile şi jurămintele mele (ceea ce mă ferească Dumnezeu), mă supun la toate pedepsele şi supliciile care au fost statuite şi promulgate de Sfintele Canoane şi alte Constituţii generale şi particulare împotriva acestor genuri de delicvenţi. Aşa să-mi ajute Dumnezeu şi Sfintele sale Evanghelii, pe care le ating cu propriile mele mîini.

Eu Galileo Galilei sus-amintit am abjurat, am jurat, am promis şi m-am obligat ca mai sus; şi în credinţa acestora am subscris cu mîna mea proprie prezentul chirograf al abjurării mele şi l-am recitat cuvînt cu cuvînt. Roma, în Mînăstirea Minervei, în această zi de 22 iunie, anul 1633.

Eu Galileo Galilei am abjurat ca mai sus cu mîna proprie".

La 23 august 1634 *Dialogul asupra celor două sisteme mari ale lumii* avea să fie pus la indexul cărţilor prohibite. Condamnarea lui Galilei şi a cărţii sale a însemnat condamnarea ştiinţei italiene. De fapt, după moartea lui Galilei ştiinţa în Italia a început să decadă pierzîndu-şi supremaţia.

*

După terminarea procesului, Galilei a fost condus ca prizonier în închisoarea Inchiziţiei de unde, la 23 iunie, fu transportat la Palatul Trinità dei Monti al marelui duce de Toscana. Din scrisoarea lui Niccolini, din 26 aprilie, rezultă că Galilei a avut o profundă depresiune sufletească, din care a început să se refacă abia după ce, la 30 iunie, i s-a permis să plece la Siena la prietenul său Ascanio Piccolomini. În timpul celor 9 luni cît a stat la Siena, Galilei a reluat redactarea operei sale *Dialoguri asupra ştiinţelor noi.*

Din corespondenţa sa cu oamenii de ştiinţă ai vremii ştim că Galilei a început redactarea acestei opere încă înainte de a părăsi Padova. Astfel, Luca Valerio îi scrie la 23 octombrie 1610 : „Vă rog daţi-mi ocazie să mă bucur de fertilitatea geniului d-voastră sublim, informîndu-mă dacă continuaţi opera

despre mişcare şi ce aveţi de gînd să faceţi...". Luca Valerio era interesat în această chestiune fiindcă în 1604 publicase o carte intitulată *De centro gravitatis solidorum*. Galilei fiind îndemnat de prietenii săi să publice şi el ceea ce a scris în această privinţă, îi propune principelui Cesi, printr-o scrisoare, la 28 decembrie 1612, să publice într-un volum rezultatele sale şi ale lui Luca în această materie. El revine asupra chestiunii scriindu-i lui Cesi la 5 ianuarie 1613, la care acesta îi răspunde că Valerio este încîntat de propunere. Galilei însă nu s-a mai ocupat cu chestiunea aceasta şi cele cîteva propoziţii asupra centrului de greutate au apărut ca un *Apendice* la *Dialoguri*.

Între timp se ivesc alţi doi matematicieni care se ocupă de problema mişcării. Întîi este Bonaventura Cavalieri, elev al lui Castelli. În scrisoarea sa din 26 februarie 1626, adresată lui Galilei, Cavalieri îi reaminteşte de lucrarea asupra indivizibilelor şi îi aduce la cunoştinţă că a început să se gîndească la problemele mişcării. În scrisoarea următoare din 25 martie acesta intră în detalii în ce priveşte mişcarea: „Am început să compun ceva despre mişcare şi, ajungînd apoi să demonstrez că mobilul ce are să treacă din repaus la un grad oarecare de viteză trebuie să treacă prin stările intermediare, nu găsesc argument care să mă liniştească, deşi în general mi se pare că aşa este. Dacă d-voastră aveţi vreo demonstraţie a acesteia, mi-ar face mare plăcere să o cunosc; şi dacă aş avea la dispoziţie ceea ce d-voastră aţi găsit în această materie necunoscută, şi cu care nu vă ocupaţi, mi-ar da ocazie la mult exerciţiu şi aş cruţa timpul pe care ar trebui să-l cheltui pentru a le regăsi din nou şi care cu mai mult folos ar putea fi întrebuinţat pentru a ajunge la alte lucruri".

Al doilea matematician este Giambattista Baliani (1582—1666), nobil din Genova, ajuns, la recomandarea lui Galilei, membru al Academiei dei Lincei, care, prin scrisoarea sa din 26 februarie 1627, către B. Castelli, îl informează pe acesta că odinioară a compus un tratat despre mişcarea solidelor pe plane

înclinate. Apoi continuă: „Scriind tratatul menționat, mi s-a întîmplat că, fără să caut, am reușit, după părerea mea, să demonstrez o propoziție pe o cale extravagantă, despre care dl. Galilei mi-a spus că este adevărată, fără însă a-mi arăta demonstrația, și anume că corpurile în mișcarea naturală își măresc viteza în raportul de 1, 3, 5, 7 etc. și așa la infinit; mi-a adus însă un argument probabil, că numai în acest raport spațiile păstrează întotdeauna aceeași proporție. Nu mai continuu fiindcă știu că vorbesc cu un cunoscător, eu însă am demonstrat aceasta prin principii cu totul diferite".

În scrisoarea din 28 mai a aceluiași an, Baliani îi comunică lui Castelli că regretă de a nu putea să-i trimită tratatul asupra mișcării corpurilor grele, deoarece nu a avut timp să-l revizuiască și să-l scrie în curat.

După apariția operei *Dialogul asupra celor două sisteme mari ale lumii*, pe lîngă manifestările de admirație, autorul primește îndemnuri de a grăbi redactarea *Dialogurilor asupra științelor noi*. Astfel B. Castelli este convins că noul tratat îi va fi de mare folos la studiul mișcării iar filozoful Tomasso Campanella (1568—1639) din Roma scrie că prevede un mare folos pentru filozofie de pe urma acestei cărți.

Fulgenzio Micanzio îi scrie la 3 iulie 1632: „Un ceas este pentru mine o mie de ani, pînă ce voi vedea celelalte două *Dialoguri*, fiind convins că în ele vom găsi lucruri promise referitoare la mișcarea naturală a corpurilor și a celor aruncate. Sînt fermecat de acestea și aș dori să văd realizată această operă a d-voastră, căci desigur un altul nu o poate face: despre aceasta ne poate lămuri trecutul, în care aș vrea să aflu de la peripateticienii noștri ce știm despre mișcare în afară de vorbe goale și pedante".

În aceeași lună, Micanzio, aflînd despre opoziția față de *Dialog* a iezuiților și prevăzînd furtuna ce se va dezlănțui asupra lui Galilei, îl îndemnă să lucreze cu curaj la opera începută pentru gloria sa și a umanității. În același timp îl roagă că dacă tipărirea va fi împiedicată să-i trimită manuscrisul.

Filozoful francez Pierre Gassendi (1592—1655), primind un exemplar din *Dialog*, îl îndemnă prin scrisoarea din 1 noiembrie 1632 să publice doctrina mișcării: „Sînt de mare importanță cele ce ne promiteți, privitor la corpurile care cad cu viteză inegală. Vă rog, și nu numai în numele meu, ci și al amicului Mersenne și al altora, să nu ne faceți să lîncezim în așteptarea lor".

Citația la Roma în vederea procesului, călătoria și agitațiile ce însoțiră instrucția inchiziției și procesul i-au pus piedici în realizarea scopului său. Galilei se plînge de aceasta prin scrisoarea către prietenul său Elia Diodati din Paris, din 15 ianuarie 1633: „În afară de alte neplăceri, mi-a căzut și cea mai mare, de a nu putea progresa în pregătirea celorlalte opere ale mele și în particular a aceleia despre mișcare, pentru a o publica cît timp sînt încă în viață".

Cît de mult îl preocupa pe Galilei la Siena problema redactării acestui tratat se vede din scrisoarea sa din 7 martie 1634 către Diodati: „Aici am compus un tratat cu un argument nou în materie de mecanică, plin cu multe speculații curioase și utile. De aceea, Domnia Voastră fie liniștit și consolat că sînt încă în stare de a putea duce la bun sfîrșit celelalte roade ale ostenelii mele și a le publica". Aceeași dorință se exprimă în scrisoarea din 19 noiembrie 1634 către Micanzio: „nu pot să vă spun altceva decît că tratatul despre mișcare, cu totul nou, este în ordine: creierul meu neliniștit însă nu poate sta să nu macine incontinuu, cu multă pierdere de vreme, deoarece gîndul, cel din urmă ce-mi vine privitor la vreo noutate, mă face să pun de-o parte toate cele aflate mai înainte". La fel se exprimă în scrisoarea din 15 martie 1635 către Diodati.

Cu cît redactarea înainta, cu atît devenea mai arzătoare problema tipăririi. Intenția lui Galilei era să tipărească opera la Veneția, unde se găsea Micanzio și unde puterea inchiziției era mai puțin eficace. Încă înainte de terminarea redactării, Galilei îl informează, în decembrie 1634, pe Diodati că în scurt

timp va începe să trimită părți din manuscris la Veneția pentru imprimare. La începutul lui ianuarie 1635 primi însă din partea unui fost elev al său, Giovanni Pieroni, arhitect militar al împăratului Ferdinand al II-lea al Austriei, o ofertă cît se poate de avantajoasă. Prevăzînd că în Italia tipărirea va întîmpina dificultăți, Pieroni se angajează să facă imprimarea la Viena, astfel că autorul să nu aibă nici o încurcătură și nici cheltuieli. Galilei acceptă cu plăcere oferta, cu atît mai bucuros fiindcă în 10 februarie Micanzio, căruia îi trimise cîteva foi din *Dialoguri*, îl informează că inchizitorul din Veneția i-a comunicat că are ordin expres din Roma să nu aprobe tipărirea nici unei opere a lui Galilei : „I-am replicat că aceasta se poate referi la opera despre sistemul lui Copernic. Nu, îmi răspunse, este interzicerea generală *de editis omnibus et edendis*. I-am zis : dar dacă va voi să tipărească *Credo* sau *Pater noster?* Ne-am învoit să-mi dea o copie a ordinului, ca să mă folosesc și eu de el, fiindcă sînt hotărît împotriva tiraniei, dar nu vreau să fac rău tipografului și nici d-voastră". El crede că a lipsi lumea de aceste lucruri, pe care le consideră ca cel mai mare progres ce s-a făcut în filozofie de două mii de ani încoace, ar fi o batjocură împotriva omenirii. De aceea îi propune să încerce tipărirea la Viena, dar cu precauție, adică să recurgă la un șiretlic și anume că Micanzio, posedînd manuscrisul, să facă o copie pentru curiozitatea sa și să încerce să o tipărească el, „căci eu nu mă tem de strigătele nimănui". El este hotărît să tipărească opera lui Galilei, fie în țară fie în străinătate.

În martie, Micanzio, văzînd ordinul strict al Inchiziției, pentru a nu expune pe autor la alte persecuții, îi cere permisiunea să facă o copie frumoasă a operei și să o depună în biblioteca publică S. Marco, iscălită. Are și alt plan, pe care i-l va comunica altă dată mai detaliat. De fapt la 14 martie îi comunică intenția de a tipări *Dialogurile* într-un volum cu *Discorso intorno alle cose che stanno in sull'acqua*, dacă va reuși ca inchizitorul din Veneția să nu împiedice tipărirea.

Se teme însă ca ulterior autorul să nu aibă neplăceri, din care cauză îi cere părerea.

La începutul lui aprilie matematicianul Pierre Carcavi, avocat al Parlamentului din Toulouse, îi face oferta de a-i tipări operele.

Cu toate aceste oferte avantajoase, tipărirea nu s-a putut face curînd. Primele dificultăţi au fost întîmpinate la Viena. Primind o parte din *Dialoguri*, Pieroni îl înştiinţează pe Galilei la 11 august că e de părere ca tipărirea să nu se facă la Viena, ci la Praga, fiindcă probabil va sosi ordinul de prohibiţie de la Roma, care va impiedica tipărirea în capitală, unde iezuiţii, în frunte cu călugărul Scheiner, adversarul său, sînt atotputernici. Galilei răspunde afirmativ, dar totuşi rezolvarea problemei nu progresează, căci în decembrie Pieroni arată alte dificultăţi, dintre care cea mai importantă este teama că nu se va obţine aprobarea împăratului.

În octombrie Carcavi îi cere lui Galilei să-i trimită toate operele spre tipărire, dar traduse în latineşte, deoarece în Franţa italiana nu este prea cunoscută.

La 1 decembrie, neprimind din Viena nici o ştire despre tipărire, Galilei îi scrie lui Micanzio : „Din Germania nu am nici o ştire ; cred că tulburările îi fac să se gîndească la altceva decît la tipărirea cărţilor". El credea că imprimarea era împiedicată de evenimentele războiului de 30 de ani. În februarie 1636 află de la însuşi Pieroni cauza pentru care nu a putut începe tipărirea : opoziţia iezuiţilor şi tulburările din Germania, din care cauză şi el va trebui să se întoarcă în patrie.

În faţa acestei situaţii, Galilei îi cere lui Pieroni să-i restituie manuscrisul primelor două „Zile" ale *Dialogurilor*, pe care i le trimisese în vara trecută, avînd intenţia de a le tipări la Lyon, Paris sau în Olanda. În loc să-i restituie manuscrisul, la 1 martie Pieroni îl anunţă că în săptămîna viitoare va începe tipărirea în Moravia. Figurile sînt gravate şi au reuşit, dar încă nu ştie în ce tipografie va imprima cartea. La 19 aprilie îl anunţă că a găsit o tipografie, dar aceasta nu are tipografi.

Văzînd că lucrurile nu progresează în Germania, în vara anului 1636 Galilei intră în tratative, prin intermediul lui Micanzio, cu celebrul editor L. Elzevier, care l-a vizitat pe Galilei în timp ce-şi petrecea vara la Veneţia, pentru a tipări *Dialogurile* în Olanda. Elzevier s-a arătat dispus să-i tipărească chiar toate operele într-un singur volum dacă vor fi adunate şi apoi traduse în latineşte. Galilei pregăteşte cu sîrguinţă o copie a primelor două „Zile" ale *Dialogurilor* şi la 28 iunie copia este gata pentru tipar, mai rămînînd de făcut numai figurile.

Privitor la tratativele cu Elzevier, Galilei îl informează pe fostul său elev, Bernegger, profesor la Strasbourg, care-i tradusese şi tipărise în 1634 în latineşte *Dialogul asupra celor două mari sisteme ale lumii*, prin scrisoarea din 15 iulie, în termenii următori: „Într-acestea mi-a sosit pe neaşteptate Dl. Ludovic Elzevier şi de aici a trecut la Veneţia, unde încă se găseşte... Dînsul va duce cu sine pentru tipărire un alt *Dialog* al meu, cuprinzînd două ştiinţe noi privitoare la mişcare şi la rezistenţa solidelor la rupere,împreună cu alte cîteva chestiuni de geometrie: aceste compuneri sînt rodul cel mai apreciat de mine al studiilor întregii mele vieţi".

Elzevier amînîndu-şi plecarea, Galilei avu răgazul necesar să termine şi „Ziua a treia" şi „Ziua a patra" a *Dialogurilor*, astfel că în ziua de 16 august 1636 îi trimite lui Micanzio şi această ultimă parte a Dialogurilor, însoţită de o scrisoare în care spune: „Vă trimit împreună cu prezenta cartea despre mişcare, în speranţa că dl. Elzevier se mai găseşte acolo, căruia vă rog să i-o predaţi...

P. S. Titlul, dedicaţia şi prefaţa către cititor vor fi trimise la timpul său".

Nerăbdător să afle de soarta manuscrisului, la 12 septembrie îl întreabă pe Micanzio dacă Elzevier a plecat şi dacă a dus cu sine manuscrisul. La aceasta Micanzio îi răspunde că Elzevier a plecat din Veneţia de mai bine de o săptămînă.

Prin plecarea lui Elzevier cu manuscrisul, tipărirea era asigurată, căci în Olanda — țară protestantă — nici iezuiții nici papa nu o mai putea împiedica. De aceea Galilei a renunțat la tipărirea operei în Austria sau în Franța. Mai rămînea încă de rezolvat problema titlului, prefeței și a dedicației cărții. Galilei nu a pus titlul pe nici unul din manuscrisele trimise în străinătate și lui Pieroni i-a atras atenția că opera să nu apară cu titlul *Dialogurile lui Galilei*, ci să poarte un alt nume, pentru ca, cu timpul, să nu se confunde numele și să fie prohibite și acestea. În general nu dorea ca numele său să apară în fruntea cărții.

În ceea ce privește dedicația, Galilei intenționa ca, dacă opera se va tipări la Viena, să o dedice împăratului Ferdinand al II-lea. Cum opera se tipări în Olanda și deoarece împăratul a murit în 1637, autorul era liber s-o dedice oricui dorea. Dar în Olanda nu se găsea o persoană potrivită căreia să-i facă această onoare. Ea s-a aflat însă curînd în persoana contelui de Noailles, fost elev al lui Galilei la Padova, care din 1634 era ambasador al Franței la Roma. În această calitate oficială Noailles a depus o deosebită stăruință la papa pentru suspendarea pedepsei maestrului său, deși cu rezultat negativ. În vara anului 1636 Noailles, urmînd să părăsească Italia, a cerut o permisiune specială de la papa ca să-l poată întîlni pe marele om de știință într-o localitate ce cădea în drumul său spre Paris. Întîlnirea a avut loc în localitatea Poggibonsi, nu departe de Florența, la 16 octombrie 1636. Aici Galilei îi dădu o copie a întregului manuscris al *Dialogurilor* și puseră la cale justificarea apariției cărții din care să rezulte că aceasta s-a făcut fără știrea autorului, din vina lui Noailles. În acest fel voiau să deruteze pe iezuiți și să evite persecuția autorului din partea inchiziției.

Într-un fragment rămas de la Galilei, acesta caută să prezinte astfel originea dedicației lui Noailles: „Deoarece în urma unor întîmplări neprevăzute și mai ales din cauza morții îm-

păratului, nu mi-am putut realiza intenția de a-mi dedica opera Majestății Sale, m-am gîndit că, întîmplîndu-se ca ilustrul domn contele de Noailles, vechiul și binevoitorul meu protector, să treacă prin aceste părți, cu ocazia întrevederii ce a avut-o cu mine să-i predau aceste opere, ca să le păstreze și să depună o copie în vreo bibliotecă faimoasă, pentru a nu li se pierde urma cu totul. Îmi mai închipui că într-un fel oarecare, necunoscut mie, o copie a ajuns în mîinile lui Elzevier, care au tipărit-o de bună voie, dar fiind proprietatea mea, îmi cer acum dedicația și titlul. La această cerere aș răspunde arătîndu-le cît a fost de nou și neașteptat pentru mine să aflu că, fără ca eu să fi știut ceva, mi s-au tipărit operele; în același timp m-aș hotărî să public o altă scrisoare, scrisă de mine contelui de Noailles, foarte îndoielnică dacă mă bucură sau întristează că aceste opere au fost imprimate fără cunoștința mea, avînd motive bine întemeiate de a mă teme că inamicii mei vigilenți sînt pe cale de a-mi pregăti vreo neplăcere, și că, aceasta întîmplîndu-se din cauza prea marei afecțiuni a d-lui conte față de mine, se cuvine ca el să sufere pedeapsa : astfel că dorința mea era ca opera să fie dedicată protecției sale".

În așteptarea imprimării, Galilei își propune să adauge încă două „Zile" la cele patru ale *Dialogurilor*. Lucrul însă merge încet din cauza slăbirii sănătății și mai ales a bolii de ochi care avea să-l ducă la pierderea vederii. De aceea, ducele de Toscana îi pune la dispoziție pe Dino Peri, profesor de matematici la universitatea din Pisa, pentru a duce la bun sfîrșit aceste completări.

Spre sfîrșitul anului 1637 tipărirea *Dialogurilor* este aproape gata și Elzevier urgentează trimiterea titlului cărții și dedicația. În noiembrie 1637 Galilei îi comunică titlul, dar nu și dedicația, pentru care așteaptă aprobarea lui Noailles. La 4 ianuarie 1638 Elzevier cere aprobarea să încheie cartea și fără „tratatul despre *ciocnire și uzul lănțișorului*, dacă nu-l puteți termina". Primind aprobarea de la Noailles, Galilei îi dedică acestuia, prin

scrisoarea sa din 9 martie 1638, *Dialogurile asupra ştiinţelor noi*. Dedicaţia a fost tipărită în fruntea cărţii, care a apărut în iulie 1638 cu titlul: *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, attenenti alla mecanica ad i movimenti locali la Leida.

Aflînd de schimbarea titlului, Galilei se plînge împotriva acestui act arbitrar al editorilor, în scrisoarea sa din august 1638 către Diodati: „Am rămas mirat şi supărat de libertatea pe care şi-a luat-o dl. Elzevier de a schimba titlul cărţii mele ..., după părerea mea trebuie că puţina simpatie pe care o au cei din Amsterdam faţă de mine l-a forţat la aceasta, dar d-voastră, ca un prieten adevărat şi sincer protector, mi-aţi face un serviciu dacă aţi putea obţine restaurarea titlului". Corectarea nu s-a mai putut face şi nici nu s-a mai putut afla care a fost titlul exact al operei, iar în scrisorile lui Galilei menţionate mai sus poartă diferite numiri. Cartea se vindea la Roma deja în decembrie 1638, în Veneţia în aprilie 1639, pe cînd autorul a primit primele exemplare abia în luna iunie a aceluiaşi an.

*

Dialogurile asupra ştiinţelor noi sînt scrise sub formă de dialog şi cuprind patru „Zile", după care este ataşat un Apendice. Interlocutorii sînt aceiaşi ca în *Dialogul asupra celor două mari sisteme ale lumii*, apărut în 1632, anume Salviati, Sagredo şi Simplicio.

Cei trei interlocutori discută într-un palat de pe Canal Grande din Veneţia, în limba italiană, şi numai în „Ziua a treia" şi „Ziua a patra" întîlnim părţi scrise în latineşte, pe care le citesc din opera autorului şi le discută. Autorul citat este însuşi Galilei, care nu figurează în discuţii decît în acest chip. Scriind în cele două limbi, Galilei şi-a propus atingerea unui scop dublu: să fie înţeles în ţara sa şi noua ştiinţă a dinamicii să poată ajunge la cunoştinţa savanţilor din Europa care nu cunoşteau

italiana. Textul latinesc cuprinde în realitate o expunere sistematică a dinamicii galileiene, elaborată de autor timp de mai bine de patru decenii. Apendicele este în întregime în latineşte.

Aşadar, în cele patru „Zile" din *Dialoguri* se discută cele două ştiinţe noi întemeiate de Galilei, a rezistenţei corpurilor solide şi a dinamicii.

„Ziua întîi" se ocupă cu coerenţa părţilor solidelor, „Ziua a doua" cu rezistenţa la rupere, „Ziua a treia" cu mişcarea uniformă şi uniform accelerată iar „Ziua a patra" cu mişcarea corpurilor aruncate.

În „Ziua întîi" se discută dacă corpurile solide avînd aceeaşi formă şi constituite din acelaşi material rezistă sau nu la fel influenţelor exterioare şi se ajunge la concluzia că rezistenţa lor nu este proporţională cu mărimea. Cauza acestei deosebiri provine din proprietăţile substanţei din care sînt formate corpurile. Se cercetează apoi coerenţa grinzilor de lemn, a frînghiilor etc. În toiul discuţiei interlocutorii se ocupă cu „groaza de vid" a naturii, ajungînd să măsoare „rezistenţa vidului", care în realitate este o măsurare a presiunii aerului. Dar interlocutorii ajung la concluzia că „groaza de vidul mare", adică de spaţii mari goale din natură, nu poate explica coeziunea corpurilor, de aceea se caută explicarea ei în vidul mic, adică în spaţiile mici, goale, ce se găsesc între particulele corpurilor. Noţiunea unei extensiuni continue, limitate, întrerupte printr-o infinitate de spaţii goale infinit de mici, ei caută să o explice cu ajutorul *roţii lui Aristotel*. Spaţiile mici dintre particulele fluidelor sînt umplute cu o substanţă, din care cauză forţa de comprimare a „groazei de vid" acţionează mai bine la solide decît la lichide. Cînd focul umple porii unui solid, aceştia nu-i mai pot da rezistenţă şi el se topeşte. Cînd însă focul părăseşte corpul, natura învinge groaza de vid, împinge particulele una spre cealaltă şi corpul se solidifică.

Se discută apoi teoria indivizibilelor şi îndeosebi problema infinitului. Concepţia lui Galilei despre indivizibile a fost re-

luată și tratată amănunțit de Cavalieri, în cartea sa *Geometria indivisibilibus* din 1635. Teoria lui Cavalieri este obscură, totuși ea a dat ocazia matematicienilor să se ocupe cu infiniții mici, ceea ce a dus la calculul infinitezimal. Într-o diversiune, Galilei, prin gura lui Salviati, preconizează o experiență prin care s-ar putea măsura viteza de propagare a luminii. După aceasta se discută o explicație a condensării și rarefierii, evitînd atît vidul cît și impenetrabilitatea, arătîndu-se inconvenientul unei astfel de explicații. Cu această ocazie, Galilei demonstrează unele proprietăți ale figurilor geometrice.

Într-o altă diversiune, Galilei atinge teoria lui Aristotel asupra căderii corpurilor, care stătea la baza dinamicii antice și peripateticieene, și anume că corpurile diferite cad în același mediu cu viteze proporționale cu greutatea lor și că viteza de cădere a aceluiași corp în medii diferite este invers proporțională cu greutățile specifice ale acelor medii. Cu această ocazie demonstrează că aerul este greu și susține că oscilațiile unui pendul sînt isocrone, ceea ce s-a dovedit a fi adevărat numai pentru unghiuri mai mici de circa 3°.

De asemenea se arată influența mediului asupra mișcării corpurilor.

În ultima parte a acestor discuții, Galilei încearcă o teorie a consonanței și disonanței muzicale, bazată pe legile oscilațiilor pendulului. Oricît de interesantă ar fi fost pe acele vremuri această teorie, s-a dovedit a fi insuficientă.

Obiectul discuției în „Ziua a doua" este rezistența la rupere a grinzilor și cilindrilor, a cărei teorie interlocutorii o sprijină pe principiul pîrghiei. Se ajunge la concluzia că pentru grinzi fixate la un capăt, ce au aceeași secțiune dar lungimi diferite, rezistența variază invers proporțional cu pătratul lungimii iar pentru grinzi de aceeași lungime dar de secțiuni diferite, rezistența variază cu raportul cuburilor diametrelor. Pentru grinzi de aceeași formă dar de mărimi diferite, rezistența scade cînd mărimea crește. Astfel, osul unui gigant, de trei ori mai lung

decît al unui om normal, pentru a avea aceeaşi rezistenţă, trebuie să aibă o grosime foarte mare. Se studiază apoi rezistenţa unei grinzi sprijinite la ambele capete, apoi rezistenţa la tracţiune a unor grinzi de formă prismatică şi parabolică, a cilindrilor goi etc.

Cu această ocazie se găseşte lungimea la care o prismă sau un cilindru se rupe sub propria sa greutate. De asemenea, se determină ce formă ar trebui să aibă un solid care în toate părţile sale să fie la fel de rezistent. Acesta este cazul unei prisme parabolice. Ultima problemă studiată, aceea a solidelor goale, duce la concluzia că robusteţea unui cilindru gol se raportează către robusteţea unui cilindru plin, din acelaşi material, lungime şi grosime, precum diametrele lor.

În discuţiile din primele două „Zile" Galilei se dovedeşte a fi un inginer de prima calitate. Faptul însuşi că discuţiile au loc în curtea arsenalului din Veneţia arată preocupările sale pentru probleme de tehnică. Căutînd rezolvarea lor teoretică, el îmbină în mod ingenios teoria cu practica iar rezultatele la care a ajuns s-au dovedit a fi corecte. Ele stau la baza studiului rezistenţei materialelor.

În „Ziua a treia" obiectul tratat este mişcarea uniformă şi cea uniform accelerată. Aici Galilei expune legile căderii libere a corpurilor, descoperite de el. Metoda de expunere este cea euclidiană şi începe cu definiţii şi axiome, continuînd cu propoziţii, teoreme şi probleme, toate enunţate în limba latină. Discuţiile în italiană nu sînt decît completări ale textului latinesc. După ce defineşte mişcarea uniformă şi cea uniform accelerată şi legile lor, Galilei arată că mişcarea unui corp ce cade liber sau pe un plan înclinat este uniform accelerată. Aici găsim descrisă şi experienţa cu planul înclinat al lui Galilei.

Se demonstrează că vitezele cîştigate de corpurile ce cad pe plane înclinate de înălţimi egale sînt egale, pe cînd timpul de cădere pe planul înclinat către cel de cădere pe verticală este în acelaşi raport ca lungimea planului către înălţimea lui.

De aici se deduce că timpurile de cădere pe plane de diverse înclinări, dar de aceeași înălțime, sînt proporționale cu lungimile lor. De asemenea, timpurile de cădere pe plane de diverse înclinări, dar egale, se raportează între ele ca inversul rădăcinilor pătrate ale înălțimilor lor. De asemenea se demonstrează că dacă din vîrful sau partea inferioară a unui cerc vertical ducem plane înclinate pînă la circumferință, timpurile de cădere pe acestea vor fi egale.

„Ziua a patra" tratează despre mișcarea proiectilelor. Mișcarea unui corp greu aruncat orizontal se compune dintr-o mișcare rectilinie orizontală și uniformă și dintr-una verticală și uniform accelerată. Traiectoria acestei mișcări este o parabolă. Aceasta este valabilă însă numai în vid, deoarece rezistența aerului modifică traiectoria proiectilelor de la linia parabolică. De asemenea, se demonstrează că un proiectil atinge distanța maximă dacă este aruncat sub un unghi de 45° și că distanțele atinse de proiectile aruncate sub unghiuri egal diferite de 45° sînt egale.

Lagrange se exprimă astfel despre „Ziua a treia" și „Ziua a patra" : „se cere un geniu extraordinar pentru a le concepe și nu le putem admira de ajuns".

Apendicele se ocupă cu determinarea centrului de greutate al diverselor corpuri, îndeosebi al conului și paraboloidului de revoluție.

Dialogurile asupra științelor noi este opera științifică cea mai valoroasă a lui Galilei. În ea își are sîmburele mecanica clasică, numită azi mecanica lui Galilei și Newton. Cele două științe noi pe care le expune autorul sînt rezistența și coerența solidelor și dinamica. Rezistența și coerența solidelor era o știință necunoscută mai înainte iar stabilirea legilor ei fundamentale se datorește exclusiv lui Galilei. Pentru fundamentarea dinamicii el a trebuit mai întîi să combată și să distrugă concepțiile greșite ale lui Aristotel asupra mișcării și numai după aceea să stabilească prin experiențe laborioase și raționamente riguroase

legile acesteia. Partea care se ocupă cu legile căderii corpurilor este cea mai importantă.

Apariția *Dialogurilor* a stîrnit senzație atît în Italia cît și în străinătate, deși cuprinsul lor era cunoscut de mulți înainte de a se tipări. Atît oamenii de știință italieni cît și cei din Franța discutaseră deja cu Galilei unele propoziții asupra mișcării, ale căror demonstrații autorul le comunica oricui fără nici o rezervă, iar manuscrisele cărții circulau în copii cu mult mai înainte ca aceasta să fie imprimată. Îndeosebi manuscrisul predat contelui de Noailles s-a bucurat de o largă circulație la Paris. Încă în aprilie 1637 Galilei este informat că Mersenne, ale cărui reuniuni științifice săptămînale erau frecventate de Gassendi, Descartes, Carcavi, Auzoult, Pascal etc., a văzut cartea *De motu*. Micanzio, care citise filele primite de la autor înainte de a le preda lui Elzevier, precum și coalele tipărite trimise de editor pentru corectură, este încîntat că posteritatea va avea o știință nouă atît de valoroasă cum nu s-a mai pomenit în imaginația oamenilor.

În februarie 1639 Castelli îl informează din Roma pe Galilei că acolo s-au vîndut toate exemplarele sosite cu un *scudo* exemplarul, dar publicul le-ar cumpăra pe un preț și mai ridicat. El însuși le citește prietenilor săi, care, deși nu înțeleg toate demonstrațiile geometrice, rămîn uimiți de celelalte argumente.

Deosebit de entuziasmat de noua carte este Cavalieri, care, mulțumindu-i într-o scrisoare că i-a făcut onoarea de a-i cita *Specchio ustorio* și a-l elogia împreună cu indivizibilele sale, își exprimă admirația văzînd cu cîtă originalitate și ingeniozitate pătrunde Galilei secretele cele mai profunde ale naturii și cu cîtă ușurință explică lucrurile cele mai grele. Îndeosebi îl uimește cît de norocos a putut străbate „imensul ocean al indivizibilelor, viduurilor, infinităților, luminii și al miilor de alte lucruri prăpăstioase și necunoscute, fiecare din ele fiind suficient pentru a face să naufragieze pe oricine, oricît de ingenios ar fi. O, cît de recunoscătoare vă va fi lumea că i-ați

netezit drumul spre lucruri atît de noi și de delicate ! cît de mult au să vă fie recunoscători filozofii, care vor învăța care este adevărata cale de a filozofa !".

Același ton elogios îl are și Baliani, care discută cu multă competență unele probleme ale căderii corpurilor, tratate în *Dialoguri*. Citind mai amănunțit cartea, atît Cavalieri cît și Baliani revin în scrisori mai lungi asupra diverselor chestiuni privitoare la mișcare, muzică, condensare etc. La fel se exprimă și noul profesor de matematici al universității din Bologna, Vincenzo Renieri. Laudele acestor matematicieni celebri ai Italiei erau cu atît mai prețioase pentru Galilei cu cît ele veneau din partea unor specialiști în stare să aprecieze la justa valoare opera marelui savant.

*

Cînd au apărut *Dialogurile*, Galilei era complet orb. Cu toate acestea nu încetă să lucreze și mai ales să ducă la bun sfîrșit ultimele două „Zile", pe care nu le putuse termina la timp. Dar în vara anului 1638 se îmbolnăvi și Dino Peri, care peste doi ani muri, astfel că Galilei rămase fără acest ajutor prețios. În curînd însă primi un ajutor în persoana tînărului Vincenzo Viviani, care-și făcea studiile la Florența, ajutat de marele duce de Toscana, avînd permisiunea de a-l vizita pe maestru. În discuțiile sale cu Galilei, Viviani ridică unele obiecții împotriva principiului stabilit de acesta că „un corp ce cade de la aceeași înălțime capătă același grad de viteză oricare ar fi înclinarea planului pe care cade, fiind înlăturate piedicile". Meditînd asupra obiecției, Galilei găsi demonstrația principiului pe care o comunică prin scrisoarea sa din 3 decembrie 1639. Ea a apărut în ediția din Bologna a operelor lui Galilei, din 1655.

Viviani era însă prea tînăr pe atunci pentru a-i putea da un ajutor mai substanțial la terminarea operei. Galilei avea nevoie de un om format, bun mînuitor al matematicilor. De aceea se bucură mult cînd Castelli, prin scrisoarea sa din

2 martie 1641, îi atrase atenția asupra lui Evangelista Torricelli (1608—1647), care fusese elev al său la Roma înainte cu 10 ani și pe care-l descrie ca un excelent matematician ce obținuse rezultate admirabile în studiul mișcării și face onoare școlii lui Galilei.

La îndemnul lui Castelli, Torricelli îi trimite maestrului lucrarea sa *Trattato del moto*, ca o „parafrază" la știința galileiană. Între timp Castelli sosind la Arcetri și văzînd starea gravă a sănătății lui Galilei, îi propuse să-l cheme pe Torricelli pentru a-i fi de ajutor. Apreciind valoarea științifică a lui Torricelli, Galilei îl invită la el. Acesta acceptă invitația cu entuziasm, dar nu putu părăsi Roma din cauză că trebuia să-l înlocuiască pe Castelli pînă la înapoierea lui din Florența. Nerăbdător, Galilei repetă invitația prin scrisoarea sa din 27 septembrie 1641, spre a putea discuta cu el verbal, „cît și spre a vă comunica cîteva frînturi de gînduri matematice și fizice, pentru a putea, cu ajutorul d-voastră, să le perfecționez, ca mai puțin tulburi să le pot da în vileag împreună cu alte lucrări mai mici ale mele".

Primind această scrisoare Torricelli se hotărî să plece la Florența, unde ajunse la începutul lui octombrie 1641. Sub îndrumarea lui Galilei începu redactarea „Zilei a cincea" din *Dialoguri* care fu apoi tipărită de Viviani în cartea sa *Della scienza universale delle proporzioni*, apărută mai întîi în 1674 la Florența.

Viviani, ultimul elev al lui Galilei, în biografia acestuia, istorisește astfel perioada ultimă de activitate științifică a maestrului: „Concepuse (după ce *Dialogurile asupra științelor noi* apăruseră) să scrie două „Zile" pentru a fi adăugate la celelalte patru, și în prima intenționa să introducă multe considerații și meditații noi în diversele locuri ale „Zilelor" deja imprimate, aducînd cu sine soluția unui mare număr din problemele naturale ale lui Aristotel și a altor afirmații și idei ale acestuia, descoperind greșeli în special în tratatul *De incessu animalium*; și, în sfîrșit, în „Ziua" ultimă să promoveze o altă știință nouă,

tratînd în mod geometric minunata forţă de percuţie, unde el însuşi spunea că a descoperit şi a demonstrat concluzii precise şi ascunse, care depăşeau cu mult alte speculaţii deja publicate. Dar fiind atins de o febră lentă şi de o palpitaţie a cordului, după două luni de boală, care l-a consumat pe încetul, miercuri 8 ianuarie 1642 orele 4 din noapte ... şi-a dat sufletul...".

„Ziua a cincea" şi „Ziua a şasea" sînt scrise tot sub formă de dialog, dar pe cînd în „Ziua a cincea" interlocutorii sînt aceiaşi ca în primele patru, în „Ziua a şasea" Simplicio este înlocuit cu Aproino. Această dispariţie de pe scenă a lui Simplicio nu este greu de explicat. Însuşi Galilei justifică, prin gura lui Sagredo, absenţa lui Simplicio prin lipsa lui de cunoştinţe suficiente de geometrie, care l-au făcut aproape incapabil să urmărească, necum să discute cu folos propoziţiile din „Ziua a treia" şi „Ziua a patra" asupra mişcării şi mai ales asupra centrului de greutate. De altfel Simplicio aici nu mai este peripateticianul înfocat care discuta numai cu texte din Aristotel, fără să raţioneze şi să observe fenomenele. Acest lucru îl observă foarte bine şi Castelli în scrisoarea din 12 februarie 1639 către Galilei în care spune: „mi se pare că prin conversaţia lungă cu colegii săi s-a potolit mult şi nu se grăbeşte atît de mult şi de încăpăţînat, cum s-ar cuveni unui bun peripatetician, să spună şi să susţină absurdităţi".

Locul lui Simplicio îl ocupă Paolo Aproino, din Treviso, fost elev la Padova al lui Galilei, mai tîrziu în serviciul Republicii Veneţiene, apoi vicar la Treviso. Aproino a fost unul din prietenii intimi ai lui Galilei, în casa căruia au făcut împreună experienţe asupra percuţiei şi cu care a purtat o vie corespondenţă. Într-o scrisoare către Micanzio, Galilei numeşte pe acest prieten o „minte aleasă" iar în *Dialoguri*, prin Sagredo şi Salviati, îl acoperă cu laude. Aproino este inventatorul unui aparat pentru întărirea sunetului, pe care-l elogiază prefaţa generală la Operele lui Galilei, ediţia din Padova, 1744.

În primăvara anului 1635 Aproino a primit de la Micanzio cîteva foi din *Dialoguri* asupra cărora își exprimă admirația prin scrisoarea din 5 martie 1635 către Galilei. Este „o admirație care nu tulbură nici nu confundă, ci distinge și lămurește, datorită ușurinții și clarității cu care ea reprezintă și explică ceea ce e atît de obscur și de depărtat de simțuri". El îl sfătuiește pe Galilei să depună „trei sau patru copii în biblioteci și libere, cum ar fi una aici, una în Franța, una în Germania sau în Flandra...".

Murind Aproino la Veneția în 1638, Galilei l-a imortalizat punîndu-l să figureze în *Dialoguri*, dîndu-i un rol potrivit cu preocupările lui științifice.

„Ziua a șasea" se ocupă cu percuția corpurilor, combătînd teoria lui Aristotel care confundă percuția cu apăsarea. Potrivit concepției lui Galilei, deosebirea dintre apăsare și percuție stă în aceea că apăsarea simplă poate învinge numai o rezistență mică, pe cînd percuția poate înlătura orice rezistență, dar numai într-un spațiu limitat.

Importanța *Dialogurilor* pentru mecanică a scos-o în evidență în mod admirabil Lagrange, care în celebra sa *Mecanică analitică* din 1788 scrie: „Dinamica este știința forțelor acceleratoare sau întîrzietoare și a mișcărilor variate pe care ele trebuie să le producă. Această știință se datorește modernilor și Galilei este acela care i-a pus primele fundamente. Înaintea lui nu s-au considerat forțe care acționează asupra corpurilor decît în caz de echilibru și cu toate că accelerația corpurilor grele și mișcarea curbilinie a proiectilelor nu se putea atribui decît acțiunii constante a gravității, încă nimeni nu reușise să determine legile acestor fenomene zilnice dintr-o cauză atît de simplă. Galilei a făcut cel dintîi acest pas important și a descoperit prin aceasta o cale nouă progresului mecanicii. Această descoperire este expusă și dezvoltată în lucrarea intitulată *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*... care a apărut, pentru prima dată la Leida, în

1638...; ea constituie astăzi partea cea mai solidă şi mai reală a gloriei acestui om mare.

Descoperirile sateliţilor lui Jupiter, a fazelor lui Venus, a petelor solare etc...., nu cereau decît telescoape şi asiduitate; dar trebuia un geniu extraordinar pentru a desprinde legile naturii din fenomenele care se aflau în permanenţă în faţa ochilor, a căror explicaţie a scăpat însă cercetărilor filozofilor".

Influenţa *Dialogurilor* asupra dezvoltării ulterioare a fizicii a fost covîrşitoare. Prin formularea matematică a legilor căderii corpurilor, Galilei a deschis drumul spre fizica newtoniană. Comparînd mişcarea Lunii cu căderea unui corp pe Pămînt şi folosind rezultatele lui Huygens privitoare la mişcarea unui mobil pe un cerc, Newton a arătat că, admiţînd că particulele se atrag reciproc cu o forţă invers proporţională cu pătratul distanţelor lor, se poate explica mişcarea eliptică a planetelor după legile lui Kepler. Contribuţia lui Galilei, Kepler, Huygens şi Newton ne-a dat dinamica modernă, înlăturînd definitiv ideile confuze despre mişcarea corpurilor terestre şi cereşti ale fizicii lui Aristotel.

*

Galilei a mai scris unele lucrări şi a mai făcut noi descoperiri. Astfel, la 7 noiembrie 1637 îl anunţă pe Micanzio despre descoperirea libraţiei Lunii, dînd şi o explicaţie a acestui fenomen. De asemenea, redactă cîteva note împotriva părerilor peripateticienilor, pe care intenţiona să le publice într-un volum. Cea mai frumoasă dintre ele este *Lettera sul candore lunare*, dictată în martie 1640 sub formă de scrisoare către prinţul Leopoldo dei Medici, în care combate obiecţiile profesorului Fortunio Liceti din Padova împotriva teoriei lui Galilei a luminii cenuşii a Lunii. În sfîrşit, în toamna anului 1641 Galilei observă că problema măsurării timpului poate fi rezolvată prin aplicarea pendulului la orologiu ca regulator al mişcării acestuia. El expuse planul orologiului cu pendul fiului său

Vincenzo, care făcu o schiță după indicațiile primite, dar construirea unui asemenea orologiu nu putu avea loc din cauza îmbolnăvirii sale. După cîțiva ani de la moartea tatălui său, Vincenzo reluă problema și era tocmai angajat în construirea unui astfel de orologiu cînd se îmbolnăvi și muri în 1649.

Primul orologiu cu pendul a fost construit de Huygens.

Deși condamnarea nu i-a fost ridicată niciodată, ultimii ani ai vieții sale Galilei i-a petrecut, în mare parte, la vila sa din Arcetri, unde i s-a permis să primească vizite. Astfel în 1635—1636 a fost vizitat de filozoful englez Thomas Hobbes (1588—1679), în 1638 de poetul englez John Milton (1608—1674), precum și de filozoful francez Pierre Gassendi (1592—1655).

La 5 noiembrie 1641 Galilei căzu la pat și la 8 ianuarie 1642, în prezența lui Viviani, Torricelli și a fiului său Vincenzo, încetă din viață. A fost înmormîntat în biserica Santa Croce din Florența.

★

Strălucit om de știință și gînditor, Galileo Galilei a contribuit, prin descoperirile și ideile sale îndrăznețe, la progresul științei, la eliberarea ei de sub auspiciile scolasticii medievale. Teza sa cu privire la mișcare, ca și legile căderii corpurilor descoperite de el, constituie momente hotărîtoare pentru dezvoltarea fizicii și a mecanicii. Nu mai puțin importante sînt descoperirile sale în domeniul astronomiei. Deși admitea în mod greșit existența și necesitatea unui impuls inițial divin în mecanica universului, el preciza că în urma acestui impuls, natura își desfășoară fenomenele după propriile legi. Mare inventator, el a construit numeroase aparate, care, perfecționate ulterior, au dat un mare impuls dezvoltării cercetării științifice. Materialist mecanicist, pornind de la ideea existenței obiective a lumii materiale, el a luptat împotriva concepției teologale despre lume a timpului său, pentru liber-

tatea cunoaşterii ştiinţifice, despre care afirma că nu poate fi stăvilită şi nu are limite. În cercetarea ştiinţifică baza o formează experienţa. Preocuparea trebuie îndreptată în direcţia explicării legăturilor cauzale, nu doar a consemnării şi descrierii fenomenelor. Cunoaşterea are două trepte : una senzorială şi alta raţională.

Atari idei reprezintă contribuţii dintre cele mai fertile la propăşirea ştiinţei, a gîndirii omeneşti creatoare.

Prof. VICTOR MARIAN

NOTĂ ASUPRA EDIȚIEI

Opera lui Galilei, a cărei traducere în romînește o dăm acum pentru întîia dată, a apărut în 1638 și poartă titlul: *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, attenenti alla mecanica ed i movimenti locali.* Acest titlu a fost pus în fruntea cărții de către editor fără știrea prealabilă a autorului, căruia i s-a părut prea vulgar, dar nu a mai avut posibilitatea să-l schimbe. Nu se știe ce titlu ar fi dorit Galilei să-i dea și în literatură, de obicei, cartea poartă numele prescurtat de *Dialoghi delle nuove scienze*, pe care l-am adoptat și noi pentru această traducere.

Textul de care ne-am servit este cel apărut, sub îngrijirea lui Timpanaro, al operelor lui Galilei în 1938 în colecția Classici Rizzoli, cu ocazia împlinirii a 300 de ani de la apariția primei ediții. El nu este identic cu cel din ediția originală din Leida, ci cuprinde adausurile făcute de Galilei în vederea unei noi ediții, care însă nu a putut apare în timpul vieții autorului. Am preferat să-l urmăm pe Timpanaro față de marea *Edizione nazionale* a operelor lui Galilei, scoasă de A. Favaro în 1890—1909, care pune adausurile sub formă de note. Prin aceasta pe de o parte ne apropiem mai mult de textul definitiv dat de Galilei, pe de alta ușurăm mult munca cititorului, care nu este silit să aleagă între texte alternative. De asemenea, urmînd pe Timpanaro, am plasat „Ziua a șasea" înaintea „Zilei a cincea", cea dintîi fiind în legătură mai strînsă cu pri-

mele patru decît a cincea, care nu mai prezintă decît un interes pur istoric.

Cartea lui Galilei a fost scrisă în limba italiană, cu intercalări lungi în latinește. Acestea din urmă cuprind definiții, axiome, propoziții, demonstrații etc., scrise pentru oamenii de știință ai vremii. În traducere ne-am ținut cît mai aproape de textul latin, permițîndu-ne oarecare libertate numai în ceea ce privește pe cel italian, care conține expresii populare din acea vreme ce nu pot fi întotdeauna redate exact în romînește. De altfel, textul latin este cules cu caractere cursive pentru a putea fi ușor deosebit.

La traducerea operei am avut colaborarea prețioasă a asistentei Maria Popescu, atît în ceea ce privește stilizarea, cît și stabilirea textului romînesc. De asemenea, am redactat împreună adnotările.

În stabilirea textului ne-am mai folosit de traducerea germană a *Dialogurilor* a lui Oettinger, apărută în colecția Ostwald's Klassiker der Naturwissenschaften.

DEDICAȚIA CĂTRE CONTELE FRANÇOIS DE NOAILLES

Prea ilustre domn,

Consider drept o consecință a mărinimiei domniei voastre cele ce ați binevoit a dispune referitor la opera mea; cu toate că (după cum știți), derutat și speriat de soarta nefericită a altor opere ale mele*), m-am hotărît să nu mai public nici una din lucrările mele, totuși, pentru ca ele să nu rămînă îngropate, m-am hotărît să depun copia manuscrisă într-un loc accesibil cel puțin celor cunoscători ai materiei tratate de mine și de aceea am găsit că locul cel mai potrivit este să o depun în mîinile domniei voastre, fiind sigur că datorită afecțiunii deosebite față de mine, veți avea grijă să păstrați rodul studiilor mele; și de aceea, în trecerea dvs. pe aici, la întoarcerea de la ambasada din Roma, am avut onoarea de a vă omagia personal, după cum am făcut de mai multe ori prin scrisori; cu ocazia acestei întîlniri am predat domniei voastre copia acestor două opere pe care atunci le aveam gata, față de care ați arătat un deosebit interes, asigurîndu-mă că le veți păstra cu grijă și comunicîndu-le în Franța unor prieteni, cunoscători ai acestor științe, veți arăta că, deși am tăcut, nu mi-am petrecut timpul cu totul nefolositor. Mă pregăteam să trimit apoi alte cîteva copii în Germania, în

*) Galilei se referă la traducerea latină a *Dialogului asupra celor două sisteme mari ale lumii* și la *Scrisoarea către Doamna Cristina de Lorena.*

Flandra, în Anglia, în Spania şi probabil în vreo localitate din Italia, cînd pe neaşteptate am fost înştiinţat de editorii Elzevier că au început tipărirea acestor opere ale mele şi că, prin urmare, trebuie să iau o hotărîre referitor la dedicaţie şi să le trimit repede conceptul meu. Mişcat de această noutate neprevăzută şi neaşteptată, am meditat şi am ajuns la concluzia că dorinţa domniei voastre de a face cunoscut numele meu, comunicînd diverselor persoane scrierile mele, a făcut ca ele să ajungă în mîinile editorilor amintiţi, care, intenţionînd să publice alte opere ale mele, au voit să-mi facă onoarea de de a le imprima cu tiparul lor minunat şi artistic. De aceea, aceste scrieri se pot mîndri că au avut fericirea de a ajunge în mîinile unui judecător atît de distins, care, îmbinînd atîtea calităţi ce vă disting, cu o mărinimie incomparabilă, preocupat şi de binele public căruia vi s-a părut că opera mea poate să-i fie folositoare, aţi voit să le onoraţi şi mai mult. Aşa stînd lucrurile consider ca eu, printr-o manifestare deosebită, să-mi arăt recunoştinţa faţă de generoasa afecţiune a domniei voastre, care a binevoit să-mi mărească faima, lăsînd să-şi desfacă aripile larg sub cerul deschis, atunci cînd mi se părea un dar suficient ca ea să rămînă în spaţii mai restrînse. De aceea, numelui domniei voastre se cuvine să-i dedic şi să-i consacru acest rod al meu; la aceasta mă constrînge nu numai mulţimea obligaţiilor pe care le am, ci şi interesul, care (permiteţi-mi să mă exprim astfel) vă obligă să-mi apăraţi reputaţia împotriva oricui ar voi să o ofenseze, cînd domnia voastră m-a apărat împotriva adversarilor. De aceea, mergînd înainte sub stindardul şi protecţia domniei voastre, mă închin cu umilinţă, dorindu-vă ca recompensă a acestei bunăvoinţe, culmea fericirii şi măririi.

Arcetri, 6 martie 1638

Al domniei voastre
devotat servitor,
Galileo Galilei

EDITORUL CĂTRE CITITORI

Viaţa civilă dezvoltîndu-se prin intermediul ajutorului mutual şi alternativ al oamenilor unii faţă de ceilalţi, şi la aceasta servind îndeosebi artele şi ştiinţele, inventatorii acestora au fost întotdeauna stimaţi de antichitatea înţeleaptă; şi cu cît o invenţie a fost mai excelentă sau utilă, cu atît mai mari onoruri li se dădeau inventatorilor, pînă la a fi zeificaţi (oamenii voind, în înţelegere comună, printr-un astfel de semn al onorării supreme să perpetueze memoria autorilor bunăstării lor). La fel acei care, prin ascuţimea minţii lor, au perfecţionat lucrurile deja existente, descoperind greşelile nenumăratelor propoziţii stabilite de oameni distinşi şi recunoscute ca adevărate timp îndelungat, sînt vrednici de multă laudă şi admiraţie; ţinînd seama că o astfel de descoperire este lăudabilă chiar dacă descoperitorii au înlăturat numai falsitatea, fără să afle adevărul, atît de greu de atins prin sine însuşi, potrivit afirmaţiei marelui orator: *Utinam tam facile possem vera reperire, quam falsa convincere**). Într-adevăr, valoarea acestei laude se datoreşte ultimelor secole, în care artele şi ştiinţele, inventate de cei vechi, prin truda marilor savanţi, au ajuns prin multe dovezi şi experienţe la o mare perfecţiune care creşte în fiecare zi: şi, în particular, aceasta

*) Dacă aş putea tot atît de uşor să aflu adevărul, ca şi să dovedesc falsitatea, Cicero, *De natura deorum*, I, XXXIII. Acest citat al lui Galilei din Cicero este semnificativ întrucît atrage atenţia asupra ştiinţei erorilor.

se manifestă în ştiinţele matematice, în care (lăsînd la o parte pe mulţi care li s-au dedicat cu mult succes) primul rang îi este atribuit cu tot dreptul domnului Galileo Galilei, membru al Academiei dei Lincei*), fără nici o discuţie, ba chiar cu aprobarea unanimă a celor competenţi, atît pentru a fi arătat eroarea multor raţionamente referitoare la diferite concluzii confirmate prin demonstraţii solide (de care sînt pline operele sale deja publicate), cît şi pentru a fi descoperit cu ajutorul telescopului (inventat mai întîi în ţara noastră**), dar perfecţionat mult de dînsul) şi a fi comunicat înaintea tuturora existenţa celor patru sateliţi ai lui Jupiter, de a fi dat adevărata şi sigura explicaţie a Căii Lactee, a petelor solare, a asperităţilor şi părţilor întunecate ale Lunii, a lui Saturn tricorporeu, a fazelor lui Venus, a calităţii şi a aşezării cometelor, toate lucruri necunoscute de astronomii sau de filozofii antici, astfel că se poate spune că prin el astronomia a fost înviorată şi a apărut într-o nouă lumină : din perfecţionarea căreia (întrucît în ceruri şi în corpurile cereşti se manifestă cu mai multă evidenţă şi frumuseţe, decît în toate celelalte lucruri create, puterea, înţelepciunea şi bunătatea supremului creator) rezultă marele merit a celui care ne-a deschis calea cunoaşterii, prin aceea că ne-a făcut aceste corpuri deosebit de vizibile, cu toată depărtarea lor aproape infinită de la noi; apoi fiindcă, după cum se spune de obicei, vederea ne învaţă mai mult şi cu mai multă siguranţă într-o singură zi decît ar putea-o face preceptele, repetate de o mie de ori, cunoaşterea intuitivă (cum spunea cineva) mergînd mînă în mînă cu definiţia. Dar cu mult mai bine se manifestă darul

*) Academia dei Lincei a fost întemeiată în 1603 de principele Federigo Cesi şi este una din cele mai vechi societăţi academice din Italia. Numele l-a primit de la animalul Lynx (rîs), deoarece membrii acestei instituţii trebuiau să studieze natura „cu ochi de lynx". Sensul mitologic al cuvîntului se referă la argonautul Lynceus care era un excelent observator al cerului.

**) Este vorba de Olanda, fiindcă cei care au scris prefaţa sînt fraţii Elzevier.

pe care i l-a dat Dumnezeu şi natura (datorită multor oboseli şi vegheri) în această operă, în care se vede că el este descoperitorul a două ştiinţe noi şi a primelor lor principii şi fundamente demonstrate în mod concludent, adică geometric; şi, ceea ce face şi mai minunată această operă, este că una din cele două ştiinţe se referă la un subiect etern, fundamental în natură, speculat de toţi marii filozofi, asupra căruia s-au scris foarte multe volume; vorbesc despre mişcarea locală, cauza unui număr infinit de fenomene minunate, din care nici unul nu a fost găsit pînă acum, necum demonstrat de cineva; cealaltă ştiinţă, de asemenea demonstrată din principiile sale, se referă la rezistenţa pe care o opun corpurile solide ruperii prin forţă; cunoaşterea ei este de mare folos, mai ales în ştiinţele şi artele mecanice, ea cuprinzînd încă multe fenomene şi propoziţii pînă acum necunoscute. În această carte se deschid primele drumuri spre aceste două noi ştiinţe, pline de propoziţii, care vor fi înmulţite la infinit o dată cu trecerea timpului, de către minţi speculative, şi printr-un număr mare de propoziţii demonstrate se arată progresul şi trecerea la altele infinit de multe, după cum orice om inteligent va înţelege şi recunoaşte cu uşurinţă.

ZIUA ÎNTÎI

Interlocutori: Salviati, Sagredo şi Simplicio

Salv. Mi se pare că vizitarea deasă a faimosului dvs. arsenal, domnilor veneţieni, deschide minţilor speculative, un cîmp larg pentru a filozofa şi în special în partea care se numeşte mecanică; avînd în vedere că aici se folosesc încontinuu tot felul de instrumente şi maşini de către un mare număr de meşteri, între care, datorită atît observaţiilor făcute de antecesorii lor cît şi celor pe care le fac încontinuu prin experienţa proprie, trebuie să se găsească foarte mulţi oameni pricepuţi şi ageri la minte.

Sagr. Dumneavoastră nu vă înşelaţi cîtuşi de puţin, şi eu, fiind din natură curios, vizitez adesea acest loc pentru distracţia mea şi stau de vorbă cu acei care, din cauză că se remarcă faţă de ceilalţi meşteri, îi numim maeştri; conversaţia cu ei mi-a ajutat de mai multe ori în căutarea cauzei efectelor nu numai miraculoase, ci şi ascunse şi aproape de necrezut. Este adevărat că uneori am ajuns la confuzie şi disperare că nu pot înţelege ceea ce, fiind străin de concepţia mea, simţurile îmi prezintă totuşi ca adevărat. Şi cu toate că ceea ce spunea nu de mult unul din aceşti maeştri este o maximă cunoscută, eu totuşi am considerat-o cu totul vană, ca multe altele ce ies din gura celor puţin inteligenţi, folosite cred de ei pentru a arăta că ştiu să spună ceva despre ceea ce nu înţeleg.

Salv. Domnia voastră vreți probabil să faceți aluzie la ceea ce s-a spus ultima dată cînd noi căutam să înțelegem pentru ce întrebuințau o aparatură atît de mare de suporturi, armături, sprijine și întăriri în jurul acelei mari corăbii care trebuia lansată, ceea ce nu se face la vasele mai mici; la aceasta unul din maeștri a răspuns că aceasta se face pentru a evita pericolul de a se sfărîma corabia, apăsată fiind de greutatea sa foarte mare, inconvenient care nu se întîlnește la vasele mai mici.

Sagr. Tocmai la aceasta mă refer și mai ales la ultima concluzie adăugată de el, pe care eu întotdeauna am considerat-o ca o concepție populară fără importanță; anume că, în acest caz și în cel al altor mașini asemănătoare nu trebuie să argumentăm la fel în cazul lucrurilor mici ca în cazul celor mari, fiindcă multe invenții de mașini reușesc în mic, dar nu se mențin în mare. Dar fiindcă toate raționamentele mecanice se sprijină pe geometrie, în care nu văd ca mărimea sau micimea să facă cercurile, triunghiurile, cilindrii, conurile și oricare alte figuri solide să fie supuse unele unor proprietăți și altele altora; cînd mașina cea mare este executată în toate părțile sale proporțional cu cea mică, pentru ca ea să fie solidă și să reziste funcțiunii căreia îi este destinată, nu văd pentru ce să nu fie și scutită de accidente nefericite și destructive care pot să o ajungă.

Salv. Ceea ce spune lumea este cu totul greșit și atît de neadevărat încît contrariul său se poate enunța cu tot atîta certitudine, spunînd că multe mașini se vor putea construi mai perfect în mare decît în mic: ca, de exemplu un orologiu, care să arate și să bată orele, cu mult mai exact se poate face mare decît mic. Mai temeinic aplică această afirmație alții mai inteligenți, care din reușita mașinilor mari, neconforme cu dimensiunile ce se culeg din demonstrațiile geometrice pure și abstracte, atribuie cauza, imperfecțiunii materialului care este supus multor alterări și transformări. Dar nu știu dacă

voi putea, fără să devin arogant, să spun că nici recurgerea la imperfecţiunile materialului, care sînt în stare să contamineze demonstraţiile pur matematice, nu este suficientă să explice nepotrivirea maşinilor reale cu cele abstracte şi ideale : totuşi voi răspunde afirmînd că abstracţie făcînd de toate imperfecţiunile materialului şi presupunîndu-l perfect, inalterabil şi ferit de orice schimbare accidentală, cu toate acestea singură fiinţa materială face ca maşina mai mare, fabricată din acelaşi material şi în aceleaşi proporţii ca şi cea mică, să corespundă în toate celelalte condiţii cu perfectă simetrie celei mici, în afară de soliditate şi de rezistenţa împotriva acţiunilor violente ; dar cu cît va fi mai mare, cu atît va fi proporţional mai slabă. Şi deoarece presupun că materia este inalterabilă, adică întotdeauna aceeaşi, este evident că asupra ei, fiind eternă, se pot face demonstraţii la fel de clare ca şi cele pur matematice. De aceea, d-le Sagredo, schimbaţi-vă părerea pe care o susţineaţi, probabil împreună cu mulţi alţii care au studiat mecanica, că maşinile şi fabricile construite din acelaşi material, cu respectarea exactă a proporţiilor între părţile lor, trebuie să fie la fel, sau, pentru a mă exprima mai clar, în mod proporţional, capabile să reziste sau să cedeze la influenţe şi lovituri externe, fiindcă se poate demonstra geometric, că întotdeauna maşinile cele mai mari sînt proporţional mai puţin rezistente decît cele mai mici ; astfel că, în sfîrşit, nu numai pentru toate maşinile şi fabricile concepute teoretic, ci şi pentru cele naturale, există o limită prescrisă în mod necesar, dincolo de care nu poate trece nici arta nici natura : zic trece, păstrînd întotdeauna aceleaşi proporţii cu identitatea materialului.

Sagr. Simt că mi se răvăşeşte creerul şi, aproape întunecat din cauza fulgerului brusc, mi se încurcă mintea din cauza luminii instantanee şi neobişnuite care îmi apare de departe şi imediat confundă şi ascunde imagini stranii şi confuze. Din ceea ce mi-aţi spus mi se pare că ar trebui să rezulte că fiind imposibil să se construiască două maşini din

același material, asemănătoare dar neegale și rezistente între ele în proporții egale, și, chiar dacă ar fi așa, va fi totuși imposibil să se găsească chiar două vergele din același lemn, asemenea între ele în robustețe și rezistență, dar neegale în mărime.

Salv. Așa este d-le Sagredo; și ca să ne asigurăm mai bine că sîntem de aceeași părere, zic că dacă vom reduce o vergea de lemn la o astfel de lungime și grosime încît înfiptă, de exemplu, într-un zid sub unghiuri drepte, adică paralelă la orizont, să fie redusă la ultima lungime la care poate rezista, astfel ca, prelungită chiar cu un fir de păr mai mult, să se rupă, împovărată de propria sa greutate, acest lucru va fi unic în lume; astfel că fiind, de exemplu, lungimea sa de o sută de ori mai mare decît grosimea nu vom găsi nici o altă vergea din același material care, fiind de o sută de ori mai lungă decît groasă, să fie ca aceea, în mod precis capabilă să se susțină pe ea însăși și nimic mai mult; ci toate cele mai mari se vor rupe iar cele mai mici vor fi în stare să susțină, în afară de propria greutate, încă ceva. Ceea ce spun despre condiția de a se susține pe sine însăși, se înțelege despre orice altă constituție; și astfel, dacă o traversă va putea să susțină greutatea a zece traverse egale cu ea, o grindă asemenea ei nu va putea de loc să susțină greutatea a zece egale cu ea. Dar să noteze domnia voastră și dl Simplicio că concluziile adevărate, deși la prima vedere par improbabile, privite numai puțin cu atenție, își depun haina care le acoperea și nude și simple ne bucură prin secretele lor. Cine nu vede că un cal ce cade de la o înălțime de trei sau patru coți*) își rupe oasele, pe cînd un cîine de la aceeași înălțime și o pisică de la una de opt sau zece nu-și fac nici un rău, după cum nici un greier aruncîndu-se de pe un turn sau o furnică de pe orbita lunară? că copiii mici rămîn nevătămați în cădere, pe cînd bătrînii

*) Este vorba de cotul italian de 0,58 m.

își rup picioarele sau își sparg capul? Și după cum animalele mai mici sînt proporțional mai robuste și mai tari decît cele mari, la fel plantele mai mici se susțin mai bine: și deja cred că amîndoi veți înțelege că un stejar înalt de două sute de coți nu-și va putea menține ramurile împrăștiate la fel ca unul de înălțime mijlocie și că natura nu ar face un cal mare cît douăzeci de cai, nici un gigant de zece ori mai înalt decît un om, decît sau în mod miraculos sau schimbînd foarte mult proporțiile membrelor și în special ale oaselor îngroșîndu-le foarte mult peste dimensiunile oaselor comune. De asemenea, este o greșeală evidentă a crede că în ceea ce privește mașinile artificiale se pot construi și conserva la fel cele mai mari și cele mai mici: și astfel, de exemplu, mici obeliscuri, coloane și alte figuri solide, cu siguranță se vor putea mînui, întinde și ridica, fără riscul de a se sfărîma, în timp ce cele foarte mari, la cel mai mic accident neplăcut, se vor distruge și nu din altă cauză decît a greutății lor proprii. Acum este momentul să vă povestesc un caz într-adevăr demn de a fi știut, cum sînt toate întîmplările neașteptate, și mai ales cînd hotărîrea pe care o luăm de a înlătura un inconvenient devine apoi o cauză principală de dezordine. O coloană de marmură foarte groasă era întinsă și sprijinită în apropierea capetelor sale pe două bucăți de grindă; după un anumit timp, unui mecanic îi veni în minte că ar fi avantajos, pentru a se asigura în mai mare măsură că în urma greutății proprii nu se va rupe la mijloc, să o sprijine și în această parte cu un al treilea suport asemănător: în general sfatul păru foarte potrivit, dar rezultatul a fost cu totul contrar, fiindcă n-au trecut multe luni și coloana s-a rupt tocmai deasupra sprijinului din mijloc.

Simpl. Accident într-adevăr minunat și cu totul *praeter spem**), mai ales că a provenit din adăugarea unui nou sprijin la mijloc.

---

*) contra așteptărilor.

Salv. Desigur aceasta este proveniența și cunoscînd cauza efectului nu avem de ce să ne mirăm : fiindcă așezînd pe pămînt cele două bucăți ale coloanei, se văzu că una din grinzi, pe care se sprijinea unul din capete, cu timpul, s-a ros și s-a coborît și rămînînd cea din mijloc dură și tare a făcut ca jumătatea coloanei să rămînă în aer, lipsită de sprijinul de la capăt ; de aceea, greutatea proprie prea mare a făcut ceea ce nu s-ar fi întîmplat dacă ar fi fost sprijinită numai pe primele două, deoarece coborîndu-se oricare din ele, ea l-ar fi urmat. Și nu încape îndoială că un astfel de accident nu s-ar fi întîmplat cu o coloană mică, chiar dacă ar fi fost din aceeași piatră și de lungime corespunzătoare grosimii sale în aceeași proporție cu grosimea și lungimea coloanei mari.

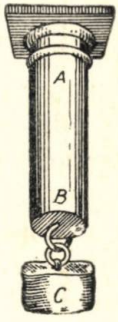
Sagr. Deja sînt convins de adevărul efectului, dar încă nu înțeleg cauza pentru care, cu creșterea materiei, nu crește deopotrivă rezistența și tăria ; și cu atît sînt mai nelămurit cu cît, dimpotrivă, văd că în alte cazuri crește cu mult mai mult tăria și rezistența la rupere, decît crește cantitatea de materie ; că dacă, de exemplu, batem două cuie într-un zid, unul de două ori mai mare decît celălalt, acela va suporta nu numai o greutate mai mare decît acesta, ci una triplă și cuadruplă.

Salv. Spuneți chiar de opt ori mai mare, căci nu veți fi departe de adevăr : totuși acest efect nu va fi contrar aceluia, deși în aparență este atît de diferit.

Sagr. Așadar, d-le Salviati, neteziți-ne aceste piedici și clarificați-ne aceste obscurități dacă vă stă în putință, fiindcă îmi face impresia că acest subiect al rezistențelor este un cîmp plin de contemplări frumoase și folositoare ; și dacă considerați că acesta este subiectul discuțiilor pentru ziua de astăzi, eu, și cred că și dl Simplicio, vom fi foarte recunoscători.

Salv. Sînt gata să vă servesc dacă memoria mă va ajuta să-mi reamintesc ceea ce am învățat odinioară de la Academicianul nostru, care a făcut multe speculații asupra acestei materii, și toate potrivit obiceiului său, demonstrate geometric,

astfel că, nu fără motiv, aceasta s-ar putea numi o nouă ştiinţă; fiindcă, deşi unele concluzii au fost observate de alţii, şi înaintea tuturora de Aristotel, totuşi ele nu sînt dintre cele mai frumoase, nici (ceea ce este mai important) demonstrate suficient fundamentele lor primare şi neîndoielnice. Şi fiindcă, după cum vă spun, vreau să vă asigur prin demonstraţii şi nu să vă conving numai prin expuneri probabile, presupunînd că cunoaşteţi concluziile mecanice, tratate pînă aici temeinic de alţii, necesare scopului nostru, e bine ca înainte de toate să considerăm ce se întîmplă atunci cînd se rupe o bucată de lemn sau alt solid, ale cărui părţi sînt puternic unite: deoarece aceasta este întîia noţiune pe care se sprijină primul şi cel mai simplu principiu care trebuie considerat cunoscut. Pentru o explicaţie mai clară, fie AB un cilindru sau o prismă de lemn sau din alt material solid şi coerent, fixat la partea de sus în A şi atîrnînd vertical, la care în cealaltă extremitate B să fie legată greutatea C: este evident că, oricare ar fi tenacitatea şi coerenţa între părţile solidului, bineînţeles dacă nu este infinită, va putea fi depăşită de forţa greutăţii atîrnate C, a cărei greutate presupun că poate creşte după cum dorim, şi că solidul în sfîrşit se va rupe, la fel ca o sfoară. Şi, dacă după cum în cazul sforii înţelegem că rezistenţa sa provine din mulţimea firelor de cînepă care o compun, tot la fel în lemn se observă fibrele şi filamentele sale întinse de-a lungul, care îl fac cu mult mai rezistent la rupere decît orice fir de cînepă de aceeaşi grosime; dar în cilindrul de piatră sau de metal coerenţa (care pare şi mai mare) părţilor sale depinde de alt liant decît de filamente sau fibre; şi totuşi şi ele se rup sub influenţa unei tracţiuni mari.



Simpl. Dacă lucrurile se petrec după cum spuneţi dvs., înţeleg că filamentele din lemn, care sînt tot atît de lungi ca şi lemnul, pot să îl facă robust şi rezistent la o forţă mare care încearcă să-l rupă; dar o sfoară compusă din fire de cînepă,

nu mai lungi de doi sau trei coți unul, cum va putea fi adusă la lungimea de o sută rămînînd atît de robustă? În afară de aceasta, aș dori să cunosc părerea dvs. referitoare la coerența părților metalelor, pietrelor și a altor materiale lipsite de astfel de filamente, care totuși, dacă nu mă înșel, este și mai tenace.

Salv. Va trebui să trecem la noi speculații, și nu prea mult necesare scopului nostru, dacă voim să rezolvăm dificultățile apărute.

Sagr. Dar dacă digresiunile pot să ne ducă la cunoașterea unor adevăruri noi, ce ne poate prejudicia nouă, care nu sîntem constrînși la o metodă riguroasă și concisă, ci ne întrunim numai din simpla plăcere, să facem acum o digresiune pentru a nu pierde acele cunoștințe care poate, scăpînd ocazia, altă dată nu ni s-ar prezenta? ba chiar cine știe că adeseori nu se pot descoperi lucruri mai frumoase decît concluziile căutate inițial? De aceea și eu vă rog să ne satisfaceți pe dl Simplicio și pe mine, nu mai puțin curios și doritor de a ști care este acel liant care ține unite părțile corpurilor solide în mod atît de tenace și care totuși la sfîrșit se pot desface : cunoștințe ce sînt încă necesare pentru înțelegerea coerenței părților acelorași filamente din care sînt compuse anumite solide.

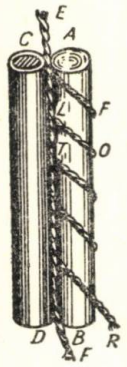
Salv. Sînt gata să vă servesc fiindcă văd că doriți aceasta. Cea dîntîi dificultate este, cum se pot uni împreună atît de tare filamentele unei sfori lungi de o sută de coți (nefiind nici unul din ele mai lung de doi sau trei), încît ne trebuie o mare putere ca să le separăm. Dar spuneți-mi, d-le Simplicio : nu puteți ține între degete capătul unui singur fir de cînepă atît de strîns, încît eu, trăgîndu-l de celălalt, în loc să-l scot din mîna dvs. să-l rup? Desigur că da. Prin urmare, cînd firele de cînepă sînt ținute strîns nu numai la un capăt, ci în toată lungimea lor, cu o mare putere de către cel care le prinde, nu este evident că va fi cu mult mai greu a le smulge de la cel care le strînge decît să le rupem? Dar în sfoară însăși răsucirea

strînge firele reciproc între ele în aşa fel că trăgînd cu mare putere funia, filamentele ei se rup şi nu se separă unul de celălalt ; ceea ce în mod evident se observă văzînd în ruptură filamentele foarte scurte, şi nu lungi nici măcar de un cot unul, cum ar trebui să se vadă cînd diviziunea sforii s-ar face nu prin ruperea firelor, ci numai prin separarea unuia de celălalt, prin desfacere.

Sagr. Să adăugăm, pentru a confirma aceasta, că adesea se vede sfoara rupîndu-se nu trăgînd-o pe lung ci numai răsucind-o mult : argument ce mi se pare concludent, deoarece firele sînt între ele atît de apăsate reciproc, încît cele ce apasă nu permit celor apăsate să alunece acel minim care ar fi necesar alungirii spirelor, astfel încît să poată înconjura funia care prin răsucire se scurtează şi în consecinţă întru cîtva se îngroaşă.

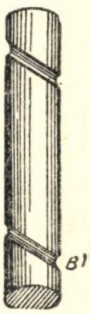
Salv. Aveţi perfectă dreptate : dar observaţi cum decurge un adevăr din celălalt. Firul care strîns între degete nu urmează pe acela care trăgîndu-l cu o forţă oarecare ar vrea să-l smulgă dintre celelalte, rezistă fiindcă este reţinut de o apăsare dublă ; deoarece nu mai puţin apasă degetul superior către cel inferior, decît apasă acesta către celălalt. Şi este neîndoielnic că dacă din aceste două apăsări am putea menţine una singură, ar rămîne jumătatea rezistenţei care depindea de cele două împreună ; deoarece însă nu se poate prin ridicarea, de exemplu, a degetului superior îndepărta presiunea sa fără a o înlătura şi pe cealaltă, trebuie ca printr-un nou artificiu să păstrăm una din ele şi să găsim o modalitate ca însuşi firul să fie apăsat către deget sau un alt corp solid pe care se aşază şi să procedăm în aşa fel, ca însăşi forţa care îl trage pentru a-l separa să-l apese cu atît mai mult, cu cît îl trage mai tare : şi aceasta va avea loc prin înfăşurarea sub formă de spirală a firului în jurul solidului ; pentru a înţelege mai bine aceasta, voi face un mic desen. Fie *AB*, *CD* doi cilindri şi între ei întins firul *EF*, pe care, pentru mai multă claritate, îl vom desena sub forma unei sfori : este neîndoielnic că apăsînd puternic cei doi cilindri unul către

celălalt, sfoara *FE* trasă de capătul *F* va rezista la o forță considerabilă înainte de a aluneca între cele două solide care o comprimă; dar dacă vom îndepărta pe unul din ei, sfoara deși continuă să atingă pe celălalt, totuși prin atingere nu va fi reținută ca să alunece liber. Dar dacă reținînd-o, deși slab, agățată spre vîrful cilindrului *A*, o vom înfășura în jurul acestuia în chip de spirală *AFLOTR* și o vom trage de capătul *R*, este evident că ea va începe să strîngă cilindrul; și dacă spirele și înfășurările vor fi multe, trăgînd puternic, sfoara se va strînge tot mai mult în jurul cilindrului; și făcîndu-se, prin înmulțirea spirelor, contactul mai lung, și în consecință mai greu de învins, tot mai grea va deveni alunecarea și la fel cedarea la forța de tracțiune. Dar cine nu vede că de aceeași natură este și rezistența filamentelor, care împletesc cu mii și mii de înfășurări sfoara. Ba chiar strîngerea unor asemenea înfășurări leagă în mod atît de tenace, încît din papură puțină și nu prea lungă astfel încît spirele ce se împletesc sînt puține, se fac funii foarte rezistente care mi se pare că se numesc *suste*.



Sagr. În urma explicației dvs. nu mă mai mir de două fenomene, ale căror cauze nu le înțelesesem bine. Unul consta în observația că înfășurarea de două sau de trei ori a funiei în jurul axului troliului putea nu numai să-l rețină, astfel că, tras de forța imensă a greutății pe care o susține, să nu-i cedeze prin alunecare, ci mai mult, învîrtind troliul, același ax, prin simplul contact cu sfoara care-l strînge, să poată prin înfășurări succesive să tragă și să ridice pietre foarte grele, în timp ce brațele unui copil slab reține și adună celălalt capăt al aceleeași funii. Celălalt este un instrument simplu dar ingenios, inventat de o rudă tînără a mea, pentru a se putea coborî cu o funie dintr-o fereastră fără să-și julească palmele, cum i s-a întîmplat nu de mult spre marea sa supărare. Pentru

o uşoară înţelegere voi face o mică schiţă. În jurul unui cilindru de lemn AB, gros ca o trestie şi lung de aproximativ o palmă, a tăiat un mic canal în formă de spirală nu mai mult de o înfăşurare şi jumătate şi de o lărgime capabilă să cuprindă funia pe care voia să o întrebuinţeze : şi pe aceasta o făcu să intre prin canalul de la capătul A şi să iasă prin celălalt B, înconjurînd apoi cilindrul şi funia cu un tub de asemenea din lemn sau mai bine din tinichea, dar tăiat, în lung şi îmbinat astfel încît să se poată uşor închide şi deschide ; şi cuprinzînd apoi şi strîngînd cu amîndouă mîinile tubul, potrivind funia şi un suport solid deasupra, se atîrnă cu braţele ; şi reuşi o astfel de comprimare a funiei între tubul înconjurător şi cilindru, încît strîngînd puternic mîinile putea după voie să rămînă atîrnat fără să se coboare, sau slăbindu-le puţin cobora încet, după voie.



Salv. Într-adevăr, ingenioasă invenţie ; şi pentru a explica complet natura sa, mi se pare că observ vag că s-ar putea adăuga o altă consideraţie ; dar nu vreau acum să insist mai mult asupra acestei particularităţi, ci mai ales aş vrea ca să înţelegeţi raţionamentul meu referitor la rezistenţa la rupere a altor corpuri, al căror ţesut nu este din filamente, ca acela al funiilor şi al celor mai multe feluri de lemne ; dar coerenţa părţilor lor pare să constea în alte cauze, care, după părerea mea, se reduc la două puncte : dintre care unul este acea groază excesivă pe care o are natura faţă de vid*), apoi trebuie (nefiind suficientă cea a vidului) să introducem un liant, vîsc sau clei, care să lege solid particulele din care este compus corpul. Voi vorbi mai

*)Aristotel şi peripateticienii nu admiteau existenţa vidului, susţinînd că lumea este plină de materie. În opoziţie cu ei, Democrit şi atomiştii afirmau că lumea este formată din atomi care se mişcă în vid. Acesta este aşa numitul „vid mic", spre deosebire de „vidul mare", care ar fi un spaţiu gol în natură şi existenţa căruia nu o admiteau nici ei. Atomiştii admiteau deci existenţa vidurilor mici, interatomice, dar nu credeau că vreo putere omenească ar fi în stare să producă un vid continuu. Această concepţie a fost înlăturată de experienţele lui Torricelli şi Pascal, care au arătat posibilitatea producerii vidului mare.

întîi despre vid, arătînd prin experienţe clare care şi cît de mare este puterea sa. Mai întîi, faptul că se pot vedea oricînd, două plăci de marmură, de metal sau de sticlă, perfect plane, netede şi lustruite, care, puse una pe cealaltă, pot aluneca uşor una peste alta, (argument sigur că nu le uneşte nici un liant), dar care, vrînd a le separa, menţinîndu-le la distanţe egale, opun o astfel de rezistenţă încît cea superioară trage după sine pe cealaltă şi o menţine ridicată cu toate că este foarte groasă şi grea, ne arată în mod evident groaza naturii de a admite, chiar pentru puţin timp, spaţiul vid ce ar rămîne între ele înainte ca afluxul aerului înconjurător să-l ocupe şi să-l umple. De asemenea, vedem că, dacă cele două plăci nu sînt exact netezite, şi astfel contactul lor nu este cu totul perfect, cînd voim să le separăm încet nu întîmpinăm nici o piedică în afară de cea a greutăţii; ridicînd-o însă repede, piatra inferioară se ridică, dar recade imediat, urmînd pe cea de sus numai în intervalul de timp foarte scurt care este necesar pentru separarea puţinului aer ce se găsea între plăci, care nu erau în contact perfect, şi pentru pătrunderea celui înconjurător. O astfel de rezistenţă, care se observă atît de bine între cele două plăci, fără îndoială că rezidă de asemenea între părţile unui solid şi este cel puţin în parte o cauză a legăturii dintre ele.

Sagr. Vă rog opriţi-vă şi permiteţi-mi să fac o consideraţie particulară ce mi-a venit acum în minte : faptul că vedem cum placa inferioară urmează pe cea superioară şi se ridică cu o mişcare foarte rapidă, ne arată cu siguranţă că, contrar celor spuse de mulţi filozofi şi poate de însuşi Aristotel, mişcarea în vid nu este instantanee, căci dacă ar fi aşa, cele două plăci menţionate s-ar separa fără vreo rezistenţă, dat fiind că acelaşi interval de timp ar fi suficient pentru separarea lor şi pentru ca afluxul aerului înconjurător să umple vidul ce ar putea rămîne între ele. Aşadar, din faptul că placa inferioară urmează pe cea superioară, se deduce că în vid mişcarea nu

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue ſcienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filòſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Gran Duca di Toſcana.
Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

este instantanee; de asemenea, se deduce că între aceleaşi plăci rămîne un vid oarecare, cel puţin pentru un timp foarte scurt, adică în tot timpul mişcării aerului înconjurător, cînd acesta se grăbeşte să umple vidul; căci dacă nu ar rămînea vid, nu ar fi necesar nici afluxul nici mişcarea aerului înconjurător. Va trebui deci să spunem că, prin violenţă sau împotriva naturii, uneori se admite vidul (deşi părerea mea este că nici un lucru nu este împotriva naturii, cu excepţia imposibilului, care de fapt nu există niciodată). Dar aici mi se iveşte o altă dificultate şi anume că, deşi experienţa mă asigură de adevărul concluziei, intelectul nu rămîne pe deplin satisfăcut de cauza căreia i se atribuie un astfel de efect. Într-adevăr, efectul separării celor două plăci este anterior vidului, care, în consecinţă, ar succede separării; şi deoarece cauza mi se pare că trebuie, dacă nu în timp, cel puţin prin natură să preceadă efectul şi că pentru un, efect pozitiv tot aşa trebuie să fie şi cauza, nu înţeleg cum aderenţei celor două plăci şi rezistenţei ce o opun la separare, efecte care sînt deja în act, li se poate considera drept cauză vidul, care nu există dar care va trebui să urmeze; şi din lucruri care nu există, nu poate urma nici o operaţie, potrivit sentinţei sigure a filozofului.

Simpl. Dar dacă îi admiteţi această axiomă lui Aristotel, nu cred că-i negaţi o alta, foarte frumoasă şi adevărată: şi anume, că natura nu întreprinde să facă ceea ce-i repugnă să fie făcut, din care mi se pare că rezultă rezolvarea indoielii dvs. Aşadar, fiindcă îi repugnă existenţa unui spaţiu vid, împiedică natura să facă ceva din care în mod necesar ar urma vidul; şi aceasta este separarea celor două plăci.

Sagr. Acum, admiţînd ca soluţie potrivită a îndoielii mele ceea ce ne spune dl Simplicio, urmînd raţionamentul început, mi se pare că însăşi această groază de vid ar trebui să fie o reţinere suficientă a părţilor unui solid din piatră sau din metal, sau dacă sînt altele care se găsesc mai strîns unite şi rezistente la diviziune. Fiindcă, dacă orice efect are o singură cauză, după

cum am înțeles și am crezut, sau, chiar dacă i se atribuie mai multe, se reduc la una singură, pentru ce cauza vidului, care desigur există, nu va fi suficientă pentru toate rezistențele?

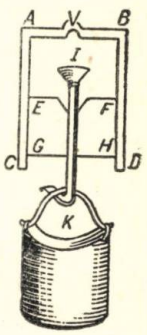
Salv. Nu vreu să discut acum dacă numai vidul, fără vre-o altă piedică, este singur în stare să țină unite părțile disparate ale corpurilor solide; dar vă pot afirma că această cauză a vidului, care activează și este decisivă între cele două plăci, nu este suficientă prin ea însăși să lege strîns părțile unui cilindru solid de marmură sau de metal, care, forțate de puteri mari ce le trag direct, în sfîrșit se separă și se divid. Și dacă găsesc o modalitate de a distinge această rezistență deja cunoscută, dependentă de vid, de oricare alta, oricare ar fi ea, care concură la întărirea legăturii, și dacă vă arăt că ea singură nu este nicidecum suficientă pentru a produce un astfel de efect, nu veți admite că este necesar să introducem alta? Ajutați-l d-le Simplicio, fiindcă stă la îndoială privitor la ceea ce trebuie să răspundă.

Simpl. Desigur tăcerea d-lui Sagredo are alt motiv, neîncăpînd îndoială asupra unei consecințe atît de clare și necesare.

Sagr. Dvs. d-le Simplicio ați ghicit. Mă gîndeam dacă, nefiind suficient un milion de galbeni pe an, care vin din Spania, pentru a plăti armata, ar fi necesar să facem altă provizie de cît de bani pentru plata soldaților. Continuați însă d-le Salviati și, presupunînd că eu admit consecința dvs., arătați-mi modul de a separa acțiunea vidului de celelalte și, măsurînd-o, arătați-mi cît este de neînsemnată pentru efectul despre care se vorbește.

Salv. Geniul cel bun al dvs. vă asistă. Vă voi arăta modul de a despărți puterea vidului de celelalte și apoi modul de a o măsura. Pentru a o separa, vom lua o materie compactă ale cărei părți să fie lipsite de orice altă rezistență de separare cu excepția celei a vidului, care a fost demonstrată pe lung într-unul din tratatele Academicianului nostru că este apa: astfel că, ori de cîte ori s-ar dispune de un cilindru de

apă şi trăgînd s-ar simţi rezistenţa la rupere a părţilor sale, aceasta nu ar putea proveni din altă cauză decît din groaza de vid. Pentru a face acum o astfel de experienţă, mi-am imaginat un artificiu, pe care-l pot lămuri prin mijlocirea unui desen mai bine decît numai prin cuvinte. Îmi închipui *CABD* ca fiind profilul unui cilindru de metal sau de sticlă, ceea ce ar fi mai bine, gol pe dinăuntru, perfect strunjit, în interiorul căruia intră perfect un cilindru de lemn, al cărui profil îl notez cu *EGHF*, cilindru care poate fi împins în sus şi in jos; şi acesta vreau să fie găurit la mijloc, astfel încît să treacă prin el o sîrmă de fier, îndoită la extremitatea *K* şi celălalt capăt *I* să fie îngroşat sub formă de con sau de pîlnie iar gaura făcută în lemn să aibă şi ea la partea de sus forma unei suprafeţe conice, ajustată exact pentru a primi extremitatea conică *I* a fierului *IK*, ori de cîte ori se trage în jos de partea *K*. Introducînd lemnul, sau să-i spunem pistonul, *EH* în cavitatea cilindrică *AD*, nu vreau să ajungă pînă la suprafaţa superioară a acestui cilindru, ci să rămînă depărtat de două sau de trei degete; şi un astfel de spaţiu trebuie să fie plin cu apă, care se va introduce acolo ţinînd vasul cu gura *CD* în sus şi apăsînd asupra pistonului *EH*, prin ţinerea conului *I* îndepărtat întrucîtva de cavitatea lemnului pentru a permite ieşirea aerului, care prin apăsarea pistonului va ieşi prin orificiul lemnului, care în acest scop se face întrucîtva mai larg decît grosimea sîrmei de fier *IK*. Lăsînd să iasă aerul şi retrăgînd fierul, care astupă bine lemnul cu conul său *I*, vom întoarce vasul cu gura în jos şi, atîrnînd de cîrligul *K* un recipient în care se pune nisip sau alt material greu, îl vom încărca pînă ce partea superioară *EF* a pistonului se va detaşa de faţa de jos a apei de care nu îl ţinea unit nimic altceva decît groaza de vid; cîntărind apoi pistonul, împreună cu fierul, cu reci-



pientul şi cu ceea ce se găseşte înăuntru, vom avea mărimea forţei vidului: şi dacă, atîrnînd la un cilindru de marmură sau de sticlă, egal în mărime cu cilindrul de apă, o astfel de greutate încît împreună cu greutatea proprie a marmurei sau a sticlei să echilibreze toate greutăţile menţionate mai sus, va rezulta ruptura, vom putea afirma fără nici o îndoială, că numai vidul este acela care ţine unite părţile marmurei şi ale sticlei; dar nefiind suficient, şi pentru a-l rupe trebuind să adăugăm o greutate de patru ori mai mare, va trebui să spunem că rezistenţa vidului este a cincea parte şi cealaltă este de patru ori mai mare decît a vidului.

Simpl. Nu se poate nega că invenţia nu ar fi ingenioasă, dar este supusă multor dificultăţi, care o fac îndoielnică; fiindcă cine ne asigură că aerul nu poate pătrunde printre sticlă şi piston, chiar dacă este bine împrejmuit cu cîlţi sau cu alt material moale? şi astfel, pentru ca conul *I* să astupe bine gaura, poate nu ar fi de ajuns să-l ungem cu ceară sau terebentină. Afară de aceasta, pentru ce nu s-ar putea desface şi rarefia părţile apei? de ce nu ar pătrunde aerul sau exalaţiile sau alte substanţe mai fine prin porozitatea lemnului sau chiar prin însăşi cea a sticlei?

Salv. Dl Simplicio ne prezintă cu multă destoinicie dificultăţile şi în parte ne pune la dispoziţie mijloace de înlăturare în ceea ce priveşte pătrunderea aerului prin lemn sau prin lemn şi sticlă. Eu însă, în afară de aceasta, notez, că în acelaşi timp vom putea observa, prin cîştigarea de noi cunoştinţe, dacă dificultăţile înfăţişate vor avea loc. Deoarece, dacă apa prin natura sa se va împrăştia cu violenţă, cum se întîmplă în aer, pistonul se va coborî; şi dacă vom face în partea de sus a sticlei o mică proeminenţă, sub formă de V, pătrunzînd, datorită porozităţii sticlei sau lemnului, aer sau altă materie mai fină aceasta se va vedea adunînduse (cedînd apa) în proeminenţa V; care lucruri dacă nu se observă, vom fi siguri că experienţa a fost încercată cu precauţiile cerute;

şi vom şti că apa nu se dispersează, nici sticla nu este permeabilă pentru nici o materie, oricît de fină.

Sagr. Şi eu datorită acestor discuţii dau de cauza unui efect care mult timp m-a mirat şi mi s-a părut de neînţeles. Am observat odată o fîntînă, în care, pentru a scoate din ea apa, s-a făcut o pompă, de către cineva care probabil credea, dar zadarnic, că va putea scoate cu oboseală mai mică aceeaşi cantitate sau una mai mare decît cu găleţile obişnuite; şi această pompă are pistonul şi supapa sus, astfel că apa se ridica prin aspirare şi nu prin respingere, după cum fac pompele care au dispozitivul jos. Aceasta, atît timp cît în fîntînă apa este la o anumită înălţime, o scoate cu abundenţă; cînd însă apa se coboară dincolo de un semn determinat, pompa nu mai lucrează. Cînd am observat întîia dată acest fenomen, am crezut că dispozitivul este stricat; şi găsind pe maestru ca să-l repare, acesta îmi spuse că nu există nici un defect, decît în apă, care, coborîndu-se prea jos, nu suferă să fie ridicată la o înălţime atît de mare; şi mi-a adăugat că nici cu pompe, nici cu altă maşină care ridică apa prin aspirare, nu este posibil să o ridicăm nici cu un fir de păr mai mult de 18 coţi: şi fie că pompele sînt largi sau înguste, aceasta este măsura înălţimii limită*). Şi eu pînă atunci i-am dat atît de puţină atenţie, că, ştiind că o sfoară, un baston de lemn şi o vergea de fier se pot alungi atît de mult încît în sfîrşit se rup sub propria lor greutate, dacă sînt fixate la capătul de sus, nu mi-a venit în minte că acelaşi lucru, cu mult mai uşor, se va întîmpla cu o coloană sau o vînă de apă. Şi ce altceva este ceea ce se aspiră în pompă decît un cilindru de apă, care, fiind atîrnat la partea de sus şi alungit din ce în ce mai mult, în sfîrşit ajunge la acea limită dincolo de

*) Galilei susţinea vechea idee a „groazei de vid" cu ajutorul căreia se explica ridicarea apei în pompele aspiratoare. La observaţia fîntînarilor din Florenţa că apa nu se ridică în pompe decît pînă la înălţimea de circa 10 m, el afirmă că natura are „groază de vid" numai pînă la această înălţime pe care o numea „altezza limitatissima".

care, tras de greutatea sa prea mare, la fel ca şi cînd ar fi o funie, se rupe?

Salv. Lucrurile se întîmplă întocmai; şi fiindcă aceeaşi înălţime de 18 coţi este limita prescrisă a înălţimii la care se poate menţine orice cantitate de apă, fie că pompele sînt foarte largi sau înguste sau foarte înguste ca un fir de pai, se poate susţine că ori de cîte ori vom cîntări apa cuprinsă în 18 coţi de tub, fie larg fie îngust, vom avea valoarea rezistenţei vidului în cilindrii, din orice materie solidă, mari cît sînt cavităţile tuburilor folosite*). Şi fiindcă am spus atît de mult să arătăm cum se poate găsi uşor, pentru toate metalele, pietrele, lemnele, sticlele etc. pînă la ce lungime se vor putea alungi cilindrii, firele sau vergelele de orice grosime, peste care, împovărate de propria lor greutate, nu s-ar mai putea susţine, ci s-ar rupe. Să luăm, de exemplu, un fir de cupru de orice grosime şi lungime şi, fixînd unul din capetele sale sus, să atîrnăm la celălalt o greutate din ce în ce mai mare, astfel ca în sfîrşit să se rupă; şi fie greutatea maximă ce o poate susţine, de exemplu, 50 de livre**): este clar că 50 de livre de cupru, peste propria greutate, care să fie, de exemplu, o optime de uncie, tras în fir de o astfel de grosime, ar fi lungimea maximă a firului care s-ar putea susţine singur. Să măsurăm apoi cît era de lung firul care s-a rupt şi fie, de exemplu, de un cot: şi deoarece cîntăreşte o optime de uncie şi se susţine pe sine însuşi plus 50 de livre, care fac 4 800 de optimi de uncie, vom spune că toate firele de cupru, oricare ar fi grosimea lor, se vor putea susţine pînă la o lungime de 4 801 coţi şi nu mai mult. Şi astfel, o vergea de cupru, putîndu-se susţine pînă la o lungime de 4 801 de coţi, rezistenţa care depinde de vid faţă de rest, este atît de mare cît face

*) Toricelli a arătat prin experienţa sa că această limită se datoreşte presiunii aerului.

**) Unitate de greutate egală cu 12 uncii, echivalentă cu 339,5 grame.

BIBLIOTECA „GEORGHE LAZĂR" — Bucureşti

greutatea unei vîne de apă lungă de 18 coţi şi avînd grosimea celei de cupru; şi găsindu-se de exemplu, că cuprul este de nouă ori mai greu decît apa, rezistenţa la rupere a oricărei vergele de cupru, depinzînd de vid, este egală cu greutatea a doi coţi a unei vergele de aceeaşi grosime. Printr-un raţionament analog, se vor putea găsi lungimile firelor sau vergelelor tuturor materiilor solide reduse la cea mai mare ce se poate susţine şi în acelaşi timp ce rol are vidul în rezistenţa lor.

Sagr. Rămîne acum să ne spuneţi în ce constă restul rezistenţei, adică în ce constă liantul sau cleiul care menţine legate părţile solidului, în afară de aceea ce se datoreşte vidului; fiindcă nu mi-aş putea imagina ce clei este acela ce nu poate fi ars într-un cuptor încins în două, trei şi patru luni, nici în zece sau în o sută; în care stînd atîta timp argint, aur şi sticlă lichefiate, scoase, răcindu-se, părţile lor se reunesc şi se leagă din nou ca şi mai înainte. În afară de aceasta, aceeaşi dificultate pe care o întîmpin la lipirea părţilor sticlei, o voi găsi la celelalte părţi ale cleiului, adică să ştiu ce este ceea ce le ţine unite atît de strîns.

Salv. Cu puţin mai înainte v-am spus că geniul cel bun vă asistă. Aceasta mă preocupă şi pe mine; şi eu, simţind cu mîna că groaza de vid este fără îndoială aceea care nu permite, decît cu mare forţă, separarea celor două plăci şi mai mult a celor două părţi ale coloanei de marmură sau de bronz, nu văd de ce n-ar fi aceeaşi cauza coerenţii părţilor mai mici şi chiar ultime ale aceleiaşi materii: şi fiindcă un efect are o singură cauză adevărată şi puternică şi deoarece eu nu găsesc alt liant, de ce nu aş încerca să văd dacă aceea a vidului, care există, poate fi suficientă?

Simpl. Dacă dvs. aţi demonstrat deja că rezistenţa vidului în separarea celor două părţi mari ale unui solid, este foarte mică în comparaţie cu aceea care ţine unite particule foarte mici, de ce nu consideraţi mai mult ca sigur, că aceasta este diferită de aceea?

Salv. La aceasta dl. Sagredo a răspuns că soldaţii se plătesc cu bani strînşi din impozitele generale în gologani şi centime, cu toate că un milion de galbeni nu este de ajuns pentru plata întregii armate. Şi cine ştie dacă alte viduri foarte mici nu lucrează pentru particulele foarte mici, astfel că pentru întreg este aceeaşi monedă aceea cu care se ţin unite toate părţile? Am să vă spun ceea ce mi-a trecut prin minte acuma şi v-o prezint nu ca un adevăr absolut, ci ca o oarecare fantezie, încă nefrămîntată, supunînd-o unor contemplări mai profunde: scoateţi din ea ceea ce nu vă convine; restul judecaţi-l cum vă place. Considerînd uneori cum, şerpuind focul între particulele foarte mici ale vreunui metal, care se găsesc atît de strîns unite, în sfîrşit le separă, şi cum apoi, îndepărtîndu-se focul, se unesc cu aceeaşi tenacitate ca mai înainte, fără a scădea cantitatea de aur şi foarte puţin a celorlalte metale, cu toate că au rămas distruse timp îndelungat, m-am gîndit că aceasta s-ar putea întîmpla fiindcă foarte finele particule ale focului, pătrunzînd în porii înguşti ai metalului (prin care, din cauza îngustimilor, nu pot trece cele mai mici*) ale aerului nici ale multor altor fluide), prin umplerea vidurilor foarte mici situate între ele, ar elibera particulele foarte mici ale aceluia de forţa cu care aceleaşi viduri se atrag unul pe celălalt, împiedicînd separarea; şi astfel, putîndu-se mişca liber, masa lor ar deveni fluidă şi ar rămîne astfel pînă ce particulele de foc rămîn între ele; îndepărtîndu-se apoi acelea şi lăsînd vechile viduri revine atracţia obişnuită şi în consecinţă unirea părţilor. Iar la obiecţia d-lui Simplicio mi se pare că se poate răspunde că, deşi astfel de viduri ar fi foarte mici, şi în consecinţă fiecare uşor de biruit, totuşi mulţimea nenumărată sporeşte la infinit (ca să zic aşa) rezistenţele: şi oricare şi oricît ar fi forţa ce rezultă dintr-un număr imens de momente foarte slab unite, rezultă ca un foarte evident

*) Părţi.

argument a vedea ca o greutate de un milion de livre, susţinută de funii foarte groase, să cedeze şi în sfîrşit să se lase învinsă şi ridicată de asaltul nenumăraţilor atomi de apă, care, fie împinşi de austru, fie împrăştiaţi în ceaţă foarte subţire, se mişcă prin aer, se alungă între fibrele funiei foarte întinse şi cărora forţa imensă a greutăţii atîrnate nu poate să le împiedice intrarea; astfel că, pătrunzînd prin locurile înguste, îngroaşe funiile şi în consecinţă le scurtează, din care cauză greutatea foarte mare este ridicată cu putere.

Sagr. Nu încape nici o îndoială că dacă o rezistenţă nu este infinită, poate fi învinsă de o mulţime de forţe foarte mici, după cum un anumit număr de furnici ar putea trage pe pămînt o corabie încărcată cu grîu; fiindcă observaţia ne arată zilnic că o furnică duce cu multă destoinicie un grăunte şi este clar că în corabie nu este o infinitate de grăunţe, ci un număr oarecare, din care se poate lua unul de patru şi de şase ori mai mare, la care dacă vom lua un altul egal de furnici, şi acestea se vor pune pe lucru, vor tîrî pe pămînt atît grîul cît şi corabia. Este adevărat că va trebui ca numărul să fie mare, după cum iarăşi, după părerea mea, este acela al vidurilor care ţin legate particulele foarte mici ale metalelor.

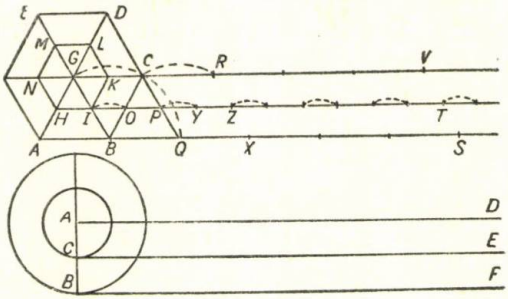
Salv. Dar dacă ar trebui să fie infinite, le-aţi considera imposibile?

Sagr. Nu, dacă metalul ar fi o masă infinită; altfel ...

Salv. Altfel ce? Acum, fiindcă am ajuns la paradoxe, să vedem dacă în vreun fel se poate demonstra, de ce într-o întindere continuă finită nu ne repugnă a găsi un număr infinit de viduri*); şi în acelaşi timp vom găsi, dacă nu altceva, cel

*) Pe vremea lui Galilei vidul se concepea în două feluri : vidurile foarte mici, care se găsesc între atomi, şi vidurile mari, continue sau sensibile, formate din mai multe viduri mici.

puțin o soluție a celei mai frumoase probleme*) pe care a pus-o Aristotel între cele pe care el însuși le admiră, vreau să zic între problemele mecanice; și soluția ar putea fi întîmplător tot atît de lămuritoare și concludentă ca și aceea pe care el însuși o dă, și diferită de asemenea de aceea pe care cu multă ingeniozitate o consideră savantul domn Guevara**). Trebuie



însă mai întîi să enunțăm o propoziție neabordată de alții, de care depinde rezolvarea chestiunii, care apoi, dacă nu mă înșel, aduce după sine alte lucruri noi și minunate; pentru înțelegerea cărora, vom face o figură amănunțită. Să considerăm un poligon echilater și echiunghi, avînd oricîte laturi, descris în jurul centrului G și fie acesta un exagon $ABCDEF$; asemănător cu acesta și concentric cu el, vom descrie un altul mai mic, pe care îl vom nota cu $HIKLMN$; iar celui mai mare să-i prelungim o latură AB indefinit spre S și latura corespunzătoare HI a celui mai mic, de asemenea să o prelungim în aceeași parte, notînd linia HT paralelă cu AS și să ducem prin centru o alta GV echidistantă cu ele. Făcînd aceasta, să

*) Galilei se referă la problema cunoscută din antichitate sub numele de *rota Aristotelis*, care se găsește în cartea *Probleme de mecanică*, atribuită lui Aristotel, astfel: „Ne întrebăm pentru ce în rostogolirea sa o roată mai mare descrie o linie tot atît de lungă ca și una mai mică, dacă sînt fixate în același centru: dacă însă fiecare se rostogolește separat, liniile descrise de ele se raportă între ele precum mărimile lor?" Această problemă este demonstrată aici de Galilei.

**) Călugărul minorit Guevara a fost adept al teoriilor galileene.

ne închipuim că poligonul mai mare se rostogoleşte pe linia AS, ducînd cu sine poligonul cel mic. Este clar, că, rămînînd fix punctul B, capătul laturii AB, în timp ce începe rostogolirea, unghiul A se va ridica şi punctul C se va coborî descriind arcul CQ, astfel că latura BC se suprapune pe linia BQ egală cu ea; dar în această schimbare unghiul I al poligonului mai mic se va ridica deasupra liniei IT, deoarece IB este oblică deasupra lui AS şi punctul I nu se va întoarce pe paralela IT, decît cînd punctul C va ajunge în Q; atunci I se va aşeza în O, după ce va fi descris arcul IO în afara liniei HT şi atunci latura IK va trece în OP; dar centrul G în acest timp va ieşi din linia GV, pe care nu se va întoarce decît după ce va fi descris arcul GC. Făcînd acest prim pas, poligonul mai mare va fi mutat în aşa fel încît latura sa BC să se aşeze pe linia BQ, latura IK a celui mai mic pe linia OP, trecînd peste toată partea IO fără a o atinge, şi centrul G ajungînd în C, parcurgînd tot drumul în afara paralelei GV, şi în sfîrşit toată figura va fi adusă într-o poziţie asemenea celei dintîi; astfel încît, continuîndu-se rostogolirea şi ajungînd la a doua trecere, latura poligonului mai mare DC se va suprapune peste partea QX, KL a celui mai mic (trecînd mai întîi peste arcul PY) se va aşeza pe YZ, şi centrul, înaintînd tot timpul înafara lui GV, se va aşeza pe aceasta numai în R, după un mare salt CR; şi, în sfîrşit, terminîndu-se o rotaţie întreagă, poligonul mai mare va înscrie pe AS şase linii egale cu perimetrul său, fără nici o interpunere; poligonul mai mic la fel va înscrie şase linii egale periferiei sale, dar în mod discontinuu, cu interpunerea a cinci arce, sub care rămîn coardele, părţi ale paralelei HT neatinse de poligon; şi, în sfîrşit, centrul G nu atinge paralela GV, decît în şase puncte. De aici puteţi înţelege că spaţiul parcurs de poligonul mai mic este aproape egal cu cel descris de cel mai mare, adică linia HT cu AS; faţă de care este mai mic numai cu cît este coarda unuia din aceste arce, înţelegînd însă linia HT împreună cu spaţiile celor cinci arce. Ceea ce

v-am expus şi lămurit în exemplul acestor exagoane, aş vrea să înţelegeţi că se întîmplă cu toate celelalte poligoane, oricîte laturi ar avea, cu condiţia să fie asemenea, concentrice şi unite şi ca la rotirea celui mai mare să se rotească şi celălalt, oricît ar fi de mic; să înţelegeţi, zic, că liniile descrise de ele sînt aproximativ egale, considerînd în spaţiul parcurs de cel mai mic intervalele de sub arce care nu sînt atinse de către nici o parte a perimetrului poligonului mai mic. Fie aşadar poligonul cel mare cu o mie de laturi şi să măsoare în consecinţă o linie dreaptă egală cu perimetrul său; şi în acelaşi timp cel mic să descrie o linie aproximativ egală, dar în mod întrerupt, compusă din o mie de părticele egale cu cele o mie de laturi ale sale prin interpunerea a o mie de spaţii goale, pe care le putem numi astfel în comparaţie cu cele o mie de linii mici atinse de laturile poligonului: şi cele spuse pînă acum nu întîmpină nici o dificultate sau îndoială. Dar spuneţi-mi: dacă în jurul unui centru oarecare, de exemplu punctul A, vom descrie două cercuri concentrice şi unite unul cu altul şi dacă din punctele C, B ale semidiametrelor lor ducem tangentele CE, BF şi din centrul A ducem paralela AD la acestea, presupunînd că cercul mai mare se rostogoleşte pe linia BF (fiind egală cu circumferinţa sa, ca şi celelalte două CE, AD), descriind o rotaţie, ce va face cercul mai mic şi ce va face centrul? Acesta cu siguranţă va parcurge şi atinge întreaga linie AD iar circumferinţa lui va măsura prin atingerile sale întreaga CE, făcînd ceea ce fac poligoanele de deasupra: deosebirea constă numai în aceea că linia HT nu a fost atinsă în toate părţile de perimetrul poligonului mai mic, ci au fost lăsate atîtea părţi intacte, prin interpunerea golurilor sărite, cîte au fost părţile atinse de laturi; dar aici, în cazul cercurilor, niciodată nu se separă circumferinţa cercului mai mic de linia CE, astfel că nici o parte nu vine atinsă, iar ceea ce e atins de circumferinţă este lipsit de atingerea dreptei. Dar atunci cum poate cercul mai mic să descrie fără salturi o linie cu atîta mai mare de cît circumferinţa sa?

Sagr. Mă gîndeam dacă se poate spune că, aşa cum centrul cercului, el singur, tras de-a lungul lui *AD*, o atinge toată, fiind şi un singur punct, tot astfel ar putea punctele circumferinţei mai mici, antrenate de mişcarea celei mai mari, să alunece de-a lungul unor părticele ale liniei *CE*.

Salv. Aceasta nu se poate întîmpla din două motive. Mai întîi, fiindcă nu există nici un motiv serios ca vreuna din atingerile asemănătoare lui *C* să alunece pe vreo parte oarecare a liniei *CE*, iar celelalte nu; şi chiar dacă aceasta s-ar întîmpla, astfel de atingeri (deoarece sînt puncte) fiind infinite, alunecările pe *CE* ar fi infinite şi fiind multe, ar face o linie infinită; dar *CE* este finită. Celălalt motiv este că cercul cel mare schimbînd încontinuu contactul în rotaţia sa, nu se poate ca la fel să nu-l schimbe şi cercul cel mic, neputîndu-se duce din alt punct, decît din *B*, o linie dreaptă pînă la centrul *A* şi care să treacă şi prin punctul *C*; astfel că, circumferinţa cea mare schimbîndu-şi contactul, îl schimbă şi cea mică şi nici un punct al celei mici nu atinge mai mult decît un punct al dreptei sale *CE*. Afară de aceasta, şi în rotaţia poligoanelor, nici un punct al perimetrului celui mai mic nu coincidea cu mai mult decît un punct al liniei măsurate cu acelaşi perimetru; ceea ce se poate înţelege uşor considerînd linia *IK* ca fiind paralelă cu *BC*, fiindcă atîta timp cît *BC* nu alunecă pe *BQ*, *IK* rămîne ridicată deasupra lui *IP* şi nu o atinge decît în momentul cînd *BC* se uneşte cu *BQ* şi atunci întreaga *IK* se uneşte cu *OP* şi imediat se ridică deasupra ei.

Sagr. Chestiunea este într-adevăr complicată şi nici nu-mi vine în minte vreo soluţie; de aceea spuneţi-ne ce gîndiţi dvs.

Salv. Eu aş recurge la considerarea poligoanelor menţionate mai sus, al căror efect este inteligibil şi deja înţeles: şi aş spune că, după cum în poligoanele cu o sută de mii de laturi linia descrisă şi măsurată prin perimetrul celui mai mare, adică cu cele o sută de mii de laturi ale sale aşezate una în

continuarea celeilalte, este egală cu măsura a o sută de mii de laturi a celei mai mici, dar cu întrepunerea a o sută de mii de spații goale între ele; tot astfel aș spune că pentru cercuri (care sînt poligoane cu o infinitate de laturi) linia descrisă de o infinitate de laturi a cercului mare, așezate una în continuarea celeilalte, este egală în lungime cu linia descrisă de un număr infinit de laturi ale celui mai mic, dar de acestea cu interpunerea tot atîtor goluri; și după cum laturile nu sînt în număr finit, ci infinit, la fel golurile interpuse nu sînt în număr finit, ci infinit: adică acelea, cu un număr infinit de puncte pline; și acestea, cu un număr infinit de puncte parte pline, parte goale. Aici vă rog să vă însemnați că desfăcînd și împărțind o linie într-un număr finit de părți, și în consecință numărate, nu este posibil să le dispunem pe o întindere mai mare decît aceea pe care o ocupau cînd stăteau în continuitate și unite fără interpunerea tot atîtor spații goale: închipuindu-ne-o însă divizată în părți nu în număr finit, adică în indivizibilele sale infinite, o putem concepe întinsă la infinit fără interpunerea unui număr finit de spații goale, ci într-o infinitate de goluri indivizibile. Și ceea ce se spune despre simplele linii, se va înțelege despre suprafețele și corpurile solide, considerîndu-le compuse dintr-un număr infinit de atomi: deoarece în timp ce voim să le divizăm într-un număr finit de părți, nu încape îndoială că nu vom putea să le dispunem în spații mai ample decît cel ocupat mai înainte de solid decît prin interpunerea unui număr finit de spații goale, goale, zic, cel puțin de materia solidului; dar dacă ne vom gîndi la cea mai înaltă și ultimă descompunere făcută în primele componente nu în număr finit ci infinit, vom putea concepe astfel de componente situate într-un spațiu imens fără interpunerea unui număr finit de spații goale, ci numai de goluri în număr infinit nu finit; și în acest fel nimic nu ne împiedică să așezăm, de exemplu, o mică sferă de aur într-un spațiu foarte mare fără să admitem

spaţii goale în număr finit; dacă putem admite totuşi că aurul este compus dintr-un număr infinit de indivizibile*).

Simpl. Mi se pare că dvs. păşiţi pe drumul vidurilor semănate de un anumit filozof antic**).

Salv. Dar dvs. nu adăugaţi însă „care nega providenţa divină", după cum cu o ocazie asemănătoare, foarte puţin potrivită, a adăugat un oarecare adversar al Academicianului nostru.

Simpl. Am văzut, şi nu fără mîhnire, invidia rău intenţionatului oponent: eu însă voi evita astfel de chestiuni nu numai din politeţe, ci fiindcă ştiu cît sînt de nepotrivite cu mintea dvs. atît de cumpănită şi bine organizată, nu numai religioasă şi pioasă, ci şi catolică şi sfîntă***). Dar întorcîndu-ne la subiect, simt că se ivesc multe dificultăţi chiar din cele discutate mai

*) În prezent se ştie că aurul, ca orişice alt element chimic, nu este indivizibil la infinit *fără schimbarea proprietăţilor sale.* Un element oarecare poate fi devizat, cu păstrarea proprietăţilor, într-un număr foarte mare, dar finit de atomi. Desigur că acest lucru nu înseamnă că atomii de aur sau de orice element nu pot fi „divizaţi" la rîndul lor. Se cunoaşte de asemenea teza leninistă cu privire la inepuizabilitatea electronului. De aceea în prezent mai corectă ar fi afirmaţia că „nimic nu ne împiedică să aşezăm, de exemplu, o mică cantitate de materie într-un spaţiu foarte mare fără să admitem spaţii goale în număr finit".

**) Se face aluzie la filozoful grec Democrit (460—370 î.e.n.) din Abdera, unul din cei mai străluciţi materialişti din antichitate. Doctrina sa atomistă a constituit o realizare de seamă a gîndirii materialiste din Grecia antică. El socotea că la baza tuturor fenomenelor din natură se află atomul (existenţa) şi vidul (nonexistenţa). Atomii lui Democrit sînt particule materiale indivizibile şi lipsite de calităţi, care se deosebesc între ei prin formă. Varietatea corpurilor din natură se explică prin varietatea poziţiei şi ordinea de combinare a atomilor. Apariţia şi pieirea nenumăratelor lumi care formează universul, toate schimbările care se petrec în natură, se reduc, potrivit teoriei lui Democrit, la diferite combinări, împreunări şi despărţiri ale atomilor, care se mişcă în vid potrivit unei necesităţi naturale. El concepea mişcarea atomilor ca ceva etern. Aşadar, Democrit explica natura în mod materialist prin ea însăşi. Vidul lui Democrit nu este altceva decît spaţiul în care se mişcă atomii şi care poate exista independent de atomi. În afară de atomi şi de vid nu există nimic, toate celelalte sînt închipuiri. Atomii sînt în număr infinit de mare şi se mişcă într-un spaţiu infinit. Atomii mari căzînd în acest spaţiu se mişcă mai repede decît cei mici de care se ciocnesc; mişcarea laterală şi circulară ce se produce cu această ocazie dă naştere lumilor. Lumile, în număr infinit, se nasc şi pier una lîngă cealaltă şi una după alta.

În fizica modernă prin vid nu se înţelege pur şi simplu un spaţiu gol între atomi şi între particule, ci o formă de existenţă a materiei cu numeroase proprietăţi fizice.

***) Galilei nu a putut să se desprindă complet din epoca în care a trăit şi a făcut în unele privinţe concesii religiei.

înainte, de care nu mă pot scăpa nicidecum. Mai întîi de toate mi se prezintă următoarea: dacă circumferințele celor două cercuri sînt egale cu cele două drepte *CE*, *BF*, aceasta luată încontinuu iar aceea prin interpunerea unei infinități de puncte goale, în ce fel *AD*, descrisă de centru, care este un singur punct, se va putea numi egală cu el, ea conținînd o infinitate de puncte? Afară de aceea, această compunere a liniei din puncte, divizibilul din indivizibile, infinitul din finit, mi se par piedici foarte greu de evitat; și însăși admiterea vidului, atît de concludent reprobată de Aristotel, nu este lipsită de astfel de dificultăți.

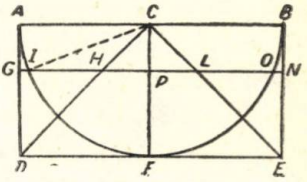
Salv. Într-adevăr, sînt și acestea și altele; dar să ne reamintim că sîntem între infiniți și indivizibile, aceia de neconceput, pentru mintea noastră finită, din cauza mărimii lor, iar acestea, din cauza micimii lor. Cu toate acestea vedem că mintea omenească nu vrea să renunțe să se ocupe cu ele; de aceea, luîndu-mi oarecare libertate, voi expune unele fantezii ale mele, care, dacă nu sînt concludente în mod necesar, cel puțin produc oarecare mirare prin noutatea lor*). Dar probabil devierea prea lungă de la drumul început v-ar putea părea inoportună și neplăcută.

Sagr. Ei bine, să ne bucurăm de beneficiul și privilegiul pe care-l avem de a vorbi cu cei vii și între prieteni și mai mult despre lucruri arbitrare și nu sigure, ceea ce diferă de consultarea cărților moarte, care îți trezesc o mie de îndoieli și nu-ți rezolvă nici una. Comunicați-ne deci considerațiile pe care vi le sugerează mersul raționamentelor noastre, fiindcă nu ne va lipsi timpul, datorită faptului că sîntem desărcinați de funcțiile obligatorii, de a continua să rezolvăm celelalte chestiuni ce ne preocupă; și în particular îndoielile exprimate de dl. Simplicio nu pot fi înlăturate în orice fel.

Salv. Așa să facem, deoarece aceasta este și dorința dvs.; și începînd cu cea dintîi, care a fost: cum se poate ca un sin-

*) Galilei este inițiatorul metodei matematice a indivizibilelor, care a fost dezvoltată de prietenul său Bonaventura Cavaglieri, care a dus la calculul infinitezimal al lui Newton și Leibniz.

gur punct să fie egal cu o linie, văzînd că nu se poate face altceva momentan, voi încerca să liniştesc sau cel puţin să temperez o improbabilitate cu alta asemenea sau mai mare, după cum uneori o mirare se temperează cu o minune. Şi aceasta va consta în a vă arăta două suprafeţe egale şi la fel două corpuri de asemenea egale şi aşezate pe suprafeţele menţionate, ca baze ale lor, care se vor micşora încontinuu şi în mod egal, atît unele cît şi celelalte, în acelaşi timp, rămînînd întotdeauna egale între ele reziduurile lor, şi în sfîrşit, atît suprafeţele cît şi solidele, terminîndu-şi egalităţile perpetue precedente, unul din solide cu una din suprafeţe într-o linie foarte lungă iar celălalt solid cu cealaltă suprafaţă într-un singur punct, adică acestea într-un singur punct şi celelalte într-o infinitate.



Sagr. Aceasta într-adevăr mi se pare o propunere admirabilă dar să-i auzim explicaţia şi demonstraţia.

Salv. Este necesar să facem o figură fiindcă demonstraţia este pur geometrică. De aceea să considerăm semicercul AFB, cu centrul în C, şi în jurul lui paralelogramul dreptunghic $ADEB$ şi din centru să ducem la punctele D, E liniile drepte CD, CE; închipuindu-ne apoi semidiametrul CF perpendicular şi imobil pe una din cele două drepte AB, DE, să zicem că în jurul lui se roteşte întreaga figură; este evident că dreptunghiul $ADEB$ va descrie un cilindru, semicercul AFB o emisferă iar triunghiul CDE un con. Înţelegînd aceasta, să ne imaginăm că emisfera este înlăturată, lăsînd însă conul şi ceea ce va rămîne din cilindru, care, din cauza figurii care se aseamănă cu un castron, o vom numi castron : despre acesta şi despre con vom demonstra mai întîi că sînt egale ; şi apoi, ducînd un plan paralel cu cercul de bază al castronului, al cărui diametru este linia DE iar centrul F, vom demonstra că un astfel de plan, care ar trece, de exemplu, prin linia GN, tăind castronul în

punctele *G*, *I*, *O*, *N* şi conul în punctele *H*, *L*, va tăia partea conului *CHL* în totdeauna egală cu partea din castron, al cărui profil ni-l reprezintă triunghiurile *GAI*, *BON*; mai mult, se va demonstra că baza aceluiaşi con, adică cercul de diametru *HL*, este egal cu suprafaţa circulară care este baza părţii castronului, care este, să zicem, ca o panglică de lărgimea egală cu linia *GI* (notaţi-vă între acestea ce sînt definiţiile matematice, care sînt o impunere de nume, sau să le spunem prescurtări ale vorbirii, ordonate şi introduse pentru a înlătura lipsa plictisitoare pe care dvs. şi eu o simţim prezentă fiindcă nu am convenit împreună să le numim, de exemplu, această suprafaţă, *panglica circulară* şi acea mărime foarte ascuţită a castronului *brici rotund*) : dar oricum vă place să le numiţi, este suficient să înţelegeţi că planul format la orice distanţă, numai să fie paralel cu baza, adică cu cercul al cărui diametru *DE*, să taie întotdeauna cele două solide, adică partea conului *CHL* şi partea superioară a castronului, egale între ele, şi la fel cele două suprafeţe baze ale acestor solide, adică panglica menţionată şi cercul *HL*, egale între ele. De aici rezultă mirarea menţionată; adică, dacă ne închipuim planul secant ridicat succesiv spre linia *AB*, totdeauna părţile tăiate din volume sînt egale, după cum şi suprafeţele, care sînt bazele lor, de asemenea sînt egale; şi în sfîrşit, ridicînd atît cele două solide (întotdeauna egale), ca şi bazele lor (suprafeţe de asemenea egale), se vor termina o pereche dintre ele într-o circumferinţă de cerc şi cealaltă într-un singur punct, fiindcă acestea sînt marginea superioară a castronului şi vîrful conului. Dar, în timp ce în micşorarea celor două solide se merge pînă la sfîrşit, menţinînd întotdeauna între ele egalitatea, mi se pare foarte convenabil să spun că termenii cei mai înalţi şi din urmă ai acestor micşorări rămîn întotdeauna egali între ei şi nu unul infinit mai mare decît celălalt; se pare aşadar că circumferinţa unui cerc imens se poate numi egală cu un singur punct. Şi ceea ce se întîmplă cu solidele se întîmplă la fel cu suprafeţele, bazele

lor, care de asemenea, păstrîndu-şi în micşorarea comună egalitatea, ajung în sfîrşit să întîlnească în momentul ultimei lor micşorări, una ca limită a sa circumferinţa unui cerc, iar cealaltă un singur punct; pentru ce nu se pot numi acestea egale, dacă sînt ultimele rămăşiţe şi urme lăsate de mărimi egale? Apoi notaţi-vă că dacă aceste vase ar avea imensitatea emisferelor cereşti, marginile lor superioare şi vîrfurile conurilor conţinute, păstrînd întotdeauna între ele egalitatea, se vor termina, acelea în circumferinţe egale cu ale cercurilor mari ale orbitelor cereşti, iar acestea în simple puncte. De aceea, potrivit celor ce ne învaţă astfel de speculaţii, toate circumferinţele cercurilor, oricît ar fi de neegale, se pot numi egale între ele şi fiecare egală cu un singur punct.

Sagr. Speculaţia mi se pare atît de fină şi elegantă, încît eu, chiar dacă aş putea nu m-aş opune, deoarece mi s-ar părea aproape un sacrilegiu să destram o astfel de structură frumoasă dispreţuind-o printr-un atac pedant; de aceea, pentru satisfacţia completă, daţi-ne dovada, pe care o numiţi geometrică, că se menţine întotdeauna egalitatea între aceste solide şi bazele lor, care cred că trebuie să fie foarte fină; fiind atît de subtilă meditaţia filozofică ce depinde de o astfel de concluzie.

Salv. Demonstraţia este şi scurtă şi uşoară. Să reluăm figura desenată, în care, unghiul IPC fiind drept, pătratul semidiametrului IC este egal cu cele două pătrate ale laturilor IP, PC: dar semidiametrul IC este egal cu AC şi aceasta egală cu GP şi CP este egală cu PH; prin urmare pătratul liniei GP este egal cu cele două pătrate ale lui IP, PH şi cuadruplul cu cuadruplele, adică pătratul diametrului GN este egal cu cele două pătrate IO, HL; şi fiindcă cercurile sînt între ele precum pătratele diametrelor lor, cercul al cărui diametru este GN va fi egal cu cele două cercuri ale căror diametre sînt IO, HL şi scoţînd cercul comun al cărui diametru este IO, restul cercului GN va fi egal cu cercul al cărui diametru este HL. Aceasta în ceea ce priveşte partea întîi; în ceea ce priveşte apoi cea-

laltă parte, vom amîna deocamdată demonstrația, atît pentru că dacă voim s-o vedem, o vom găsi în propoziția a douăsprezecea a cărții a doua *De centro gravitatis solidorum*, dată de dl. Luca Valerio, noul Arhimede al secolului nostru, care s-a servit de ea într-o altă problemă, cît și fiindcă în cazul nostru este deajuns să vedem că suprafețele menționate sînt întotdeauna egale și că, micșorîndu-se în mod egal, se vor termina una într-un singur punct și cealaltă în circumferința unui cerc, mai mare decît oricare, fiindcă numai această consecință ne miră.

Sagr. Pe cît de ingenioasă este demonstrația, pe atît de minunate sînt reflexiile făcute asupra ei. Acum să auzim ceva referitor la cealaltă dificultate ridicată de dl. Simplicio, dacă aveți ceva deosebit să spuneți despre ea, ceea ce aș crede că nu poate fi, fiind o controversă atît de discutată.

Salv. Aș avea o idee interesantă, repetînd mai întîi ceea ce am spus cu puțin mai înainte, anume că noi nu putem concepe infinitul prin el însuși, după cum nici indivizibilele; or, gîndiți-vă ce vor fi ele dacă le combinăm; anume dacă voim să compunem o linie din puncte indivizibile, trebuie să le facem infinite; și astfel trebuie să înțelegem în același timp infinitul și indivizibilul. Lucrurile care de mai multe ori mi-au trecut prin minte în această problemă sînt multe dintre care unele și poate cele mai considerabile, s-ar putea ca, așa pe neașteptate, să nu-mi vină în minte, dar în decursul raționamentului s-ar putea întîmpla ca trezind în dvs. și în deosebi în dl. Simplicio, obiecții și dificultăți, acestea în schimb îmi vor reaminti ceea ce fără o astfel de stimulare ar rămînea dormind în fantezia mea; de aceea, fie-mi permis să discutăm, cu libertatea obișnuită, despre fanteziile noastre omenești, fiindcă, cu tot dreptul, așa le putem numi în comparație cu doctrinele supranaturale*), singurele adevărate și sigure hotă-

*) În urma procesului său cu inchiziția, Galilei nu a mai cutezat să-și exprime pe față ideile, de aceea uneori folosește viclenia în exprimarea anumitor idei.

rîtoare ale controverselor noastre și călăuzitoare infailibile în cărările noastre obscure și îndoielnice sau mai bine-zis în labirintele noastre.

Între primele obiecții care se aduc împotriva acelora care compun continuul din indivizibile, de obicei este aceea că un indivizibil adăugat la un alt indivizibil nu produce un lucru divizibil, fiindcă dacă aceasta ar fi așa, ar urma ca și indivizibilul să fie divizibil; deoarece dacă două indivizibile, ca de exemplu două puncte, unite ar face o cantitate, care ar fi o linie divizibilă, cu atît mai mult ar fi aceasta o compunere din trei, din cinci, din șapte și din alte mulțimi neperechi; care linii putînd fi tăiate în două părți egale, fac divizibil acel indivizibil care era așezat la mijloc. Acesteia și altor obiecții de acest gen îi satisfacem în parte zicînd, că nu numai două indivizibile dar nici zece, nici o sută, nici o mie nu formează o mărime divizibilă și finită, ci un număr infinit.

Simpl. Aici se ivește imediat o îndoială, care mi se pare de nerezolvat; aceasta este că, fiind siguri de existența liniilor una mai mare decît alta, conținînd totuși amîndouă o infinitate de puncte, trebuie să recunoaștem că în același gen se găsește un lucru mai mare decît infinitul, fiindcă infinitatea punctelor liniei mai mari va întrece infinitatea punctelor celei mai mici. Dar această existență a unui infinit mai mare decît infinitul mi se pare o concepție ce nu poate fi înțeleasă în nici un chip.

Salv. Acestea sînt dificultăți care provin din raționamentul pe care-l facem cu mintea noastră finită asupra infiniților, dîndu-le atribute pe care le dăm lucrurilor finite și mărginite; aceasta cred că este nepotrivit, deoarece mi se pare că atributele de mai mare, mai mic și egal nu se potrivesc infiniților, despre care nu se poate spune că unul este mai mare sau mai mic sau egal cu altul. Ca dovadă îmi reamintesc un raționament, pe care, pentru o explicare mai clară, îl voi propune prin întrebări d-lui Simplicio, care a ridicat obiecțiunea.

Presupun că dvs. ştiţi foarte bine care sînt numerele pătrate şi care cele nepătrate.

Simpl. Ştiu foarte bine că număr pătrat este acela ce provine din înmulţirea unui număr prin el însuşi; astfel patru, nouă etc. sînt numere pătrate primul născut din doi, celălalt din trei înmulţite prin ele înşile.

Salv. Foarte bine: şi mai ştiţi, că după cum produsele se numesc pătrate, producătoarele, adică acelea care se înmulţesc, numerele înmulţite prin ele înşile, nu sînt pătrate. Dacă voi spune, că toate numerele, cuprinzînd pătratele şi nepătratele sînt mai multe decît pătratele singure, voi spune o propoziţie adevărată: nu este aşa?

Simpl. Nu poate fi altfel.

Salv. Iar dacă voi întreba cîte numere pătrate sînt, cu tot dreptul se poate răspunde că ele sînt atîtea cîte sînt propriile rădăcini, deoarece orice pătrat îşi are rădăcina sa, orice rădăcină pătratul său şi nici un pătrat nu are mai mult de o singură rădăcină, nici o rădăcină mai mult decît un singur pătrat.

Simpl. Aşa este.

Salv. Dar dacă voi întreba cîte rădăcini sînt, nu se poate nega că nu sînt atîtea cîte numere, fiindcă nu există nici un număr care să nu fie rădăcina vreunui pătrat; astfel stînd lucrurile este foarte potrivit să spunem că sînt tot atîtea numere pătrate cît toate numerele, fiindcă sînt atîtea cîte şi rădăcinile lor şi rădăcini sînt toate numerele; şi totuşi la început am spus că sînt cu mult mai multe numere decît pătrate, cea mai mare parte nefiind pătrate. Şi totuşi numărul pătratelor scade întotdeauna în proporţie mai mare, cînd trecem la numere mai mari; fiindcă pînă la o sută sînt zece pătrate, ceea ce se poate spune că a zecea parte sînt pătrate; în zece mii numai a suta parte sînt pătrate, într-un milion numai a mia; şi cu toate acestea în numărul infinit, dacă-l putem concepe, ar trebui să spunem că sînt atîtea pătrate cît toate numerele împreună.

Sagr. Aşadar ce putem preciza în această problemă?

Salv. Nu văd că s-ar putea ajunge la altă concluzie, decît să spunem, că infinite sînt toate numerele, infinite sînt pătratele, infinite sînt rădăcinile lor, și că nici mulțimea pătratelor nu este mai mică decît a tuturor numerelor, nici aceasta nu este mai mare decît aceea, iar în ultimă concluzie, atributele de egal, mai mare și mai mic nu-și au locul pentru infiniți, ci numai pentru cantități finite. De aceea cînd dl. Simplicio îmi prezintă mai multe linii neegale și mă întreabă cum se poate ca în cele mai mari să nu fie mai multe puncte decît în cele mai mici, îi răspund că nu sînt nici mai multe, nici mai puține, nici tot atîtea, ci în fiecare infinite; sau într-adevăr, dacă i-aș răspunde că în una sînt tot atîtea puncte cît și numere pătrate, în una mai multe de cîte numere sînt, în aceea mai mică cîte numere cubice sînt, nu i-aș fi dat un răspuns satisfăcător punînd mai multe într-una decît în alta și totuși în fiecare infinite? Aceasta în ce privește prima dificultate.

Sagr. Opriți-vă vă rog, și permiteți-mi să adaug la cele spuse pînă aici o idee, care mi-a venit acum; aceasta este că, stînd astfel lucrurile, mi se pare că nu numai nu se poate spune că un infinit este mai mare decît un alt infinit, dar nici că el este mai mare decît un finit, deoarece dacă numărul infinit ar fi mai mare, de exemplu decît un milion, ar urma că, trecînd de la milion la altele și altele încontinuu mai mari, am merge spre infinit; ceea ce nu este; ba dimpotrivă, cu cît trecem la numere mai mari, cu atît mai mult ne îndepărtăm de numărul infinit, fiindcă în cazul numerelor, cu cît acestea se iau mai mari tot mai rare sînt numerele pătrate cuprinse în ele; dar în numărul infinit pătratele nu pot fi mai puține decît toate numerele, după cum am conchis chiar acum; prin urmare a merge spre numere din ce în ce mai mari înseamnă a ne depărta de numărul infinit.

Salv. Astfel din expunerea dvs. ingenioasă se conchide că atributele de mai mare, mai mic sau egal nu au loc nici între infiniți, nici între infiniți și finiți.

Trec acum la o altă considerație și anume că, deoarece linia și orice continuu sînt divizibile întotdeauna în divizibile, nu văd cum putem evita ca, compunerea să fie din infiniți indivizibili, fiindcă o diviziune și subdiviziune ce se poate continua la infinit presupune ca părțile să fie infinite, deoarece altfel subdiviziunea ar fi terminabilă; și deoarece părțile sînt infinite, rezultă că ele nu sînt finite, fiindcă un număr finit de infiniți fac o întindere infinită; și astfel avem continuul compus dintr-o infinitate de indivizibile.

Simpl. Dar dacă putem să continuăm totdeauna diviziunea în părți finite, ce nevoie avem în această privință să introducem infiniții?

Salv. Posibilitatea de a continua permanent diviziunea în părți finite aduce cu sine necesitatea compunerii din infiniți. De aceea, ca să punem capăt controversei, vă rog să-mi spuneți categoric, dacă părțile finite ale continuului, după părerea dvs. sînt finite sau infinite?

Simpl. Vă răspund că sînt infinite și finite; infinite în posibilitate; și finite în act*); infinite în posibilitate, adică înaintea diviziunii; dar finite în act, adică după ce sînt divizate; fiindcă părțile nu se înțeleg că sînt cu totul în mod actual, decît după ce sînt divizate sau cel puțin notate, altfel se zice că se găsesc în posibilitate.

Salv. Astfel, o linie lungă, de exemplu de douăzeci de palme, nu se spune că cuprinde douăzeci de linii de o palmă una în

*) După Aristotel, fiecare lucru este constituit din materie și formă. La baza universului se află un substrat nedeterminat: prima materie. Sub această formă însă, materia nu există decît în abstracție, în realitate ea este determinată de activitatea formelor care prin ele însile sînt imateriale. Materia reprezintă o posibilitate a lucrurilor, pe cînd forma este principiul actual. Posibilitatea se transformă în realitate în mișcare: forma se materializează. Astfel după părerea lui Aristotel, mișcarea nu poate fi redusă nici la formă pură, nici la materia singură ea nu este nici numai potențial sau *în posibilitate*, nici numai actual sau *în act*, ci trece din una în cealaltă. Așadar, în contradicție cu ipoteza sa dialectică despre unitatea dintre formă și materie, în conceptul lui Aristotel intervine o ruptură antidialectică între acestea, o abatere de la materialism la idealism, el considerînd materia inertă și amorfă iar forma un principiu activ.

act, decît după împărţirea în douăzeci de părţi egale ; iar înainte se zice că le cuprinde numai în posibilitate. Dar fie cum vă place ; şi spuneţi-mi dacă, făcînd diviziunea în astfel de părţi, întregul creşte sau scade sau rămîne de aceeaşi mărime.

Simpl. Nici nu creşte nici nu scade.

Salv. Şi eu tot aşa cred. Prin urmare, părţile finite ale continuului fie că sînt în act fie în posibilitate nu fac cantitatea nici mai mare nici mai mică ; dar este lucru clar că părţile finite conţinute în mod actual în întregul lor, dacă sînt infinite, îl fac de mărime infinită ; aşadar, părţi finite, deşi numai în posibilitate infinite, nu pot fi cuprinse decît într-o mărime infinită ; prin urmare, într-o mărime infinită nu pot fi conţinute părţi finite în număr infinit, nici în act nici în posibilitate.

Sagr. Cum poate fi deci adevărat că continuul poate fi neîncetat divizat în părţi capabile întotdeauna de o nouă diviziune ?

Salv. Se pare că deosebirea între act şi posibilitate face posibil pe de o parte ceea ce ar fi imposibil pe de altă parte. Eu însă voi căuta să elucidez mai bine aceste chestiuni făcînd un alt calcul ; şi la întrebarea dacă părţile finite ale continuului finit sînt finite sau infinite, voi da un răspuns cu totul contrar celui dat mai înainte de dl. Simplicio, anume că nu sînt nici finite nici infinite.

Simpl. Aceasta nu aş fi putut-o spune niciodată eu, negîndindu-mă că s-ar găsi vreun termen mediu între finit şi infinit, astfel că împărţirea sau deosebirea care stabileşte că un lucru este finit sau infinit să fie neadevărată şi defectuoasă.

Salv. Mi se pare că aşa este. Şi vorbind despre cantităţile discrete, mi se pare că între cele finite şi infinite există un al treilea termen intermediar, care corespunde oricărui număr determinat ; astfel că, întrebînd, în problema prezentă, dacă părţile finite ale continuului sînt finite sau infinite, răspunsul

cel mai potrivit ar fi să spunem, că nu sînt nici finite nici infinite dar atîtea în cît corespund oricărui număr determinat: pentru aceasta este necesar ca ele să nu fie cuprinse într-un număr finit, deoarece nu ar corespunde unuia mai mare; dar nu este necesar nici ca ele să fie infinite, fiindcă nici un număr determinat nu este infinit; şi astfel, după voia celui care pune întrebarea, putem să-i arătăm o linie dată tăiată în o sută de părţi finite şi într-o mie şi în zece mii, potrivit oricărui număr ce-i va plăcea; dar divizată la infinit, aceasta nu este posibil. Prin urmare le conced domnilor filozofi că continuul conţine atîtea părţi finite cîte le place lor, şi le admit că le conţine în act sau posibilitate, după gustul şi buna lor plăcere; dar le adaug apoi, că după cum într-o linie de zece stînjeni se cuprind zece linii de cîte un stînjen şi patruzeci de cîte un cot şi optzeci de cîte o jumătate de cot etc., astfel că ea conţine o infinitate de puncte; numiţi-le în act sau în posibilitate, cum vă place, fiindcă eu d-le Simplicio în această privinţă rămîn la plăcerea şi judecata dvs.

Simpl. Nu pot să nu laud raţionamentul dvs.: dar tare mă tem că această paritate de a fi conţinute punctele ca părţi finite nu este tocmai exactă, nici că va fi foarte uşor să împărţiţi linia propusă într-o infinitate de puncte, ca filozofii menţionaţi în zece stînjeni sau în patruzeci de coţi, ba chiar consider că este cu totul imposibil să efectuăm în realitate o astfel de împărţire, aşa că aceasta va fi una din acele posibilităţi care niciodată nu se realizează în act.

Salv. Faptul că un lucru nu este realizabil decît cu oboseală şi trudă sau într-un timp foarte lung nu îl face imposibil, deoarece cred că dvs. nu veţi reuşi uşor ca să faceţi împărţirea unei linii în o mie de părţi şi cu mult mai puţin ca să o împărţiţi în 937 sau în alt număr prim mare. Dar dacă aceasta, pe care dvs. din întîmplare o consideraţi ca o împărţire imposibilă, v-aş reduce-o la una atît de rapidă ca şi cînd cineva ar trebui să o taie în patruzeci de părţi, aţi admite-o mai valabilă în conversaţia noastră?

Simpl. Apreciez cu multă plăcere felul cum tratați uneori problemele; și la întrebare vă răspund că ușurința mi s-ar părea mai mult decît suficientă dacă împărțirea în puncte nu ar fi mai laborioasă decît împărțirea în o mie de părți.

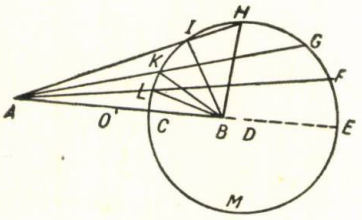
Salv. Aici vreau să vă spun un lucru care probabil vă va mira, privitor la a voi sau a putea împărți linia în punctele sale infinite menținînd ordinea pe care o folosește cel care o împarte în patruzeci, șasezeci sau o sută de părți, adică împărțind-o în două apoi în patru etc.: cu această ordine cine crede că găsește punctele sale infinite se înșeală mult, deoarece cu un astfel de procedeu nu se va ajunge niciodată nici măcar la împărțirea în toate părțile finite; dar cu indivizibile este atît de departe de a se putea ajunge pe un astfel de drum la scopul căutat, încît mai ușor cineva se poate îndepărta și în timp ce își închipuie, că prin continuarea diviziunii și înmulțirea numărului părților, se apropie de infinitate, cred că se îndepărtează tot mai mult, iar raționamentul meu este următorul. În discuția avută adineauri am conchis că în numărul infinit trebuie să fie tot atîtea pătrate sau cuburi cîte numere, fiindcă atît acestea cît și acelea sînt în număr egal cu rădăcinile lor iar rădăcini sînt toate numerele. Am văzut apoi că cu cît se luau numere mai mari, cu atît erau mai rare în ele pătratele și cu atît mai rare cuburile; prin urmare, este evident că, cu cît trecem la numere mai mari, cu atît mai mult ne îndepărtăm de numărul infinit; de aici rezultă că, întorcîndu-ne înapoi (deoarece această înaintare ne îndepărtează tot mai mult de scop), dacă vreun număr oarecare se poate numi infinit, acesta este unitatea. Și într-adevăr, ea întrunește condițiile și calitățile necesare numărului infinit, anume de a cuprinde în sine atîtea pătrate cîte cuburi și cîte numere există.

Simpl. Nu văd cum trebuie înțeleasă această chestiune.

Salv. Chestiunea nu este de loc îndoielnică, fiindcă unitatea este pătrat, este cub, pătrato-pătrat*) și toate celelalte

*) puterea a patra.

puteri şi nici nu există vreo particularitate esenţială a pătratelor, a cuburilor etc. care să nu-i convină lui unu; aşa de exemplu, o proprietate a două numere pătrate este de a avea între ele o medie proporţională; luaţi orice număr pătrat ca un termen şi unitatea ca celălalt şi întotdeauna veţi găsi un număr mediu proporţional. Fie 9 şi 4 două numere pătrate: între 9 şi 1 media proporţională este 3; între 4 şi 1 media este 2; şi între cele două pătrate 9 şi 4 media este 6. O proprietate a cuburilor este de a găsi între ele în mod necesar două numere medii proporţionale: luaţi 8 şi 27, între ele sînt două medii 12 şi 18; între 1 şi 8 mediile sînt 2 şi 4; între 1 şi 27 sînt 3 şi 9. Conchidem deci, că nu există alt număr infinit decît unitatea. Acestea sînt minuni care întrec puterea noastră de imaginaţie şi care ar trebui să ne atragă atenţia cît de grav se greşeşte cînd voim să discutăm despre infiniţi cu aceleaşi atribute pe care le folosim relativ la finiţi, ale căror naturi nu au nici o legătură între ele.



Privitor la aceasta vreau să vă povestesc un caz minunat ce îmi vine în minte, care explică deosebirea infinită, ba chiar aversiunea şi contrarietatea naturii pe care ar întîlni-o o cantitate finită prin trecerea la infinit. Să luăm o linie dreaptă AB de o lungime oarecare; şi luînd pe ea un punct oarecare C, care să o împartă în părţi neegale; zic că ducînd perechi de linii de la capetele A, B, care, păstrînd între ele acelaşi raport pe care îl au părţile AC, BC, se întîlnesc, punctele lor de întîlnire se vor găsi toate pe circumferinţa aceluiaşi cerc; cum, de exemplu,ducînd dreptele AL, BL din punctele A, B, care au între ele acelaşi raport ca şi părţile AC, BC şi se întîlnesc în punctul L, şi păstrînd acelaşi raport alte două AK, BK, ce se întîlnesc în K, precum şi altele AI, BI, AH, HB, AG, GB,

AF, *FB*, *AE*, *EB*, zic că punctele de întîlnire *L*, *K*, *I*, *H*, *G*, *F*, *E*, se găsesc toate pe circumferinţa aceluiaşi cerc; în acest fel dacă ne închipuim că punctul *C* se mişcă incontinuu în aşa fel că liniile trasate de el pînă la capetele fixe *A*, *B* menţin întotdeauna acelaşi raport pe care îl au primele părţi *AC*. *CB*, punctul *C* va descrie circumferinţa unui cerc, după cum vă voi demonstra imediat; cercul astfel descris va deveni din ce în ce mai mare pînă la infinit, după cum punctul *C* va fi luat mai apropiat de punctul din mijloc, fie *O*, şi cel mai mic va fi cercul descris de punctul cel mai aproape de extremitatea *B*, astfel că din infinitatea de puncte ce se pot lua pe linia *OB* se vor descrie cercuri (mişcîndu-le după legea lămurită de orice mărime, mai mici decît pupila ochiului unui purice şi mai mari decît echinocţiul primului mobil*). Acum, dacă pornind de la orice punct cuprins între limitele *O*, *B*, din toate se descriu cercuri, foarte mari din punctele apropiate de *O*, luînd însuşi *O* şi continuînd a-l mişca observînd aceeaşi lege, anume că liniile duse din el pînă la capetele *A*, *B* să respecte acelaşi raport pe care îi au primele linii *AO*, *OB*, ce fel de linie va fi descrisă? Ar fi descrisă circumferinţa unui cerc, dar a unui cerc mai mare decît toate celelalte cercuri oricît de mari, deci a unui cerc infinit; dar se descrie şi o linie dreaptă şi perpendiculară pe *BA*, ridicată din punctul *O* şi prelungită la infinit, fără a se mai întoarce ca să-şi unească ultimul capăt cu cel dintîi, cum se întorceau celelalte; fiindcă cea descrisă de mişcarea limitată a punctului *C*, după ce a descris semicercul superior *CHE*, continua să descrie pe cel inferior *EMC*, unind împreună capetele extreme în punctul *C*; pe cînd punctul *O*,

*) Potrivit teoriei cosmologice a lui Aristotel, care avea un caracter geocentric, cerul este format din sfere concentrice, mobile în jurul Pămîntului nemişcat, fiecare avînd sensul şi viteza sa proprie de rotaţie. Ele duc cu sine planetele, Soarele şi Luna, fixate fiecare pe cîte o sferă. Mişcarea sferelor se transmite de la una la alta şi anume de la cea mai mare la cea mai mică. Sfera cea mai îndepărtată, care transportă stelele fixe este cea care dă tuturor celorlalte primul impuls. În Evul Mediu această sferă era considerată nu numai ca primul motor, ci şi ca locuinţă a lui Dumnezeu şi a sfinţilor numită „empireu".

mișcat ca să descrie, ca toate celelalte puncte ale liniei AB (fiindcă punctele luate de cealaltă parte OA vor descrie de asemenea cercurile lor, și anume cele mai mari punctele apropiate de O), cercul său, pentru a-l face mai mare decît toate și în consecință infinit, nu se poate reîntoarce la primul său capăt și în definitiv descrie o linie dreaptă infinită ca circumferință a cercului său infinit. Considerați acum ce deosebire este între un cerc finit și unul infinit, fiindcă acesta își schimbă în așa fel existența, încît își pierde cu totul existența și posibilitatea de a exista : fiindcă înțelegem foarte bine că nu poate exista un cerc infinit ; de unde se trage concluzia că, cu atît mai puțin nu poate exista o sferă infinită, nici vreun alt corp oarecare sau suprafață figurată și infinită. Dar ce vom spune despre astfel de metamorfoze la trecerea de la finit la infinit ? și de ce trebuie să simțim o aversiune mai mare în timp ce, căutînd infinitul în numere, ajungem să-l conchidem în unu ? și în timp ce fărîmițînd un solid în multe părți și urmărind a-l reduce la o pulbere foarte fină, încît să fie descompus într-o infinitate de atomi ai săi ce nu mai pot fi divizați, de ce nu vom putea spune că acesta a revenit la un singur continuu, dar probabil fluid ca apa sau mercurul sau însuși metalul lichefiat ? și nu vedem că pietrele se lichefiază în sticlă și însăși sticla, prin foc, devine mai fluidă decît apa ?

Sagr. Așadar, trebuie să credem că fluidele sînt atare fiindcă sînt descompuse în primele indivizibile infinit de mici, anume componentele lor ?

Salv. Nu găsesc o altă ieșire mai bună pentru a lămuri anumite fenomene, dintre care unul este următorul. Dacă iau un corp dur, fie piatră, fie metal și cu ajutorul unui ciocan sau al unei pile foarte fine îl fărîmițez atît cît se poate într-o pulbere foarte fină, este clar că particulele sale, deși prin micimea lor sînt imperceptibile una cîte una pentru văzul și pipăitul nostru, totuși ele sînt încă finite, au formă și sînt numerabile : și dacă se acumulează se mențin îngrămădite ; iar dacă facem

în ele o cavitate pînă la un anumit punct, cavitatea rămîne, fără ca părţile din jur să vină să o umple; scuturate şi mişcate, imediat ce forţa externă încetează se închide: şi aceleaşi efecte se produc la toate corpurile formate din corpusculi oricît de mari şi de orice formă, chiar sferică, după cum vedem la grămezile de mei, grîu, alice de plumb şi de orice altă materie. Dacă însă vom căuta să vedem astfel de fenomene în apă, nu vom găsi niciunul; căci, ridicată, imediat ea revine, dacă nu este susţinută de un vas sau un alt sprijin; găurită, imediat vine şi umple cavitatea; iar agitată, fluctuează mult timp, împrăştiindu-şi undele în spaţii foarte mari. De aici mi se pare că pot cu tot dreptul deduce că particulele cele mai mici ale apei, din care se pare că ea este compusă (deoarece are consistenţă mai mică decît praful cel mai fin, ba chiar nu are nici o consistenţă), sînt foarte diferite de cantităţile finite cele mai mici şi divizibile; şi nici nu aş putea găsi altă deosebire între ele decît că sînt indivizibile. De asemenea, mi se pare că transparenţa ei foarte fină ne duce la o concluzie sigură: căci dacă vom lua cel mai transparent cristal şi vom începe să-l sfărîmăm şi să-l pisăm, redus în stare de pulbere îşi pierde transparenţa şi cu atît mai mult cu cît este pisat mai mărunt; apa însă, care este cea mai mult fărîmiţată, este totuşi cea mai transparentă. Aurul şi argintul, pulverizate cu acizi (aqua forte) mai fin decît cu orice pilă, rămîn sub formă de pulbere, dar nu devin fluide, şi nu se lichefiază înainte de a fi dizolvate de forţa focului sau de razele soarelui, cred că în ultimele lor componente infinit de mici şi indivizibile.

Sagr. Ceea ce dvs. aţi amintit despre lumină, am văzut de mai multe ori cu mirare; am văzut zic, lichefiindu-se plumbul într-o clipită cu o oglindă concavă cu diametrul de 3 palme; de unde am dedus că dacă o oglindă ar fi foarte mare, bine poleită şi de formă parabolică, ar lichefia orice alt metal în timp foarte scurt, văzînd că aceea, care nu era nici mare, nici bine lustruită şi de cavitate sferică, lichefia cu atîta

putere plumbul și ardea orice materie combustibilă; efecte care mă fac să cred minunile oglinzilor lui Arhimede*).

Salv. În ceea ce privește efectele oglinzilor lui Arhimede, m-a făcut să cred orice minune, ce se citește în mai mulți autori, chiar lectura cărților lui Arhimede, citite și studiate cu mare mirare; și dacă mi-ar fi rămas vreo îndoială, ultima lucrare a P. Buonaventura Cavalieri referitor la Oglinda arzătoare, pe care am citit-o cu admirație, a fost suficientă să-mi înlăture orice dificultate.

Sagr. Am văzut și eu acest tratat și l-am citit cu plăcere și admirație; și deoarece l-am cunoscut personal pe autor mai înainte, mi s-a întărit convingerea pe care o aveam despre el că va deveni unul din cei mai mari matematicieni ai timpurilor noastre. Dar întorcîndu-ne la efectul minunat al razelor solare în lichefierea metalelor, trebuie să credem că o astfel de operație atît de vehementă are loc fără mișcare sau dacă este cu mișcare, atît de rapidă?

Salv. Vedem că celelalte arderi și dizolvări se fac prin mișcare și încă cu mișcare foarte rapidă: anume efectele fulgerelor, a prafului în mine și în petarde și în sfîrșit că întețirea flăcării cărbunilor cu focul amestecat cu vapori denși și impuri, crește mult puterea ei de a lichefia metalele: de aceea nu pot înțelege de ce acțiunea luminii, deși foarte pură, ar putea avea loc fără mișcare și încă foarte rapid.

Sagr. Dar de ce natură și cît de mare trebuie să considerăm că este această viteză a luminii? poate instantanee,

*) Galilei face aici aluzie la legenda potrivit căreia Arhimede ar fi folosit în timpul celui de-al doilea război punic oglinzi cu ajutorul cărora ar fi incendiat corăbiile generalului roman Marcellus care asedia Siracuza. Cea dintîi afirmație categorică asupra întrebuințării acestor oglinzi o găsim în sec. VI al erei noastre la Anthemios. În cartea sa *Mecanica* acest autor pune la îndoială că Arhimede ar fi putut aprinde corăbiile cu ajutorul oglinzilor concave la o distanță atît de mare. El presupune că Arhimede ar fi folosit un sistem de oglinzi plane în acest scop, descriind chiar un sistem de oglinzi care ar putea produce un astfel de efect. Legenda mai este menționată de scriitorii: Zonaras, Eustathios și Tzetzes. Mai tîrziu naturalistul Buffon a construit un sistem de oglinzi plane cu ajutorul cărora a reușit să aprindă la o anumită distanță corpuri ușor inflamabile.

momentană sau, ca și celelalte mișcări, în timp? și nu vom putea afla prin experiențe cît este ea de mare?

Simpl. Experiența zilnică arată că propagarea luminii este instantanee, cînd vedem trăgînd un tun la o distanță mare, lumina flăcării ajunge la ochii noștri fără pierdere de timp, pe cînd sunetul nu ajunge la urechi decît după un interval oarecare de timp.

Sagr. Ei, d-le Simplicio, din această experiență foarte importantă nu deducem altceva decît că sunetul ajunge la urechea noastră într-un timp mai lung decît ajunge lumina; dar nu mă asigură că propagarea luminii este instantanee, mai mult decît temporară dar foarte rapidă. O asemenea observație nu conchide mai mult decît cea care spune: „îndată ce soarele ajunge la orizont, lumina sa sosește la ochii noștri"; fiindcă cine mă asigură că razele sale nu ar ajunge la orizont mai înainte decît la ochii noștri?

Salv. Puțina putere de convingere a acestora și a altor observații asemănătoare m-au făcut o dată să mă gîndesc în ce fel ne-am putea asigura, fără greșeală, dacă iluminarea, adică propagarea luminii, este într-adevăr instantanee; deoarece propagarea rapidă a sunetului ne asigură că cea a luminii nu poate fi decît foarte rapidă: iar experiența pe care mi-o amintesc era următoarea. Două persoane să ia fiecare cîte o lumînare, pe care punînd-o într-o lanternă sau în alt adăpost, să o poată acoperi și descoperi prin interpunerea mîinii, vederii tovarășului său și așezîndu-se unul față de celălalt la o distanță de cîțiva coți, să se deprindă în descoperirea și acoperirea luminii de vederea celuilalt, astfel că îndată ce unul vede lumina celuilalt, să o descopere pe a sa; care corespondență după cîteva semnalizări făcute alternativ, le va fi în așa fel potrivită încît, fără greșeală sensibilă, descoperirii unuia să-i răspundă imediat descoperirea celuilalt, astfel că atunci cînd unul își descoperă lumina, va vedea în același timp apărîndu-i lumina celuilalt. Deprinzînd o astfel de practică la această distanță

foarte mică, să se aşeze cele două persoane cu două lumînări asemănătoare la distanţa de două sau trei mile şi făcînd noaptea aceeaşi experienţă, să observe cu atenţie dacă răspunsurile descoperirilor şi acoperirilor lor corespund aceluiaşi ritm care avea loc în apropiere; ceea ce urmînd se va putea conchide cu siguranţă că propagarea luminii este instantanee; căci dacă ea ar cere timp, la o distanţă de trei mile, care corespund la şase prin mergerea unei lumini şi venirea celeilalte, intervalul de timp va trebui să fie uşor de observat. Iar dacă am voi să facem o astfel de observaţie la distanţe mai mari, adică la opt sau zece mile, ne vom putea servi de telescop, punînd cîte unul la dispoziţia observatorilor în locul unde noaptea se aşează luminile; care, chiar şi dacă nu sînt prea mari şi deci invizibile la o distanţă aşa de mare cu ochiul liber, dar foarte uşor de acoperit şi de descoperit, cu ajutorul lunetelor deja puse la punct şi fixate, pot fi văzute comod.

Sagr. Experienţa mi se pare tot atît de sigură pe cît este de ingenioasă. Dar spuneţi-mi la ce rezultat practic aţi ajuns.

Salv. În realitate nu am făcut experienţa, decît la o distanţă mică *), adică la mai puţin de o milă, din care nu am putut să mă asigur dacă într-adevăr apariţia luminii opuse este instantanee; dar totuşi, dacă nu este instantanee, ea este foarte rapidă şi aş spune momentană şi aş compara-o cu propagarea luminii unui fulger văzut între norii îndepărtaţi de opt sau zece mile: la care lumină deosebim începutul, şi îi voi zice capul şi izvorul, într-un loc particular între aceşti nori, dar imediat urmează împrăştierea foarte largă printre ceilalţi din jur; aceasta mi se pare o dovadă că ea are loc într-un interval mic de timp; căci dacă iluminarea s-ar face deodată,

*) Urmaşii lui Galilei de la Accademia del Cimento au încercat experienţa lui Galilei la o distanţă mai mare, dar nici ei nu au obţinut rezultate pozitive. În *Saggi di Naturali esperienze*, apărută în 1667, în capitolul intitulat *Esperienze intorno alla luce e suoi effetti*, ei descriu astfel rezultatul experienţei: „Noi n-am putut-o găsi la distanţă de o milă (care pentru mersul unei lumini şi întoarcerea celeilalte face două mile) şi nici nu ne-a reuşit încă să constatăm dacă la o distanţă mai mare este posibil să observăm vreo întîrziere".

şi nu prin părţi, îmi pare că nu s-ar putea deosebi originea sa sau centrul său de ramurile şi împrăştierele extreme. Dar în ce mări ne cufundăm noi încetul pe încetul fără să băgăm de seamă? între viduri, infiniţi, indivizibile, mişcări instantanee, ca să nu putem, după o mie de discuţii, să ajungem la ţărm?

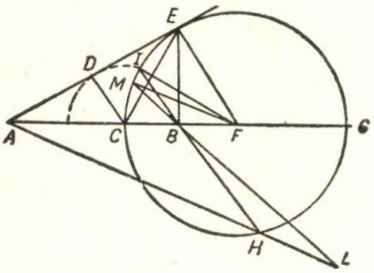
Sagr. Acestea sînt lucruri într-adevăr care depăşesc înţelegerea noastră. Iată: infinitul, căutat între numere, se pare că se confundă cu unitatea; din indivizibile naşte întotdeauna divizibilul; vidul se pare că nu rezidă decît amestecat în mod indivizibil cu plinul; şi, în sfîrşit, în aceste lucruri se schimbă în aşa fel natura celor înţelese de obicei de noi, încît chiar circumferinţa unui cerc devine o linie dreaptă infinită; căci, dacă îmi reamintesc bine, aceasta este propoziţia pe care dvs., domnule Salviati, trebuia să o lămuriţi printr-o demonstraţie geometrică. Aşadar, dacă vă convine, ar fi bine ca, fără a devia mai mult să o prezentaţi.

Salv. Sînt la dispoziţia dvs., demonstrînd pentru înţelegerea completă următoarea problemă:

> Fiind dată o linie dreaptă împărţită după un raport oarecare în părţi neegale, să descriem un cerc, la circumferinţa căruia ducînd, dintr-un punct oarecare al ei, două linii drepte de la capetele liniei date, să păstreze acelaşi raport pe care îl au între ele părţile liniei date, astfel încît cele care pornesc de la aceleaşi capete să fie omoloage.

Fie AB dreapta dată, împărţită arbitrar în părţi neegale prin punctul C: să descriem cercul în al cărui oricare punct al circumferinţei concurînd două drepte duse din capetele A, B, să aibă între ele acelaşi raport pe care îl au părţile AC, BC, astfel încît cele care pleacă de la acelaşi capăt să fie omoloage. Din centrul C, cu distanţa mai mică CB, să ne închipuim descris un cerc, la circumferinţa căruia să fie tangentă din punctul A dreapta AD, prelungită indefinit spre E, şi fie punctul de

contact D, și să unim CD, care va fi perpendiculară pe AE; iar pe BA fie perpendiculara BE, care prelungită va concura cu AE, unghiul A fiind ascuțit; fie punctul de întîlnire în E, din care să se ducă perpendiculara pe AE, care prelungită să se întîlnească cu AB, prelungită la infinit, în F; zic mai întîi că cele două drepte FE, FC sînt egale. În adevăr, ducînd EC, vom avea în cele două triunghiuri DEC, BEC cele două laturi ale unuia DE, EC egale cu cele două ale celuilalt BE, EC, fiind cele două DE, EB tangente la cercul DB, și bazele DC, CB la fel egale; de unde cele două unghiuri DEC, BEC vor fi egale. Și deoarece unghiului BCE pentru a fi drept îi lipsește unghiul CEB și unghiului CEF pentru a fi de asemenea drept îi lipsește unghiul CED, aceste lipsuri fiind egale, unghiurile FCE, FEC vor fi egale și în consecință și laturile FE, FC; de aceea, luînd ca centru punctul F și descriind cu distanța FE un cerc, acesta va trece prin punctul C. Să-l descriem și fie el CEG; zic că acesta este cercul căutat la ale cărui oricare punct al circumferinței orice pereche de linii concurente plecînd de la capetele A, B vor avea același raport între ele pe care îl au cele două părți AC, BC, care deja concurează în punctul C. Aceasta este evident pentru cele două ce concurează în punctul E adică pentru AE, BE, unghiul E al triunghiului AEB fiind înjumătățit de către CE; drept care raportul lui AC către CB este egal cu al lui AE către BE. Același lucru îl vom dovedi despre AG, BG, terminate în punctul G. Deoarece fiind (din cauza asemănării triunghiurilor AFE, EFB) după cum AF către FE tot așa EF către FB, adică precum AF către FC, la fel CF către FB, va fi, înjumătățind, după cum AC către CF (adică către FG) tot așa CB către BF



și întreaga AB către întreaga BG precum CB către BF, și, compunînd*), după cum AG către GB tot astfel CF către FB, adică EF către FB, adică AE către EB și AC către CB, ceea ce trebuie demonstrat. Să luăm acum oricare alt punct pe circumferință și fie acesta H, în care concurează cele două AH, BH; de asemenea, zic că după cum AC către CB, tot astfel AH către HB. Să prelungim HB pînă la circumferință în I și să unim IF; și fiindcă deja am văzut că după cum AB către BG, tot astfel este CB către BF, dreptunghiul ABF va fi egal cu dreptunghiul CBG, adică cu IBH, și, de aceea, după cum AB către BH, tot astfel IB către BF; iar unghiurile din B sînt egale; prin urmare, AH este către HB precum IF, adică EF, către FB și AE către EB.

Afară de aceasta, zic că este imposibil ca liniile care sînt în acest raport, pornind de la capetele A, B, să concureze în vreun punct în interiorul sau în afara cercului CEG. Într-adevăr, dacă este posibil, să concureze două astfel de linii în punctul L, așezat înafară, și fie acestea AL, BL, și să prelungim pe LB pînă la circumferință în M și să unim pe MF. Prin urmare, dacă AL este către BL precum AC către BC, adică precum MF către FB, vom avea două triunghiuri ALB, MFB, care în jurul celor două unghiuri ALB, MFB au laturile proporționale, unghiurile din vîrf în punctul B egale iar cele două rămase FMB, LAB mai mici decît un unghi drept (deoarece unghiul drept din punctul M are ca bază întreg diametrul CG și nu numai partea BF; iar celălalt din punctul A este ascuțit, fiindcă linia AL, omoloaga lui AC, este mai mare decît BL, omoloaga lui BC); așadar, triunghiurile ABL, MBF sînt asemenea și, de aceea, după cum AB către BL, tot așa MB către BF, de unde dreptunghiul ABF va fi egal cu dreptunghiul MBL; dar s-a demonstrat că dreptunghiul ABF este

*) Euclid în *Elemente*, Cartea V, definiția 14 a spune : „Compunerea unui raport este atunci cînd se ia antecedentul împreună cu consecventul ca unul singur, către consecventul singur".

egal cu CBG; prin urmare, dreptunghiul MBL este egal cu dreptunghiul CBG, ceea ce este imposibil; în consecință, punctul de întîlnire nu poate cădea în afara cercului. În același fel se va demonstra că nu poate cădea în interior: așadar, toate punctele de întîlnire cad pe periferie.

Dar este timpul să ne întoarcem pentru a satisface dorința d-lui Simplicio, arătîndu-i că descompunerea liniei în punctele sale infinite nu numai că nu este imposibilă, dar nici măcar nu cuprinde în sine dificultatea de a distinge părțile sale finite, făcînd însă o presupunere, pe care cred, d-le Simplicio, că nu mi-o veți nega: aceasta este că nu-mi veți cere să vă separ punctele unul de celălalt și să vi le arăt unul cîte unul separat pe hîrtie, fiindcă mă voi mulțumi ca, fără a despărți una de cealaltă cele patru sau șase părți ale unei linii, să-mi arătați diviziunile sale notate sau cel mult îndoite în unghiuri, formînd un pătrat sau un exagon; fiindcă sînt convins că atunci le veți considera suficient de distincte.

Simpl. Într-adevăr, așa este.

Salv. Acum, dacă a îndoi o linie în unghiuri formînd din ea cînd un pătrat, cînd un optunghi, cînd un poligon cu patruzeci, cu o sută sau cu o mie de unghiuri, este o operație suficientă pentru a trece în act cele patru, opt, patruzeci, o sută și o mie de părți care mai înainte în linia dreaptă, erau după cum spuneți, în posibilitate, cînd am format din ea un poligon cu o infinitate de laturi, adică cînd am îndoit-o într-o circumferință de cerc, nu voi putea să spun cu același drept că am redus la act acele părți infinite, despre care dvs. ați spus mai înainte, pe cînd era dreaptă, că sînt conținute în ea în posibilitate? Nu se poate nega că o astfel de descompunere este făcută în punctele sale infinite nu mai puțin de cît cea a celor patru părți ale sale în formarea unui pătrat sau în cele o mie ale sale în formarea unui poligon cu o mie de laturi; deoarece în ea nu lipsește niciuna din condițiile ce se găsesc în cazul poligonului cu o mie și o sută de mii de laturi. Acesta,

aplicat pe o linie dreaptă, se aşază deasupra atingîndu-l cu una din laturile sale, adică cu una din cele o sută de mii de părţi ale sale; cercul, care este un poligon cu o infinitate de laturi, atinge aceeaşi dreaptă cu una din laturile sale, care este un singur punct, diferit de toate colateralele sale, şi de aceea despărţit şi deosebit de celelalte la fel ca o latură a poligonului de vecinele sale; şi după cum poligonul rostogolit pe un plan descrie cu contactele succesive ale laturilor sale o linie dreaptă egală cu perimetrul său, la fel cercul rostogolit pe un astfel de plan descrie cu contactele sale succesive infinite o linie dreaptă egală cu propria sa circumferinţă. Acum nu ştiu d-le. Simplicio, dacă Domnii peripateticieni, cărora le admit, ca o concepţie foarte adevărată, că continuul este divizibil întotdeauna în divizibile, astfel încît continuînd o astfel de diviziune şi subdiviziune niciodată nu vom ajunge la sfîrşit, se vor mulţumi să-mi admită că nici una din aceste diviziuni ale lor nu este ultima, după cum într-adevăr nu este, fiindcă întotdeauna mai rămîne una, şi ultima şi cea mai mică este aceea care îl împarte într-o infinitate de indivizibile, la care admit că nu se poate ajunge niciodată împărţind în mod succesiv în părţi din ce în ce mai multe; dar servindu-ne de modul pe care-l propun eu, de a distinge şi descompune toată infinitatea dintr-o dată (artificiu care nu mi se poate nega), cred că ar trebui să se liniştească şi să admită această compunere a continuului din atomi absolut indivizibili, mai ales fiind acest drum mai obişnuit decît oricare altul pentru a ieşi din labirintele încurcate, care sînt, în afară de cel deja menţionat al coerenţei părţilor corpurilor solide, înţelegerea problemei rarefierii şi condensării, fără a se expune inconvenientului de a trebui să admitem spaţii vide şi prin aceasta penetrarea corpurilor; inconveniente care ambele mi se par că pot fi evitate cu destoinicie, admiţînd compoziţia menţionată a indivizibilelor.

Simpl. Nu ştiu ce vor spune peripateticienii, deoarece cred că consideraţiile pe care le faceţi sînt pentru dînşii în

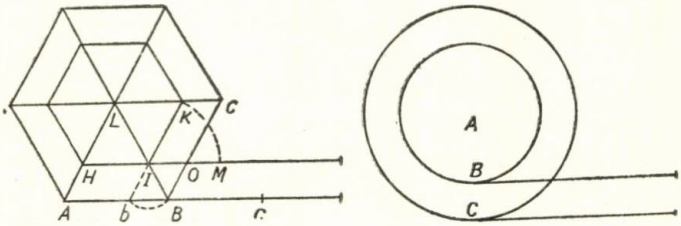
cea mai mare parte noi şi ar trebui să le examineze ca atare; s-ar putea deci întîmpla ca ei să găsească răspunsuri şi soluţii în stare să dezlege nodurile, pe care eu, din cauza timpului scurt şi a slăbiciunii minţii mele, nu aş putea să le rezolv acum. De aceea, lăsînd în suspensie această parte, mi-ar plăcea mult ca introducerea indivizibilelor să uşureze înţelegerea condensării şi rarefierii, evitînd în acelaşi timp vidul şi interpenetrarea corpurilor.

Sagr. În ceea ce mă priveşte, voi asculta cu mare interes acest lucru, atît de obscur pentru mintea mea; cu condiţia însă ca să aud, potrivit celor spuse cu puţin mai înainte de dl. Simplicio, argumentele lui Aristotel pentru combaterea vidului şi în consecinţă soluţiile pe care le aduceţi, după cum se cuvine să facem atunci cînd dvs. admiteţi ceea ce dînsul neagă.

Salv. Vom face atît una cît şi cealaltă. În ceea ce priveşte întîia, este necesar ca, după cum la rarefiere ne servim de linia descrisă de cercul mai mic, mai mare decît propria sa circumferinţă, în timp ce este antrenat de rostogolirea celui mai mare, tot astfel pentru înţelegerea condensării vom arăta că la rostogolirea cercului mai mic cel mai mare descrie o linie dreaptă mai mică decît circumferinţa sa; pentru o explicare mai clară vom considera mai întîi ce se întîmplă cu poligoanele.

La fel ca într-o figură anterioară, fie două exagoane cu centrul comun L, anume ABC, HIK, cu liniile paralele HOM, ABc, pe care vor avea loc rostogolirile; fixînd unghiul I al poligonului mai mic, să învîrtim poligonul pînă ce latura IK cade pe paralelă, în care mişcare punctul K va descrie arcul KM, iar latura KI se va uni cu partea IM; într-aceasta, trebuie să vedem ce va face latura CB, a poligonului mai mare. Fiindcă rostogolirea se face în jurul punctului I, linia IB cu capătul său B va descrie, întorcîndu-se înapoi, cercul Bb sub paralela cA, astfel că atunci cînd latura KI va coincide cu linia MI, latura BC va coincide cu linia bc, înaintînd numai

atît cît este partea *Bc* și retrăgînd partea subîntinsă a arcului *Bb*, care se suprapune liniei *BA*. Imaginîndu-ne că rostogolirea poligonului mai mic, se continuă în același fel, acesta va descrie pe paralela sa o linie egală cu perimetrul său; cel mai mare însă va descrie o linie mai mică decît perimetrul său cu cantitatea atîtor linii *bB* cîte lipsesc din laturile sale; o astfel



de linie va fi aproape egală cu cea descrisă de poligonul mai mic, întrecînd-o numai cu cantitatea *bB*. Prin urmare, aici se vede clar cauza pentru care poligonul mai mare (antrenat de cel mic) nu descrie cu laturile sale o linie mai mare decît cea descrisă de cel mai mic; aceasta din cauză că o parte din fiecare latură se suprapune celei precedente cu care are capăt comun.

Dar dacă considerăm două cercuri cu centrul în *A*, așezate pe paralelele lor, atingînd cel mai mic pe a sa în punctul *B* iar cel mai mare pe a sa în punctul *C*, începînd să rostogolim pe cel mai mic, punctul *B* nu va fi posibil să rămînă cîtva timp imobil, astfel că linia *BC* dînd înapoi să ducă cu sine punctul *C*, cum se întîmplă în cazul poligoanelor, cînd rămînînd fix punctul *I* pînă ce latura *KI* se suprapunea liniei *IM*, linia *IB* ducea înapoi pe *B*, extremitatea laturii *CB*, pînă în *b*, din care cauză *BC* cădea pe *bc*, suprapunînd liniei *BA* partea *Bb* și avansînd numai partea *Bc*, egală cu *IM* adică cu o latură a poligonului mai mic; din cauza acestor suprapuneri, care sînt excesele laturilor mai mari față de cele mai mici, înaintările, care rămîn egale cu laturile poligonului mai mic,

descriu în revoluția întreagă linia dreaptă egală cu cea determinată de poligonul mai mic. Zic însă că dacă voim să ne folosim de o discuție analoagă în cazul cercurilor, va trebui să spunem că în timp ce laturile unui poligon sînt exprimate printr-un număr oarecare, laturile cercului sînt infinite; acelea sînt finite și divizibile; acestea infinite și indivizibile; extremitățile laturilor poligonului în revoluție se opresc pentru un timp oarecare, adică fiecare atîta parte a timpului unei rostogoliri întregi, a cîta parte a perimetrului este ea; în cercuri la fel opririle extremităților laturilor sale infinite sînt momentane, deoarece o astfel de parte este o clipă a unui timp finit, după cum este punctul pentru o linie, care conține o infinitate de puncte: mersurile înapoi ale poligonului mai mare nu sînt ale întregii laturi, ci numai ale excesului față de latura mai mică, cîștigînd prin avansare un spațiu egal cu latura mai mică; în cercuri punctul sau latura C, în repaosul instantaneu al extremității B, merge înapoi atît cît este excesul său față de latura B, cîștigînd prin înaintare atît cît este B și în definitiv infinitatea de laturi indivizibile ale cercului mai mare cu infinitatea de înapoieri indivizibile, efectuate în opriri instantanee ale unei infinități de extremități ale unei infinități de laturi ale cercului mai mic și cu infinitele lor înaintări, egale cu laturile infinite ale cercului mai mic, compun și descriu o linie egală cu cea descrisă de cercul mai mic, cuprinzînd în sine o infinitate de suprapuneri infinit de mici, care produc o aglomerare și o condensare fără nici o pătrundere a părților finite, care nu înțelegem că ar putea să aibă loc într-o linie împărțită în părți finite, cum este perimetrul unui poligon oarecare, care desfășurat în linie dreaptă nu se poate reduce la o lungime mai mică decît dacă facem ca laturile să se suprapună și să se interpenetreze. Această aglomerare a părților infinite, fără pătrunderea părților finite și prima despărțire menționată mai sus a indivizibilelor infinite prin interpunerea vidurilor indivizibile, cred că este lucrul cel mai im-

portant ce se poate spune despre condensarea şi rarefierea corpurilor, fără a fi necesar să introducem interpenetrarea corpurilor şi spaţiile finite vide. Dacă aceasta vă convine folosiţi-o; dacă nu, consideraţi-o vană şi expunerea mea la fel şi căutaţi o altă explicare mai convingătoare. Eu vă răspund numai două cuvinte, că noi sîntem între infiniţi şi indivizibile.

Sagr. Mărturisesc că raţionamentul este subtil şi pentru urechile mele nou şi străin; nu mă pot lămuri însă dacă natura procedează în fapt în acest fel: adevărul este că pînă cînd nu voi auzi un lucru care să mă liniştească mai mult, pentru a nu rămînea cu totul mut, mă voi mulţumi cu acesta. Dar probabil dl. Simplicio va găsi (ceea ce pînă acum n-am întîlnit) un mod de a lămuri explicaţia pe care o dau filozofii într-o materie atît de obscură; fiindcă într-adevăr ceea ce am citit pînă acumă referitor la condensare este pentru mine atît de nebulos, iar referitor la rarefiere atît de subtil, încît slaba mea perspicacitate pe aceasta nu o înţelege şi pe aceea nu o pătrunde.

Simpl. Sînt cu totul confuz şi întîmpin piedici imense atît pe un drum cît şi pe celălalt şi îndeosebi pe acesta nou; fiindcă după această regulă, o uncie de aur s-ar putea rarefia şi împrăştia într-o masă mai mare decît întreg pămîntul şi întreg pămîntul s-ar putea condensa şi reduce într-o masă mai mică decît o nucă, lucruri pe care eu nu le cred şi cred că nici dvs. nu le credeţi; iar consideraţiile şi demonstraţiile făcute de dvs. pînă aici, fiind chestiuni matematice, abstracte şi deosebite de materia sensibilă, cred că aplicate materiilor fizice şi naturale nu ar avea loc după aceste reguli.

Salv. Nici eu nu aş putea să vă arăt invizibilul, nici dvs. nu cred să-l căutaţi; dar întrucît el poate fi cuprins de simţurile noastre, deoarece dvs. aţi menţionat aurul, nu vedem noi cît de mult se pot întinde părţile sale? Nu ştiu dacă aţi văzut felul cum lucrează maeştrii la tragerea aurului, care în realitate nu este aur decît la suprafaţă, pe cînd în interior este argint; iar procedeul de întindere este următorul. Ei iau

un cilindru, sau dacă vreți să-i spuneți o vergea, de argint, lungă de aproximativ o jumătate de cot și groasă de trei sau patru degete și pe acesta îl auresc cu foițe de aur bătut care știți că sînt atît de subțiri încît aproape zboară prin aer și din aceste foi îi pun deasupra opt sau zece, și nu mai multe. Îndată ce este aurită, încep să o trag cu forță imensă, făcînd-o să treacă prin găurile unei filiere și trecînd-o de foarte multe ori succesiv prin găuri din ce în ce mai mici, după multe și multe treceri o reduc la subțirimea unui fir de păr de femeie, dacă nu mai mult; și totuși rămîne aurită la suprafață. Vă las acum să considerați cît este subțirimea și întinderea la care a fost supus aurul.

Simpl. Nu văd că această operație ar avea ca rezultat o subțiere a aurului încît să ne minuneze așa cum ați dorit; mai întîi, fiindcă întîia aurire a fost de zece foițe de aur, care îi dau o grosime apreciabilă; în al doilea rînd, dacă totuși trăgînd și subțiind argintul acesta crește în lungime, tot atît de mult scade în grosime, încît, compensînd o dimensiune cu cealaltă, suprafața nu crește atîta, încît pentru a acoperi argintul cu aur, să trebuiască să-l reducă la o subțirime mai mare decît a foilor de la început.

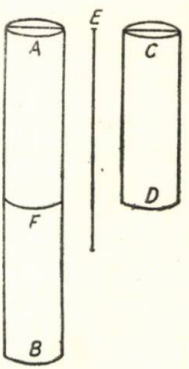
Salv. Vă înșelați foarte mult d-le Simplicio, deoarece creșterea suprafeței este rădăcina pătrată a alungirii, după cum vă voi demonstra în mod geometric.

Sagr. Eu atît din partea mea cît și a d-lui Simplicio, vă rog să ne arătați această demonstrație, dacă credeți că o putem înțelege.

Salv. Să văd dacă îmi vine în minte așa pe neașteptate. Este evident că cilindrul gros de argint și firul foarte lung tras sînt doi cilindri egali, fiind din același argint; astfel că dacă voi demonstra ce raport au între ele suprafețele cilindrilor egali ne vom atinge scopul. De aceea zic că:

Suprafețele cilindrilor egali, cu excepția bazelor, sînt între ele ca rădăcinile pătrate ale lungimilor lor.

Fie doi cilindri egali, ale căror înălţimi să fie AB, CD şi fie linia E media proporţională dintre ele; zic că suprafaţa cilindrului AB, cu excepţia bazelor, este către suprafaţa cilindrului CD, iarăşi cu excepţia bazelor, în acelaşi raport ca linia AB către linia E, care este egală cu rădăcina pătrată a raportului lui AB către CD. Să tăiem cilindrul AB în F şi fie înălţimea AF egală cu CD; şi fiindcă bazele cilindrilor egali sînt invers proporţionale cu înălţimile lor; cercul bază al cilindrului CD va fi către cercul bază al cilindrului AB precum înălţimea BA către DC; şi fiindcă cercurile sînt între ele precum pătratele diametrelor, aceste pătrate se vor găsi în acelaşi raport ca BA către CD; dar după cum este BA către CD, tot astfel va fi pătratul lui BA către pătratul lui E; prin urmare acestea sînt patru pătrate proporţionale; deci şi laturile lor vor fi proporţionale şi, după cum este linia AB către E, tot astfel este diametrul cercului C către diametrul cercului A. Dar după cum sînt diametrele, la fel sînt circumferinţele şi după cum sînt circumferinţele, tot aşa sînt suprafeţele cilindrilor de înălţime egală; aşadar, după cum este linia AB către E, tot astfel este suprafaţa cilindrului CD către suprafaţa cilindrului AF. Prin urmare, fiindcă înălţimea AF este către AB precum suprafaţa AF către suprafaţa AB; şi după cum înălţimea AB către linia E, tot astfel suprafaţa CD către AF, prin perturbare*), după cum înălţimea AF către E, la fel suprafaţa CD către suprafaţa AB; şi prin conver-



*) Definiţia acestei operaţii este dată de Euclid, în *Elemente*, cartea V, definiţia 18, în care se spune că: „o proporţie se numeşte perturbată cînd între trei mărimi date şi altele în număr egal cu ele, după cum antecedentul primelor trei mărimi către consecventul lui, tot aşa antecedentul ultimelor mărimi către consecventul lui, iar după cum consecventul primelor către un altul, tot aşa un altul din cele de-a doua către antecedentul".

s iune*), după cum suprafața cilindrului AB către suprafața cilindrului CD, tot astfel linia E către AF, adică către CD, sau AB către E, care este egală cu rădăcina pătrată a lui AB către CD, ceea ce trebuia demonstrat.

Acum, dacă vom aplica ceea ce am demonstrat la problema noastră, presupunînd că cilindrul de argint, care a fost aurit cînd nu era mai lung de o jumătate cot și gros de trei sau patru degete, subțiat ca un fir de păr s-a alungit pînă la douăzeci de mii de coți (sau chiar mai mult), vom găsi că suprafața lui a crescut de două sute de ori mai mult decît are; și în consecință, foițele de aur, care au fost suprapuse în număr de zece, extinse în suprafețe de două sute de ori mai mari, ne asigură că aurul care acoperă suprafața atîtor coți de fir, nu rămîne mai gros decît a douăzecea parte dintr-o foiță obișnuită de aur bătut. Considerați acum care va fi subțirimea sa, și dacă este posibil să o concepem făcută fără o împrăștiere a părților și dacă aceasta vi se pare o experiență care tinde și la o compunere a infiniților indivizibili în fizică; deși nu lipsesc în această privință exemple mai puternice și convingătoare.

Sagr. Demonstrația mi se pare atît de frumoasă, încît chiar dacă avea puterea de a ne convinge asupra scopului pentru care a fost făcută (care mi se pare de altfel important), în tot cazul timpul scurt folosit pentru a o asculta a fost întrebuințat foarte bine.

Salv. Deoarece văd că apreciați demonstrațiile geometrice, foarte folositoare, am să vă dau o demonstrație analoagă, care va explica un lucru foarte curios. Am arătat pînă acuma ce se întîmplă cu cilindri egali, dar de înălțimi sau lungimi diferite; să vedem acum ce se întîmplă cu cilindri de suprafețe egale, dar de înălțimi neegale; considerînd întotdeauna numai

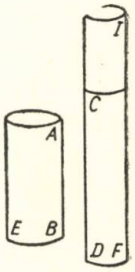
*) Euclid în *Elemente*, cartea V, definiția 16, spune că: „conversiunea unui raport este atunci cînd se ia antecedentul către excedentul cu care antecedentul întrece consecventul".

suprafeţele laterale, adică exceptînd cele două baze, superioară şi inferioară.

Aşadar zic că:

> Cilindrii drepţi ale căror suprafeţe, exceptînd bazele, sînt egale, se raportă precum inversul înălţimilor.

Fie suprafeţele a doi cilindri AE, CF, egale, dar înălţimea lui CD mai mare decît înălţimea lui AB; zic, că cilindrul AE are către cilindrul CF acelaşi raport ca înălţimea CD către AB. Prin urmare, fiindcă suprafaţa CF este egală cu suprafaţa AE, cilindrul CF va fi mai mic decît cilindrul AE, deoarece dacă ar fi egal cu el, suprafaţa sa, datorită propoziţiei anterioare, ar fi mai mare decît suprafaţa AE şi cu atît mai mult dacă acelaşi cilindru CF ar fi mai mare decît AE. Să presupunem cilindrul ID egal cu AE; deci potrivit celei precedente, suprafaţa cilindrului ID va fi către suprafaţa lui AE precum înălţimea IF către media între IF, AB. Dar fiindcă, din cele date, suprafaţa AE este egală cu CF şi avînd suprafaţa ID către CF acelaşi raport ca înălţimea IF către CD, în consecinţă CD este media între IF şi AB; în afară de aceasta, cilindrul ID fiind egal cu cilindrul AE, vor fi ambii în acelaşi raport faţă de cilindrul CF, dar ID este către CF precum înălţimea IF către CD; aşadar, cilindrul AE va avea către cilindrul CF acelaşi raport ca linia IF către CD, adică precum CD către AB, ceea ce era de aşteptat.



De aici se explică un fapt, de care se miră oamenii; şi anume, cum se poate ca aceeaşi bucată de pînză mai lungă pe o parte decît pe cealaltă, dacă se face din ea un sac pentru grîu, după cum se obişnuieşte să se facă cu un fund de lemn, va cuprinde mai mult dacă se foloseşte ca înălţime a sacului latura mai mică a pînzei şi se înconjură cu cealaltă placa de jos, decît procedînd invers; ca de exemplu, dacă pînza ar

avea o latură de şase coţi iar cealaltă de doisprezece, va cuprinde mai mult dacă cu lungimea de doisprezece se înconjură placa de jos, sacul avînd înălţimea de şase coţi, decît dacă s-ar înconjura placa cu latura de şase coţi, avînd ca înălţime cea de doisprezece. Acum, din ceea ce am demonstrat, afară de faptul general că cuprinde mai mult într-un caz decît în altul, se mai adaugă cunoaşterea cantităţii pe care o conţine în plus; şi anume, că va conţine cu atît mai mult cu cît va fi mai scund, şi cu atît mai puţin cu cît va fi mai înalt; şi astfel în măsurile date, pînza fiind de două ori mai lungă decît lată, cusută în lungime va conţine cu jumătate mai puţin decît în celălalt caz; şi la fel, avînd o rogojină, pentru a face din ea un coş, lung de douăzeci şi cinci de coţi şi larg, de exemplu, de şapte, îndoită în lungime va conţine numai şapte măsuri faţă de cele douăzeci şi cinci pe care le-ar conţine în caz contrar.

Sagr. Astfel cu deosebită plăcere ne cîştigăm încontinuu cunoştinţe noi, curioase şi nu lipsite de folos. Dar în ceea ce priveşte subiectul discutat acum, nu cred că între cei care nu cunosc geometria să se găsească patru la sută care cu prima ocazie să nu se înşele că corpurile care au suprafeţe egale nu ar fi întru totul egale; după cum în aceeaşi greşeală cad, vorbind de suprafeţe, cînd pentru a determina, după cum se întîmplă adesea, mărimile diverselor oraşe, întreaga cunoaştere li se pare că o posedă atunci cînd cunosc perimetrele ignorînd că se poate întîmpla ca un perimetru să fie egal cu altul pe cînd suprafaţa cuprinsă de unul să fie mai mare decît suprafaţa cuprinsă de celălalt; ceea ce se întîmplă nu numai cu suprafeţele neregulate, ci şi cu cele regulate, dintre care cele cu mai multe laturi au întotdeauna suprafaţa mai mare decît cele cu mai puţine laturi, astfel că la urma urmelor cercul, ca un poligon cu o infinitate de laturi, are o suprafaţă mai mare decît toate celelalte poligoane cu perimetru egal; a cărei demonstraţie îmi reamintesc că am savurat-o în mod deosebit

studiind Sfera lui Sacrobosco*) însoțită de un comentariu savant.

Salv. Este foarte adevărat; cu această ocazie am aflat cum se poate arăta, printr-o demonstrație scurtă, că cercul este mai mare decît toate figurile regulate izoperimetre, iar dintre celelalte, cele cu mai multe laturi sînt mai mari decît cele cu mai puține.

Sagr. Și eu care găsesc multă plăcere în anumite propoziții și demonstrații alese și nebanale, deși vă importunez vă rog să mi le comunicați.

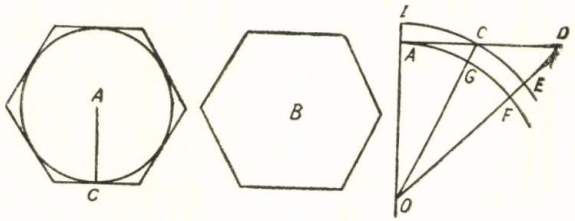
Salv. Vă satisfac dorința în cîteva cuvinte, demonstrînd următoarea teoremă, adică:

> Cercul este media proporțională între oricare două poligoane regulate asemenea, dintre care unul îi este circumscris iar celălalt îi este izoperimetru. În afară de aceasta, el fiind mai mic decît toate cele circumscrise, este, dimpotrivă, mai mare decît toate izoperimetrele. Apoi dintre cele circumscrise, cele cu unghiuri mai multe sînt mai mici decît cele cu unghiuri mai puține; dar dimpotrivă, dintre izoperimetre cele cu mai multe unghiuri sînt mai mari.

Dintre două poligoane asemenea A, B fie A circumscris cercului A iar celălalt B izoperimetru cu cercul; zic că cercul este media proporțională dintre ele. Pentru că (ducînd semidiametrul AC), fiind cercul egal cu acel triunghi dreptunghic ale cărui laturi care se găsesc în jurul unghiului drept, ar fi una egală cu semidiametrul AC și cealaltă cu circumferința; și la fel fiind poligonul A egal cu triunghiul dreptunghic, care

*) Sacrobosco, cu numele adevărat John Holywood (1190—1246), călugăr englez, născut în Yorkshire, a studiat la Oxford și a fost profesor la Paris. A devenit celebru prin tratatul său de astronomie intitulat *De sphaera Mundi*, publicat în 1256 și tipărit la Ferrara în 1472. A servit ca manual didactic în întreg Evul Mediu și a avut numeroase ediții și comentarii. El conține elemente de cosmografie.

în jurul unghiului drept are una din laturi egală cu aceeaşi dreaptă AC, şi cealaltă cu perimetrul aceluiaşi poligon; este evident că poligonul circumscris are către cerc acelaşi raport pe care îl are perimetrul său către circumferinţa cercului, adică către perimetrul poligonului B, ce se ia egal cu circumferinţa menţionată; dar poligonul A este către B precum



pătratul perimetrului său către pătratul perimetrului B (figurile fiind asemenea); aşadar, cercul A este media proporţională între cele două poligoane A, B. Şi poligonul A fiind mai mare decît cercul A, este evident că cercul A este mai mare decît poligonul B, izoperimetrul său, şi, în consecinţă, mai mare decît toate poligoanele regulate, izoperimetrele sale.

În ceea ce priveşte cealaltă parte a teoremei, adică de a arăta că dintre poligoanele circumscrise aceluiaşi cerc, cel cu laturi mai puţine este mai mare decît cel cu laturi mai multe, dar dimpotrivă dintre poligoanele izoperimetre cel cu laturi mai multe este mai mare decît cel cu laturi mai puţine, o vom demonstra astfel. La cercul de centru O şi semidiametru OA fie tangenta AD şi pe ea să se presupună, de exemplu, că AD este jumătatea laturii pentagonului circumscris iar AC jumătatea laturii heptagonului şi să se ducă dreptele OGC, OFD şi, din centrul O, cu distanţa OC, să se descrie arcul ECI. Şi fiindcă triunghiul DOC este mai mare decît sectorul EOC şi sectorul COI mai mare decît triunghiul COA, triunghiul DOC va avea un raport mai mare către triunghiul COA decît sectorul EOC către sectorul COI, adică decît sectorul FOG către sectorul GOA; şi compunînd

şi permutînd, triunghiul *DOA* va avea către sectorul *FOA* un raport mai mare decît triunghiul *COA* către sectorul *GOA* şi zece triunghiuri *DOA* către zece sectoare *FOA* vor avea un raport mai mare decît patrusprezece triunghiuri *COA* către patrusprezece sectoare *GOA*, adică pentagonul circumscris va avea un raport mai mare către cerc decît are heptagonul; şi deci pentagonul va fi mai mare decît heptagonul. Să considerăm acum un heptagon şi un pentagon izoperimetre cu acelaşi cerc; zic că heptagonul este mai mare decît pentagonul. Pentru că, fiind acelaşi cerc medie proporţională între pentagonul circumscris şi pentagonul său izoperimetru şi de asemenea medie între heptagonul circumscris şi pentagonul izoperimetru, demonstrîndu-se că pentagonul circumscris este mai mare decît heptagonul circumscris; pentagonul va avea un raport mai mare către cerc decît heptagonul, adică cercul va avea un raport mai mare către pentagonul izoperimetru decît către heptagonul izoperimetru; aşadar pentagonul este mai mic decît heptagonul izoperimetru; ceea ce trebuia demonstrat.

Sagr. Demonstraţia este foarte atrăgătoare şi ingenioasă, şi prezintă la prima vedere aproape o contradicţie; deoarece faptul că poligonul cu laturi mai multe este mai mare decît izoperimetrul său cu laturi mai puţine provine de acolo că cel circumscris cu mai multe laturi este mai mic decît cel circumscris cu mai puţine laturi. Dar cum ne-am lăsat antrenaţi în geometrie? în timp ce consideram dificultăţile ridicate de dl. Simplicio, care într-adevăr sînt de mare importanţă; şi îndeosebi cea referitoare la condensare mi se pare remarcabilă.

Salv. Dacă condensarea şi rarefierea sînt mişcări opuse, cînd se va vedea o rarefiere imensă nu se va putea nega o condensare tot atît de mare; dar rarefieri imense, şi, ceea ce stîrneşte o mirare şi mai mare, aproape instantanee, vedem în fiecare zi. Şi ce rarefiere nemărginită este aceea a unei cantităţi mici de praf de puşcă, descompusă într-o masă mare de

foc? şi care este, în afară de aceasta, expansiunea, să zic aşa fără limită, a luminii sale? Şi dacă acel foc şi această lumină s-ar reuni, ceea ce nu este tocmai imposibil, fiindcă mai înainte au stat împreună într-un spaţiu foarte mic, ce condensare ar fi aceasta? Dvs., discutînd, veţi găsi mii de astfel de rarefieri, care sînt cu mult mai potrivite pentru a fi observate decît condensările, deoarece materiile dense sînt mai accesibile simţurilor noastre, încît mînuim bine lemnul şi-l vedem descompunîndu-se în foc şi-n lumină, dar nu tot aşa vedem lumina condensîndu-se şi formînd lemnul; vedem fructele, florile şi alte o mie de materii solide descompunîndu-se în mare parte în mirosuri, dar nu observăm în acelaşi fel adunîndu-se atomii mirositori ca să formeze corpuri solide mirositoare. Dar acolo unde lipseşte observaţia sensibilă trebuie să o înlocuim cu raţionamentul, care va fi suficient să ne facă să înţelegem nu numai rarefierea şi descompunerea corpurilor solide, ci şi condensarea substanţelor subtile şi foarte rare. În afară de aceasta, să discutăm cum se poate face condensarea şi rarefierea corpurilor ce se pot rarefia şi condensa, judecînd în ce fel aceasta poate avea loc fără introducerea vidului şi a interpenetrării corpurilor; aceasta nu exclude că în natură pot exista materii care nu admit astfel de fenomene şi în consecinţă nu dau loc la acelea pe care le numiţi nepotrivite şi imposibile. Şi în sfîrşit d-le Simplicio, de dragul dvs. a domnilor filozofi m-am obosit a judeca cum se poate înţelege condensarea şi rarefierea fără a admite interpenetrarea corpurilor şi introducerea spaţiilor vide, efecte negate şi urîte de dvs.; pe care dacă dvs. voiţi să le admiteţi, eu nu voi fi un oponent prea energic. De aceea sau admiteţi inconvenientele acestea, sau aprobaţi speculaţiile mele, sau găsiţi altele mai potrivite.

Sagr. În ceea ce priveşte nepenetrarea sînt cu totul de părerea filozofilor peripateticieni. Privitor la vid aş dori să cîntăresc bine demonstraţia lui Aristotel, cu care el îşi impune părerea, şi ceea ce dvs., d-le Salviati, îi opuneţi. Dl. Simplicio

îmi va face plăcere să expună exact demonstrația filozofului iar dvs., d-le Salviati, răspunsul.

Simpl. Aristotel, pe cît îmi aduc aminte, se ridica împotriva unor antici, care introduceau vidul ca fiind necesar pentru mișcare, spunînd că aceasta fără acela nu s-ar putea face, Aristotel, opunîndu-se la aceasta, demonstrează că, dimpotrivă, producerea mișcării (după cum vedem) distruge ipoteza vidului; iar demonstrația sa este următoarea. El face două presupuneri: una este a mobilelor de greutăți diferite mișcate în același mediu; cealaltă este a aceluiași mobil ce se mișcă în medii diferite. În ceea ce privește pe prima, presupunem că mobile de greutăți diferite se mișcă în același mediu cu viteze neegale, care mențin între ele același raport ca și greutățile. Astfel că, de exemplu, un mobil de zece ori mai greu decît altul se va mișca de zece ori mai repede. În a doua presupunere admite că vitezele aceluiași mobil în medii diferite păstrează între ele un raport invers cu al greutăților sau a densității acestor medii; astfel că, admițînd, de exemplu, că densitatea apei este de zece ori mai mare de cît a aerului, pretinde ca viteza în aer să fie de zece ori mai mare decît viteza în apă. Din această a doua presupunere deduce demonstrația în felul următor. Deoarece subtilitatea vidului întrece infinit densitatea, deși foarte fină, a oricărui mediu plin, orice mobil ce s-ar mișca într-un mediu plin descriind un anumit spațiu într-un anumit timp, în vid ar trebui să se miște instantaneu; dar mișcarea instantanee este imposibilă; așadar existența vidului este incompatibilă cu mișcarea.

Salv. Argumentul se vede că este *ad hominem**), adică împotriva acelora care considerau vidul necesar pentru mișcare; căci dacă voi admite argumentul ca concludent, admițînd

---

*) argument *ad hominem* — denumirea latină a unei greșeli logice extrem de răspîndită, care constă în faptul că la discutarea unei probleme, în locul argumentării în fond, se trece la aprecierea persoanei care a prezentat argumentele respective.

în același timp că în vid nu are loc mișcarea, ipoteza vidului, luată în mod absolut și nu în raport cu mișcarea, nu se distruge. Dar pentru a spune ce ar putea răspunde întîmplător cei vechi, pentru ca să se vadă mai bine ce conchide demonstrația lui Aristotel, mi se pare că i s-ar putea combate ipotezele, negîndu-le pe amîndouă. În ceea ce privește pe prima, mă îndoiesc foarte mult că Aristotel ar fi făcut experiența că două pietre, una de zece ori mai grea decît cealaltă, lăsate să cadă în același moment de la o înălțime, de exemplu, de o sută de coți, ar avea viteze atît de diferite, încît la sosirea celei mai mari la pămînt, cealaltă nu ar fi coborît nici măcar cu zece coți.

Simpl. Din cuvintele sale totuși se vede că el a făcut experiența, fiindcă zice: *vedem pe cel mai greu*; or acest *vedem* arată că a făcut experiența.

Sagr. Eu însă, d-le Simplicio, care am făcut experiența*), vă asigur că un glonte de artilerie, care cîntărește o sută, două sute și chiar mai multe livre, nu va anticipa nici cu o palmă sosirea la pămînt a glontelui de muschetă, care cîntărește o jumătate, căzînd chiar de la înălțimea de două sute de coți.

Salv. Dar, fără alte experiențe, cu o demonstrație scurtă și concludentă putem arăta în mod clar că nu este adevărat că un mobil mai greu se mișcă mai repede de cît un altul mai puțin greu, înțelegînd mobile din aceeași materie și în sfîrșit din acelea despre care vorbește Aristotel. Dar spuneți-mi d-le Simplicio, dacă admiteți că fiecare corp greu ce cade are o viteză determinată prin natura sa, astfel încît ea să nu poată

*) Această experiență a fost realizată mai tîrziu de membrii Academiei del Cimento și este descrisă în *Saggi di Naturali esperienze* (1667) sub titlul *Esperienze intorno ai proietti* în felul următor: „Pe vîrful turnului vechii fortărețe din Livorno, înalt de 50 de coți, cu un tun lung și subțire, cu un glonte de fier de $7^1/_3$ livre și 4 livre de pulbere fină, s-au făcut mai multe trageri orizontale în direcția mării, cu gloanțe înfășurate, și acestea s-au văzut căzînd în apă la o distanță de circa două treimi de milă în timp de patru vibrații și jumătate, dusul și întorsul fiecăruia din ele fiind egal cu o jumătate de secundă. Observînd apoi căderea verticală a altor gloanțe egale de la înălțimea menționată de 50 de coți, s-a găsit că ea are loc în timp de patru vibrații de același fel".

fi mărită sau micşorată decît aplicîndu-i o forţă sau opunîndu-i vreo piedică.

Simpl. Nu putem avea îndoială că acelaşi mobil în acelaşi mediu are o viteză hotărîtă şi determinată de natură, care nu poate fi mărită decît printr-un nou impuls ce i se dă, nici micşorată decît printr-o piedică care îl întîrzie.

Salv. Aşadar, dacă am avea două mobile, ale căror viteze naturale ar fi neegale, este evident că dacă am lega pe cel mai încet cu cel mai rapid, acesta ar fi în parte întîrziat de cel mai încet şi cel mai încet va fi în parte iuţit de cel mai iute. Nu sînteţi de acord cu mine în această părere?

Simpl. Nu încape îndoială că aşa trebuie să fie.

Salv. Dar dacă aşa este şi dacă în acelaşi timp este adevărat că o piatră mare se mişcă, de exemplu, cu o viteză de opt grade şi una mică cu patru, rezultă că, legîndu-le împreună, ansamblul lor se va mişca cu o viteză mai mică de opt grade; dar cele două pietre, legate împreună, fac o piatră mai mare decît cea dintîi, care se mişca cu o viteză de opt grade; prin urmare, acest ansamblu (care este mai mare decît cea dintîi singură) se va mişca mai încet decît cea dintîi singură, care este mai mică; ceea ce este contra ipotezei dvs. Vedeţi deci că din ipoteza că mobilul mai greu se mişcă mai repede decît cel mai puţin greu, eu conchid că cel mai greu se mişcă mai încet.

Simpl. Sînt cu totul încurcat, fiindcă mi se pare totuşi că piatra mai mică legată la cea mai mare îi adaugă greutate şi, adăugîndu-i greutate, nu înţeleg de ce să nu-i adauge şi viteză, sau cel puţin să nu i-o micşoreze.

Salv. Aici cădeţi într-o altă greşeală, d-le Simplicio, deoarece nu este adevărat că piatra mai mică măreşte greutatea celei mai mari.

Simpl. O, aceasta depăşeşte orice înţelegere a mea.

Salv. În nici un caz nu o va depăşi, fiindcă mi-am dat seama de echivocul în care aţi căzut oscilînd; dar băgaţi de seamă că trebuie să facem distincţie între corpurile grele în mişcare şi

aceleaşi corpuri în repaus. O piatră mare pusă pe o balanţă nu numai cîştigă o greutate mai mare prin suprapunerea altei pietre, ci chiar adăugarea unui fir de cîlţi o va face să cîntărească mai mult cu cele şase sau zece uncii cît vor cîntări cîlţii; dar dacă veţi lăsa să cadă liber de la o înălţime piatra legată cu cîlţii, credeţi că în mişcare cîlţii vor îngreuna piatra, încît să-i accelereze mişcarea sau credeţi că ei o vor întîrzia susţinînd-o în parte? Simţim că greutatea care ne stă pe umeri ne îngreunează umerii cînd voim să ne opunem mişcării pe care ar face-o; dar dacă am coborî cu viteza cu care ar cădea acel corp greu în mod natural, în ce fel vreţi să ne apese şi să ne îngreuieze? Nu vedeţi că aceasta ar însemna să voiţi să loviţi cu lancea pe acela ce fuge înaintea dvs. cu o aceeaşi viteză sau cu una mai mare decît aceea cu care îl urmăriţi? De aceea conchideţi că în căderea liberă şi naturală piatra mai mică nu îngreuiază pe cea mai mare şi în consecinţă nu măreşte greutatea cum face în repaus.

Simpl. Dar dacă am pune pe cea mai mare peste cea mai mică?

Salv. I-ar mări greutatea dacă mişcarea ei ar fi mai rapidă; dar am conchis deja că dacă cea mai mică ar fi mai înceată, ar întîrzia în parte viteza celei mai mari, astfel că ansamblul lor s-ar mişca mai puţin iute fiind mai mare decît cealaltă; ceea ce este împotriva ipotezei dvs. De aceea să conchidem că mobilele mai mari şi la fel şi cele mai mici, avînd aceeaşi greutate specifică, se mişcă cu viteze egale.

Simpl. Demonstraţia dvs. este într-adevăr foarte bună: totuşi îmi vine greu să cred că o bucată de plumb se mişcă tot atît de repede ca şi un glonte de artilerie.

Salv. Trebuie să spuneţi un grăunte de nisip ca şi o piatră de moară. Nu aş vrea, d-le Simplicio, să faceţi cum fac mulţi alţii, anume, deviind discuţia de la scopul principal, v-aţi lega de o spusă a mea care s-ar abate de la adevăr cu un fir de păr şi sub acest fir de păr aţi voi să ascundeţi defectul alteia, mare

cît un catarg de corabie. Aristotel zice : „O sferă de fier de o sută de livre, căzînd de la o înălțime de o sută de coți, ajunge la pămînt înainte ca una de o livră să cadă cu un singur cot" ; eu zic că ele vor ajunge în același timp ; dvs. veți găsi, făcînd experiența, că cea mai mare anticipează cu două degete pe cea mai mică, adică cînd cea mai mare atinge pămîntul, cealaltă este departe de el cu două degete ; dar acum ați voi ca, cu aceste două degete să ascundeți cei nouăzecișinouă de coți ai lui Aristotel și, vorbind numai de eroarea mea foarte mică, să treceți sub tăcere pe cealaltă mai mare. Aristotel spune că mobile de greutăți diferite se mișcă în același mediu (întrucît depinde de greutate) cu viteze proporționale cu greutățile lor și exemplifică cu mobile la care se poate observa efectul pur și absolut al greutății, lăsînd deoparte celelalte considerații atît ale formelor cît și ale momentelor minime, lucruri care sînt foarte mult schimbate de mediu, care alterează numai efectul simplu al greutății ; de aceea se vede aurul, mai greu decît toate celelalte materii, redus la o foaie subțire plutind în aer ; același lucru se întîmplă cu pietrele pisate în pulbere foarte fină. Dar dacă voiți să mențineți propoziția universală, trebuie să arătați că raportul vitezelor se observă la toate corpurile grele și că o piatră de douăzeci de livre se mișcă de zece ori mai repede decît una de două ; aceasta vă spun că este fals și că, căzînd de la o înălțime de cinci zeci sau de o sută de coți, ajung la pămînt în același moment.

Simpl. Poate că de la înălțimile foarte mari de mii de coți ar rezulta ceea ce de la aceste înălțimi mai mici nu se vede că s-ar întîmpla.

Salv. Dacă Aristotel ar fi înțeles aceasta, dvs. i-ați atribui o altă greșeală, care ar fi o minciună ; fiindcă, negăsindu-se pe pămînt astfel de înălțimi perpendiculare, este clar că Aristotel nu putea face o astfel de experiență ; și totuși vrea să ne convingă că a făcut-o, zicînd că se observă un astfel de efect.

Simpl. Într-adevăr, Aristotel nu se servește de acest principiu, ci de un altul, care nu cred să întîmpine aceste dificultăți.

Salv. Dar celălalt nu este mai puțin fals decît acesta; și mă mir că dvs. înșivă nu-i pătrundeți falsitatea, și nu observați că dacă ar fi adevărat că același mobil în medii de subtilități și rarități diferite și în definitiv de rezistență diferită, cum sînt, de exemplu, apa și aerul, s-ar mișca cu o viteză mai mare în aer decît în apă în raportul rarefierii aerului față de apă, ar urma ca orice mobil ce ar coborî în aer, ar coborî și în apă; ceea ce este cu atît mai fals cu cît foarte multe corpuri ce coboară în aer, în apă nu numai că nu coboară ci se ridică.

Simpl. Nu înțeleg necesitatea consecinței dvs. și chiar mai mult, voi spune că Aristotel vorbește de acele mobile grele care coboară atît într-un mediu cît și în altul, și nu de acelea care coboară în aer, și se ridică în apă.

Salv. Dvs. aduceți pentru apărarea filozofului tocmai acele argumente pe care el desigur că nu le-ar aduce, pentru a nu agrava prima eroare. De aceea spuneți-mi dacă densitatea apei, sau orice întîrzie mișcarea, are vreun raport cu densitatea aerului, care o întîrzie mai puțin; și dacă are, vă rog arătați-mi-l.

Simpl. Bine, și să presupunem că el este raportul zece, și că astfel viteza unui corp greu ce coboară în ambele elemente va fi de zece ori mai înceată în apă decît în aer.

Salv. Iau acum unul din aceste corpuri grele care în aer cad, dar în apă nu, cum ar fi o sferă de lemn și vă rog să-i atribuiți orice viteză vă place, cînd coboară în aer.

Simpl. Să presupunem că ea se mișcă cu o viteză de douăzeci de grade.

Salv. Foarte bine. Și este adevărat că o astfel de viteză poate avea față de o alta mai mică același raport pe care îl are densitatea apei față de a aerului și că aceasta va fi viteza de numai două grade; astfel că, într-adevăr, pur și simplu, potrivit ipotezei lui Aristotel, ar trebui să se conchidă că sfera de lemn, în aer, care este de zece ori mai puțin rezistent decît apa, se mișcă coborînd cu o viteză de douăzeci de grade, în apă ar trebui să coboare cu două și nu să se ridice de la fund după

cum face; dacă nu cumva aţi vrea să spuneţi că ridicarea în apă a lemnului este aceeaşi ca şi coborîrea cu o viteză de două grade, ceea ce nu cred. Dar fiindcă sfera de lemn nu cade la fund, sper că-mi veţi face concesia că s-ar putea găsi o altă sferă din alt material, diferit de lemn, care să cadă în apa cu o viteză de două grade.

Simpl. S-ar putea fără îndoială, dar dintr-un material cu mult mai greu decît lemnul.

Salv. Tocmai pe acesta îl caut. Dar această a doua sferă, care în apă coboară cu două grade de viteză, cu ce viteză va coborî în aer? Trebuie (dacă voiţi să respectaţi regula lui Aristotel) să răspundeţi că se va mişca cu douăzeci de grade; dar douăzeci de grade de viteză aţi atribuit chiar dvs. sferei de lemn; prin urmare, aceasta şi cealaltă cu mult mai grea se vor mişca în aer cu viteze egale. Dar cum pune de acord Filozoful această concluzie cu cealaltă a sa, că mobile de greutăţi diferite se mişcă în acelaşi mediu cu viteze diferite, şi anume cu atît mai deosebite cu cît greutăţile lor diferă mai mult? Dar fără a aprofunda prea mult, cum s-a întîmplat că nu aţi observat fenomene foarte frecvente şi palpabile şi nu aţi băgat de seamă că din două corpuri care în apă se vor mişca unul de o sută de ori mai repede decît altul, în aer cel mai iute nu va întrece pe celălalt cu o singură sutime? că, de exemplu, un ou de marmoră va cădea în apă de o sută de ori mai repede decît unul de găină iar în aer la înălţimea de douăzeci de coţi nu-l va întrece cu patru degete; şi în sfîrşit un corp greu va ajunge la fund în trei ore în zece coţi de apă dacă în aer va cădea în timpul uneia sau a două bătăi a pulsului, din care experinţă ar rezulta că densitatea apei este de o mie de ori mai mare decît a aerului; şi dimpotrivă, un alt corp (cum ar fi o sferă de plumb) ar parcurge în apă aceiaşi zece coţi într-un timp din întîmplare ceva mai lung decît dublul timpului în care ar parcurge acelaşi spaţiu în aer; astfel că din această a doua experienţă ar trebui să conchidem că densitatea apei este cu ceva mai mult decît de

două ori densitatea aerului. Şi aici ştiu bine, d-le Simplicio, că dvs. înţelegeţi că nu există nici o obiecţie sau răspuns. Prin urmare conchidem că un astfel de argument nu este concludent în ce priveşte vidul; şi dacă ar fi concludent, ar distruge numai spaţiile foarte mari, pe care nici eu nici nu cred că cei vechi le admiteau că există în natură, deşi probabil pot fi realizate prin forţă, cum se pare că rezultă din diverse experienţe, care mi-ar lua prea mult timp dacă aş voi să le arăt aici.

Sagr. Văzînd că dl. Simplicio tace, profit de ocazie ca să spun cîteva cuvinte. Fiindcă aţi demonstrat foarte deschis că nu este adevărat că mobile neegal de grele se mişcă în acelaşi mediu cu viteze proporţionale cu greutăţile lor, ci cu viteze egale, înţelegînd corpuri grele din acelaşi material sau de aceeaşi greutate specifică, iar nu (după cum cred) de greutăţi specifice diferite (deoarece nu cred că dvs. înţelegeţi să conchideţi că o sferă de zahăr se mişcă cu aceeaşi viteză ca una de plumb); şi, mai mult, demonstrînd foarte clar că nu este adevărat că acelaşi mobil în medii de rezistenţe diferite menţin în vitezele şi în întîrzierile lor acelaşi raport ca rezistenţele; mi-ar plăcea să aud care sînt rapoartele ce se păstrează într-un caz şi în celălalt.

Salv. Întrebările sînt frumoase şi eu m-am gîndit de multe ori la ele: vă voi expune raţionamentul pe care l-am făcut în această privinţă şi concluzia la care am ajuns. După ce m-am convins că nu este adevărat că acelaş mobil în medii de rezistenţe diferite păstrează în viteză raportul rezistenţelor mediilor; şi nu mai puţin că în acelaş mediu mobile de greutăţi diferite păstrează în viteza lor raportul greutăţilor lor (înţelegînd iarăşi greutăţi specifice diferite); am început să combin împreună ambele fenomene, observînd ce se întîmplă cu mobile de greutăţi diferite puse în medii de rezistenţe diferite; şi am observat că neegalităţile de viteză sînt mai mari în medii mai rezistente decît în cele mai puţin rezistente şi aceasta cu o diversitate astfel că dintre două mobile care coborînd în aer se deosebesc puţin în ceea ce priveşte viteza de mişcare, în apă

unul se va mișca de zece ori mai repede decît celălalt; ba chiar că unul care în aer coboară foarte repede, în apă nu numai că nu va coborî ci va rămîne cu totul lipsit de mișcare și, ceea ce e mai mult, se va mișca în sus; fiindcă uneori se va putea găsi vreo specie de lemn, sau vreun nod sau vreo rădăcină a acestuia, care în apă va putea rămîne în repaus iar în aer va cădea repede.

Sagr. De multe ori m-am străduit ca unei bile de ceară, care prin ea însăși nu se coboară la fund, adăugîndu-i firicele de nisip, să îi dau o greutate egală cu a apei, încît să se oprească în aceasta; dar niciodată, oricît m-am trudit, nu mi-a reușit să o pot face; astfel că nu știu dacă vreo materie solidă se găsește în mod natural atît de egală în greutate cu apa, încît pusă în ea, să se poată opri în orice loc.

Salv. În aceasta, ca și în alte operații, multe animale ne sînt cu mult superioare. În cazul dvs. peștii v-ar fi putut da oarecare dovadă, fiind atît de exersați în această operație, încît se echilibrează după bunul lor plac nu numai într-o apă, ci în altele apreciabil diferite fie prin natura lor proprie, fie printr-o tulbureală accidentală, fie prin salinitatea lor, diferență care este foarte mare; se echilibrează, zic, atît de exact, încît fără să se miște de loc rămîn în repaus în orice loc; și aceasta, după părerea mea, o fac servindu-se de un organ dat de natură în acest scop, adică de bășica pe care o au în corp, care printr-un canal foarte îngust comunică cu gura, și prin care, după placul lor, sau elimină o parte din aer care este cuprins în menționata bășică, sau, înotînd pînă la suprafață, inspiră altul, făcîndu-se cu multă dibăcie cînd mai grei, cînd mai ușori decît apa, și echilibrîndu-se după bunul lor plac.

Sagr. Eu mi-am înșelat cu un alt artificiu cîțiva prieteni, în fața cărora m-am lăudat că pot reduce sfera de ceară să se echilibreze exact cu apa, punînd în fundul unui vas o cantitate de apă sărată și deasupra apă dulce, le-am arătat bila care se oprea la mijlocul apei, și împinsă spre fund sau în sus, nu

rămînea nici în una din poziţii nici în ceal altă ci se întorcea la mijloc.

Salv. Această experienţă nu este lipsită de folos căci medicii, ocupîndu-se în special cu diversele proprietăţi ale apelor şi între altele îndeosebi cu uşurinţa sau greutatea mai mare a uneia decît a alteia, au făcut ca o asemenea bilă potrivită în aşa fel încît să rămînă, ca să zicem aşa, ambiguă, între coborîrea şi ridicarea într-o apă, oricît de mică ar fi fost diferenţa de greutate între cele două ape, dacă într-una, această bilă va cădea, în cealaltă, care ar fi mai grea, se va ridica; această experienţă este atît de exactă, încît adăugînd numai două grăunţe de sare, ce se pun în şase livre de apă, va face să se ridice de la fund la suprafaţă acea bilă care tocmai se coborîse. Şi mai adaug, pentru a confirma exactitatea acestei experienţe şi totodată pentru dovada clară a lipsei de rezistenţă a apei la divizare, că nu numai îngreunarea ei, prin amestecarea cu vreo materie mai grea decît ea, produce o diferenţă atît de apreciabilă, ci şi încălzirea sau răcirea ei cît de mică produce acelaşi efect şi cu atîta subtilitate încît introducerea a patru picături de apă ceva mai caldă sau mai rece decît cele şase livre va face ca bila să se coboare sau să se ridice; se va coborî introducînd caldă şi se va ridica prin introducerea celei reci. Vedeţi acum cît de mult se înşală filozofii care vor să atribuie apei vîscozitate sau altă coeziune a părţilor, care să o facă rezistentă diviziunii şi penetrării.

Sagr. Am întîlnit consideraţii foarte concludente referitor la acest argument într-un tratat al Academicianului nostru; totuşi îmi rămîne un mare scrupul, pe care nu-l pot înlătura; căci dacă nu există între părţile apei nici o tenacitate sau coerenţă cum se pot menţine picături foarte mari şi foarte ridicate, îndeosebi pe foile de varză, fără să se spargă şi să se întindă?

Salv. Deşi este adevărat că cel care este sigur de concluzia sa poate rezolva toate obiecţiile ce i se prezintă, totuşi nu aş cuteza să fac aceasta; dar neputinţa mea nu trebuie să tulbure

puritatea adevărului. Mai întîi vă mărturisesc că nu cunosc cauza care susţine picăturile de apă atît de ridicate şi de mari, deşi sînt sigur că ea nu provine de la coeziunea internă ce ar exista între părţile sale; de aceea cauza unui astfel de efect trebuie căutată în afară. Pot să v-o dovedesc că ea nu este internă, în afară de experienţele arătate, cu una decivisă. Dacă părţile apei care, ridicată, se susţine în timp ce este înconjurată de aer, ar avea o cauză internă pentru acest lucru, cu mult mai mult s-ar susţine dacă ar fi înconjurată de un mediu în care ar avea mai puţină tendinţă de a cădea decît are în aerul înconjurător; dar un astfel de mediu ar fi orice fluid mai greu decît aerul, ca de exemplu vinul; şi de aceea, turnînd în jurul picăturii de apă vin, dacă am putea să-l ridicăm jur împrejur, fără ca părţile apei, strîns unite de viscozitatea lor internă, să se dizolve; dar aceasta nu se întîmplă; dimpotrivă, imediat ce se apropie lichidul care o înconjoară, fără a aştepta să se adune mult în jurul ei, se va dizolva şi împrăştia, rămînînd dedesubt dacă este vin roşu; prin urmare cauza unui astfel de efect este externă şi poate provine de la aerul înconjurător. Şi într-adevăr, se observă o mare disensiune între aer şi apă, ceea ce am observat cu ocazia altei experienţe; şi aceasta este că dacă umplu cu apă un balon de sticlă, care are un orificiu îngust cît un fir de pai, şi astfel umplut îl întorc cu gura în jos, cu toate că apa, deşi este foarte grea şi tinde să cadă în aer, şi aerul, tot atît de gata să se ridice prin apă, fiind foarte uşor, sînt de acord aceea să se coboare, ieşind prin orificiu, iar acesta să se urce întrînd prin el, ele rămîn însă separate; dimpotrivă apoi, dacă voi apropia de orificiu un vas cu vin roşu, care este puţin mai uşor decît apa, îl vom vedea imediat ridicîndu-se încet prin apă în vine roşiatice şi apa coborînd tot atît de încet prin vin, fără a se amesteca, pînă ce în sfîrşit balonul se va umplea întreg cu vin iar apa va cădea toată în fundul vasului de dedesubt. Dar ce putem spune acum şi ce să argumentăm, decît o nepotrivire între apă şi aer, ascunsă pentru mine, dar poate...

Simpl. Îmi vine aproape să rîd văzînd marea antipatie pe care o are dl. Salviati față de cuvîntul „antipatic" pe care nu vrea să-l pronunțe; și totuși este atît de potrivit pentru a înlătura dificultatea.

Salv. De dragul d-lui Simplicio, accept această soluție a îndoielii noastre; și lăsînd la o parte digresiunea, să ne întoarcem la subiectul nostru. Am văzut că diferența de viteză, în mobilele de greutăți diferite, este cu mult mai mare în medii din ce în ce mai rezistente; dar ce dorim mai mult? în mercur aurul nu numai cade la fund mai repede decît plumbul, ci el este singurul care coboară, pe cînd celelalte metale și pietre toate se ridică și plutesc, astfel că dintre bilele de aur, de plumb, de cupru, de porfir, sau de alte materii grele, va fi aproape cu totul insensibilă neegalitatea mișcării în aer, fiindcă desigur o bilă de aur la sfîrșitul căderii cu o sută de coți nu va întrece una de cupru cu patru degete; văzînd, zic, aceasta, mi-a venit în minte ideea că dacă am înlătura cu totul rezistența mediului, toate corpurile ar cădea cu viteze egale.

Simpl. Mare lucru ați spus d-le Salviati. Nu voi crede niciodată că în vid, dacă totuși ar exista mișcare, un fulg de lînă s-ar mișca atît de repede ca o bucată de plumb.

Salv. Încet, încet, d-le Simplicio; rezerva dvs. nu este atît de ascunsă și nici eu atît de nesocotit, încît cineva să creadă că ea nu mi-a venit în minte, și că în consecință nu am găsit răspuns. Prin urmare, pentru justificarea mea și înțelegerea dvs., asculați-mi argumentul. Sîntem pe punctul de a cerceta ce s-ar întîmpla cu mobilele de greutăți foarte diferite într-un mediu a cărui rezistență ar fi nulă, astfel că întreaga diferență de viteză, ce ar exista între aceste mobile, ar trebui să se refere numai la inegalitatea de greutate; și fiindcă numai un spațiu cu totul gol de aer și de orice alt corp, deși subtil și fără rezistență, ar fi în stare să ne arate în mod sensibil ceea ce căutăm, deoarece ne lipsește un astfel de spațiu, vom observa ceea ce se întîmplă în medii mai subtile și mai puțin rezistente în compa-

rație cu ceea ce vedem întîmplîndu-se în altele mai puțin subtile și mai rezistente; căci dacă vom găsi că în realitate, mobilele de greutăți diferite diferă din ce în ce mai puțin în viteză după cum se găsesc în medii din ce în ce mai puțin rezistente, și că, în sfîrșit, deși foarte neegale în greutate, într-un mediu mai subtil decît oarecare altul, cu toate că nu este vid, se observă o diversitate de viteză foarte mică și aproape inobservabilă, mi se pare că vom putea crede printr-o conjunctură foarte probabilă că în vid vitezele tuturora vor fi egale. De aceea, să considerăm ce să întîmplă în aer: unde, pentru a avea un corp de o suprafață bine delimitată și din materie foarte ușoară, să luăm o bășică umflată, în care aerul ce se găsește înăuntru nu va cîntări, în mediul înconjurător al aerului, nimic sau puțin, fiindcă se va putea comprima puțin; astfel că greutatea ei se reduce numai la cea puțină a bășicii, care nu va fi nici măcar a mia parte din greutatea unei mase de plumb de mărime egală cu a bășicii umflate. Aceasta, d-le Simplicio, lăsată de la o înălțime de patru sau șase coți cu cît credeți că va anticipa plumbul bășica în căderea sa? fiți sigur că nu o va întrece cu triplul, nici măcar cu dublul, deși ați crede că ar fi de o mie de ori mai rapidă.

Simpl. S-ar putea ca la începutul mișcării, adică în primii patru sau șase coți, să se întîmple ceea ce spuneți; dar în urmă și după un interval mai lung, cred că plumbul o va lăsa în urmă nu numai cu șase ci și cu opt și cu zece părți din cele douăsprezece ale spațiului.

Salv. Eu de asemenea cred același lucru și nu mă îndoiesc că la distanțe foarte mari s-ar putea ca plumbul să parcurgă un spațiu de o sută de mile, înainte ca bășica să fi parcurs una singură; dar aceasta, d-le Simplicio, pe care o propuneți ca un efect contrar propoziției mele, este ceea ce o confirmă mai mult. Este (repet) intenția mea să afirm, cum diversele viteze ale mobilelor de greutăți diferite nu provin din cauza greutății diferite, ci depind de cauze exterioare și în particular de rezis-

tența mediului, astfel că, înlăturînd-o pe aceasta, toate mobilele s-ar mișca cu aceleași grade de viteză; aceasta o deduc îndeosebi din aceea ce admiteți dvs. înșivă și este foarte adevărat, anume că vitezele mobilelor de greutăți diferite sînt din ce în ce mai diferite, după cum mai mari și mai mari sînt spațiile pe care le parcurg; efect care nu ar avea loc dacă ar depinde de greutăți diferite. Într-adevăr, ele fiind totdeauna aceleași, ar trebuie să se mențină totdeauna între spațiile parcurse același raport, pe care raport îl vedem, în continuarea mișcării, crescînd într-una; deoarece un mobil mai greu în căderea cu un cot nu va întrece pe cel mai ușor cu a zecea parte a acestui spațiu, dar în căderea cu doisprezece coți îl va întrece cu a treia parte, în aceea cu o sută de coți îl va întrece cu 90/100 etc.

Simpl. Foarte bine; dar urmînd raționamentul dvs., dacă diferența de greutate a mobilelor de greutăți diferite nu poate cauza o schimbare a raportului vitezelor lor, avînd în vedere că greutățile nu variază, nici mediul, care totdeauna se presupune că rămîne același, nu va putea cauza vreo schimbare în raportul vitezelor.

Salv. Dvs. ridicați împotriva afirmației mele o obiecție serioasă, pe care este necesar să o înlăturăm. De aceea zic că un corp greu posedă prin natura sa intrinsecă principiul de a se mișca spre centrul comun al corpurilor grele, adică al globului nostru pămîntesc, cu o mișcare continuu și uniform accelerată, anume că în timpuri egale se adaugă cantități egale de noi mișcări și viteze. Aceasta se verifică ori de cîte ori se înlătură impedimentele accidentale și externe, între care este unul pe care nu-l putem înlătura, anume rezistența mediului plin, în timp ce mobilul care cade trebuie să-l desfacă și să-l împingă lateral; acestei mișcări transversale mediul, deși fluid de mică rezistență și în repaus, se opune cu o rezistență cînd mai mică cînd din ce în ce mai mare, după cum trebuie să se desfacă încet sau repede pentru a lăsa să treacă mobilul; care, pentru că acesta, după cum am spus, prin natura sa se accelerează în-

continuu, în consecinţă întîlneşte încontinuu o rezistenţă mai mare în mediu şi deci o întîrziere şi o micşorare în cîştigarea de noi grade de viteze, astfel încît în sfîrşit viteza ajunge la o astfel de valoare şi rezistenţa mediului la o aşa mărime, încît, echilibrîndu-se între ele, opresc orice acceleraţie şi reduc mobilul la o mişcare uniformă, în care el continuă să se menţină totdeauna. Aşadar, în mediu, există o creştere de rezistenţă, nu fiindcă esenţa sa se schimbă, ci fiindcă variază viteza cu care el trebuie să se desfacă şi să se miste lateral pentru a face loc trecerii corpului ce cade, care se accelerează succesiv. Acum constatarea că rezistenţa aerului faţă de micul moment al băşicii este foarte mare iar faţă de marea greutate a plumbului este foarte mică mă face să susţin că dacă cineva ar înlătura-o cu totul, dînd băşicii un avans foarte mare dar plumbului unul foarte mic, vitezele lor s-ar egala. Admiţînd deci acest principiu, că în mediul în care, fie din cauza că este vid fie din alta, nu ar exista vreo rezistenţă care să se opună vitezei mişcării, astfel că vitezele tuturor mobilelor ar fi egale, vom putea foarte potrivit să determinăm rapoartele vitezelor mobilelor asemenea şi neasemenea în acelaşi mediu şi în diverse medii pline, şi de aceea rezistente ; şi aceasta o vom obţine considerînd cît scade greutatea mediului greutatea mobilului, care greutate este mijlocul cu care mobilul îşi face drum, respingînd părţile mediului în lături, operaţie ce nu are loc în mediul vid şi de aceea nu trebuie să ne aşteptăm la nici o diferenţă din cauza greutăţilor diferite ; şi fiindcă este evident că mediul scade din greutatea corpului cuprins în el cît este greutatea unui volum egal din materia sa, micşorînd în acest raport vitezele mobilelor care în mediul nerezistent ar fi (după cum am presupus) egale, vom obţine ceea ce am căutat. Admiţînd, de exemplu, că plumbul este de zece mii de ori mai greu decît aerul iar abanosul numai de o mie de ori ; din viteza acestor două materii care, luate în mod absolut, adică înlăturînd orice rezistenţă, ar fi egale, aerul îi scade plumbului din cele zece mii de grade unul, pe

cînd abanosului îi scade din o mie de grade unul, sau să zicem din zece mii zece; prin urmare, dacă plumbul şi abanosul vor coborî în aer de la o înălţime oarecare, pe care, înlăturînd întîrzierea cauzată de aer, o vor trece în acelaşi timp, aerul va scădea din viteza plumbului din zece mii de grade unul; pe cînd abanosul îi scade din zece mii zece; ceea ce înseamnă că împărţind acea înălţime de la care pleacă aceste mobile, în zece mii de părţi, plumbul va ajunge la pămînt rămînînd abanosul înapoi cu zece, ba chiar cu nouă, din cele zece mii de părţi. Şi ce altceva este aceasta, decît că, o bilă de plumb căzînd de pe un turn înalt de două sute de coţi se găseşte că ea va anticipa una de abanos cu mai puţin de patru degete? Abanosul cîntăreşte de o mie de ori mai mult decît aerul; pe cînd băşica umflată cîntăreşte numai de patru ori atît; deci aerul scade din viteza intrinsecă şi naturală a abanosului din o mie de grade unul; dar din aceea a băşicii care în valoare absolută este aceeaşi aerul scade din patru părţi una; aşadar, în timpul în care sfera de abanos, căzînd din turn, va ajunge la pămînt, băşica va parcurge numai trei sferturi. Plumbul este de douăsprezece ori mai greu decît apa, dar fildeşul numai de două ori; prin urmare apa, din vitezele lor absolute, care ar fi egale, ia din a plumbului a douăsprezecea parte iar din a fildeşului jumătate; prin urmare în apă, în timp ce plumbul va coborî cu unsprezece coţi, fildeşul va cădea cu şase. Potrivit acestei reguli, cred că vom găsi că experienţa corespunde cu mult mai exact acestui calcul decît celui al lui Aristotel. Progresînd astfel vom găsi raportul dintre vitezele aceluiaşi mobil şi diverse medii fluide, comparînd nu diferitele rezistenţe ale mediilor, ci considerînd excesele de greutate ale mobilului faţă de greutatea mediilor; de exemplu, staniul este de o mie de ori mai greu decît aerul şi de zece ori decît apa; în consecinţă, împărţind viteza absolută a staniului în o mie de părţi, în aer, care îi scade a mia parte, se va mişca cu nouă sute nouăzeci şi nouă de grade, pe cînd în apă numai cu nouă sute, deoarece apa îi scade

numai a zecea parte din greutate, pe cînd aerul a mia parte. Considerînd un solid cu puţin mai greu decît apa, cum ar fi, de exemplu, lemnul de tufan, din care o sferă cîntărind, să zicem o mie de drahme*), tot atîta apă va cîntări nouă sute cincizeci, pe cînd acelaşi volum de aer va cîntări două, este evident că, admiţînd că viteza lui absolută ar fi de o mie de unităţi, în aer ar rămîne de nouă sute nouăzeci şi opt iar în apă numai de cincizeci, considerînd că din o mie de grade de greutate apa îi ia nouă sute cincizeci şi îi lasă numai cincizeci; prin urmare, un astfel de solid se va mişca aproape de douăzeci de ori mai repede în aer decît în apă, căci excesul greutăţii sale faţă de cea a apei este a douăzecea parte din a sa proprie. Şi să considerăm acum că neputîndu-se mişca în apă decît corpuri de greutate specifică mai mare decît a ei, şi, în consecinţă, de multe sute de ori mai grele decît aerul, căutînd care este raportul dintre viteza lor în aer şi în apă, putem fără eroare însemnată să deducem că aerul nu scade nimic din momentul greutăţii absolute şi în consecinţă al vitezei absolute a acestor corpuri; de aici, găsind repede excesul lor de greutate faţă de greutatea apei, vom spune că viteza lor în aer către viteza lor în apă are acelaşi raport pe care îl are greutatea totală faţă de excesul acesteia faţă de greutatea apei. De exemplu, o bilă de fildeş cîntăreşte douăzeci de uncii, un volum egal de apă cîntăreşte şaptesprezece uncii; aşadar, viteza fildeşului în aer este către viteza sa în apă, aproximativ ca douăzeci către trei.

Sagr. Am obţinut o cucerire importantă într-o materie interesantă prin ea însăşi şi în care, fără profit, mi-am obosit adesea mintea; nici nu-mi lipseşte altceva pentru a pune în practică aceste speculaţii, decît de a găsi modul de a putea cunoaşte care este greutatea aerului în raport cu apa, şi în consecinţă faţă de alte materii grele.

---

*) Drahma florentină este egală cu 3,5 grame.

Simpl. Dar dacă vom găsi că aerul, în loc să fie greu, este uşor, ce vom spune despre aceste discuţii, de altfel foarte înţelepte?

Salv. Ar trebui să spunem că ele au fost într-adevăr discuţii himerice superficiale şi zadarnice. Dar v-aţi îndoi că aerul ar fi greu avînd textul clar al lui Aristotel care afirmă, spunînd că toate elementele, cu excepţia focului, au greutate, chiar şi aerul? dovadă că (adăugă el) băşica umflată cîntăreşte mai mult decît cea dezumflată.

Simpl. Faptul că băşica sau balonul umflat cîntăreşte mai mult, îmi vine să cred că nu provine din greutatea aerului din el ci de la mulţimea vaporilor denşi amestecaţi cu el în regiunile noastre de jos; datorită cărora aş spune că creşte greutatea băşicii.

Salv. N-aş vrea să o spuneţi aceasta dvs., şi cu atît mai puţin să-l puneţi pe Aristotel să o spună; fiindcă, vorbind de elemente şi voind să mă convingă că aerul este greu, arătîndu-mi aceasta prin experienţă, dacă ajungînd la demonstraţie mi-ar spune: „Ia o băşică, umple-o cu vapori groşi şi observă că greutatea ei va creşte", eu i-aş răspunde că va cîntări şi mai mult dacă ar umple-o cu tărîţe; dar după aceea aş adăuga că aceste experienţe dovedesc că tărîţele şi vaporii groşi sînt grei, dar în ce priveşte însă aerul, aş rămîne în aceeaşi îndoială ca mai înainte. Prin urmare, experienţa lui Aristotel este bună iar propoziţia adevărată. Nu aş spune însă acelaşi lucru despre un alt raţionament, susţinut cu îndrăzneală de un filozof căruia nu-mi amintesc numele, dar ştiu că l-am citit, care argumentează, că aerul este mai greu decît uşor, deoarece mai uşor duce corpurile grele în jos decît corpurile uşoare în sus.

Sagr. Minunat, pe cuvîntul meu. Aşadar, potrivit acestui raţionament, aerul va fi cu mult mai greu decît apa deoarece toate corpurile grele cad mai uşor în aer decît în apă, şi toate corpurile uşoare mai uşor în aceasta decît în acela; ba chiar o infinitate de corpuri grele coboară în aer, pe cînd în apă se

ridică, şi o infinitate de materii se ridică în apă, pe cînd în aer cad. Dar fie că greutatea băşicii, d-le Simplicio, este cauzată de vaporii groşi sau de aerul curat, aceasta nu infirmă propoziţia noastră, deoarece căutăm ceea ce se întîmplă cu mobilele ce se mişcă în regiunea noastră vaporoasă. Deci revenind la ceea ce mă preocupă mai mult, aş vrea, studiind complet şi în mod absolut subiectul de faţă, să rămîn nu numai asigurat că aerul este (după cum eu afirm cu tărie) greu, ci aş dori, dacă este posibil, să ştiu care este greutatea sa. De aceea, d-le Salviati, dacă puteţi să mă lămuriţi şi în această chestiune, vă rog să o faceţi.

Salv. Experienţa cu balonul umflat propusă de Aristotel ne prezintă o dovadă concludentă că în aer rezidă o greutate pozitivă, şi nu, după cum au crezut unii, o uşurinţă*) care probabil nu se găseşte în nici o materie; căci dacă în aer ar fi o calitate de uşurătate absolută şi pozitivă, înmulţind şi comprimînd aerul, i-ar creşte uşurinţa şi în consecinţă tendinţa de a se ridica; experienţa însă arată contrariul. În ce priveşte cealaltă întrebare, referitor la modul de a studia greutatea sa, eu am procedat în felul următor. Am luat un balon de sticlă destul de mare şi cu gîtul strîmt, la care am aplicat un inel de piele, legat foarte strîns în gîtuitura balonului, avînd la capătul inelului înserată şi legată strîns o supapă de băşică, prin care cu ajutorul unei siringi am introdus cu forţa în balon o cantitate mare de aer; din acesta, fiindcă aerul poate fi condensat foarte mult, putem umplea două sau trei alte baloane pe lîngă acela pe care îl cuprinde în mod natural. Apoi, pe o balanţă foarte exactă, am cîntărit precis balonul cu aerul comprimat în el, echilibrînd greutatea lui cu nisip fin. Deschizînd apoi supapa şi lăsînd să iasă aerul conţinut în vas cu forţa, şi punîndu-l din nou pe balanţă, găsindu-l cu mult mai uşor, am

*) În concepţia greşită a lui Aristotel, corpurile se împart în : corpuri grele, care cad la pămînt, şi corpuri uşoare, care se ridică în sus. Galilei foloseşte aici terminologia lui Aristotel.

îndepărtat din contragreutate atîta nisip, punîndu-l de o parte, încît balanța să rămînă în echilibru cu restul de contragreutate, adică cu balonul; nu rămîne nici o îndoială că greutatea nisipului îndepărtat este egală cu a aerului introdus cu forța în balon și care în urmă a ieșit. Dar o astfel de experiență pînă aici nu mă asigură de altceva, decît că aerul introdus cu forța în vas avea o greutate egală cu nisipul îndepărtat; dar cît cîntărește propriu-zis aerul față de apă sau de altă materie grea, încă nu știu, nici nu pot să știu, dacă nu măsor cantitatea de aer comprimat; pentru această investigație trebuie găsită o regulă și am găsit că se poate proceda în două feluri. Unul constă în a lua un alt balon asemănător ca și cel dintîi, gîtuit, la gîtuitura căruia să fie legat strîns un alt inel, care cu celălalt capăt al său să cuprindă supapa celuilalt și în jurul căruia să fie strîns legat cu un nod. Acest al doilea balon trebuie să aibă fundul găurit, în așa fel încît printr-un astfel de orificiu să se poată introduce o vergea de fier, cu care să se poată cînd voim să se deschidă supapa menționată pentru a permite ieșirea aerului de prisos din celălalt vas ca să fie cîntărit; dar acest al doilea vas trebuie să fie plin cu apă. Aranjat totul în felul menționat și deschizînd cu vergeaua supapa, aerul ieșind cu impetuozitate și trecînd în vasul cu apă, o va scoate afară prin orificiul din fund; și este evident ca o cantitate de apă alungată în acest fel, să fie egală cu masa și cantitatea de aer ieșită din celălalt vas. Îndepărtînd deci această apă și cîntărind din nou vasul ușurat de aerul comprimat (care presupun că a fost cîntărit și mai înainte, împreună cu aerul comprimat) și îndepărtînd, în felul amintit, nisipul de prisos, este evident că aceasta este greutatea adevărată a unei mase de aer, egală cu masa de apă scoasă și îndepărtată; cîntărind-o vom vedea de cîte ori va fi mai mare greutatea sa față de greutatea nisipului păstrat și fără greșeală vom putea afirma că tot de atîtea ori este mai grea apa decît aerul, aceasta nu va fi de zece ori, cum pare că a apreciat Aristotel, ci

de patru sute de ori, cum ne arată experienţa. Cealaltă metodă este mai expeditivă şi se poate face cu un singur vas, adică cu cel dintîi, aranjat în felul menţionat; în care nu vreau să punem alt aer decît cel care se găseşte în mod natural în el, dar vreau să alungăm apa fără a lăsa să iasă de loc aer, care, trebuind să cedeze apei care survine, este necesar să fie comprimat. Introducînd deci mai multă apă decît este posibil, care fără mare sforţare se poate introduce pînă la trei sferturi din volumul balonului, să-l punem pe balanţă şi să-l cîntărim cu cea mai mare atenţie; făcînd aceasta şi ţinînd vasul cu gîtul în sus, să deschidem supapa, lăsînd să iasă aerul, din care va ieşi o cantitate egală cu apa conţinută în balon. După ce a ieşit aerul, să punem din nou vasul pe balanţă, care în urma îndepărtării aerului, va fi uşurat; şi scoţînd din contragreutate ceea ce este de prisos, vom avea greutatea cantităţii de aer egală cu a apei din balon.

Simpl. Nu se poate spune că artificiile găsite de dvs. nu sînt fine şi foarte ingenioase; dar pe cînd în aparenţă mi se pare că satisfac complet intelectul, îmi provoacă confuzie în alt sens. Într-adevăr, fiind neîndoielnic adevărat că elementele în ele însile nu sînt nici uşoare nici grele, nu pot înţelege cum şi unde volumul de aer ce părea că este greu, de exemplu, patru drahme de nisip, trebuie apoi să aibă în realitate greutatea aerului, în care îl reţine nisipul care îl echilibrează; de aceea mi se pare că experienţa ar trebui făcută nu în aer, ci într-un mediu în care însuşi aerul şi-ar putea manifesta proprietatea de a fi greu, dacă el într-adevăr o are.

Salv. Obiecţia d-lui Simplicio este într-adevăr ascuţită şi de aceea este necesar sau ca ea să fie de nerezolvat sau ca soluţia să fie tot atît de subtilă. Este clar că aerul comprimat care are o greutate egală cu a nisipului, pus în libertate în elementul său nu mai are greutate, dar nisipul are; de aceea, pentru a face o astfel de experienţă, este convenabil să se aleagă un loc şi un mediu în care aerul la fel ca şi nisipul, să poată fi

greu; fiindcă, după cum s-a spus de mai multe ori, mediul scade din greutatea oricărui corp care se cufundă în el atîta cît este greutatea unui volum al mediului, egal cu a masei cufundate, astfel că aerul în aer înlătură toată greutatea; prin urmare, pentru ca operația să fie exactă, ar trebui făcută în vid, în care orice corp greu și-ar exercita momentul*) său fără nici o micșorare. În consecință d-le Simplicio dacă am cîntări un volum de aer în vid, ați fi convins și asigurat de acest fapt?

Simpl. Într-adevăr da; dar aceasta este o dorință sau o pretenție imposibilă.

Salv. De aceea s-ar cuveni să-mi fiți foarte îndatorat ori de cîte ori de dragul dvs. întreprind un lucru imposibil. Dar nu vreau să vă vînd ceea ce deja v-am făcut cadou, deoarece în experiența adoptată cîntărim aerul în vid și nu în aer sau în alt mediu plin. Faptul, d-le Simplicio, că din masa care se cufundă în mediu fluid, se scade de către acel mediu o greutate, provine de acolo că el se opune să fie deschis, alungat și în sfîrșit ridicat; dovadă a căreia este graba sa de a alerga imediat să umple spațiul pe care îl ocupa cantitatea cufundată în el, ori de cîte ori aceasta se îndepărtează; căci dacă el nu ar simți nimic din această imersiune, nu ar face nimic împotriva ei. Acum spuneți-mi: în timp ce dvs. aveți în aer balonul deja plin cu aerul conținut de el în mod natural, ce diviziune, alungare sau în sfîrșit ce schimbare suferă aerul ambiant de la al doilea aer care intră din nou cu forța în vas? Poate se mărește

*) Galilei în lucrarea sa *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua* definește momentul astfel: „Momentul (momento) la mecanici înseamnă acea virtute (virtù), acea forță (forza), acel efect (efficacia) cu care motorul (motor) mișcă și mobilul (mobile) rezistă; această virtute nu depinde numai de greutatea simplă ci de viteza mișcării, de diversele înclinații ale spațiilor pe care se face mișcarea, fiindcă are un impuls mai mare într-un corp greu ce coboară pe un spațiu mai înclinat decît într-unul mai puțin. În sfîrșit, oricare ar fi cauza unei astfel de virtuți, ea își păstrează numele de moment". Apoi mai jos: „putem considera ca adevărată ipoteza că greutăți absolut inegale se echilibrează reciproc și au momente egale ori de cîte ori greutățile lor sînt în raport invers cu vitezele mișcărilor lor, adică cu cît unul este mai puțin greu decît celălalt, cu atît este în stare să se miște mai repede decît acela".

balonul încît mediul ambiant trebuie să se retragă mai mult pentru a-i face loc? desigur că nu; şi de aceea putem spune că aerul al doilea nu se cufundă în cel ambiant, neocupînd în el spaţiu, ci se comportă ca şi cînd ar intra în vid; ba chiar intră în el în mod real şi pătrunde în vidurile care nu sînt bine umplute de primul aer necondensat. Şi într-adevăr, nu văd nici o deosebire între cele două medii, înconjurat şi înconjurător, fiindcă în acesta înconjurătorul nu apasă pe cel înconjurat iar în acela cel înconjurat nu împinge pe cel înconjurător; aşezarea unei materii oarecare în vid ca şi a aerului comprimat în balon sînt aceleaşi. Aşadar, greutatea aerului condensat, este aceea pe care el ar avea-o împrăştiat liber în vid. Este foarte adevărat că greutatea nisipului care îl contrabalansează cînd se găseşte în aerul liber, în vid ar cîntări ceva mai mult şi de aceea putem spune că aerul cîntărit este într-adevăr cu ceva mai uşor decît nisipul care îl contrabalansează, adică atîta cît ar cîntări acest aer în vid.

Sagr. Aceasta este o speculaţie într-adevăr ingenioasă, care în sine cuprinde rezolvarea unei probleme ce pare minunată, fiindcă, rezumată în esenţă şi în cîteva cuvinte, ne arată modul de a găsi greutatea unui corp cîntărit în vid, fără a-l cîntări decît într-un mediu plin de aer; şi explicaţia este următoarea: aerul scade din greutatea absolută a oricărui corp greu aşezat în el, atîta greutate cît este greutatea unui volum de aer egal cu volumul corpului; prin urmare, dacă putem combina cu corpul atîta aer cît este mărimea sa fără a-l mări, cîntărindu-l vom obţine greutatea sa absolută pe care ar avea-o în vid, avînd în vedere că fără a-i mări volumul, îi adăugăm greutatea care i-a fost micşorată de aerul înconjurător. Prin urmare, cînd în balonul deja plin cu aerul cuprins în mod natural în el, introducem o cantitate de apă, fără a lăsa să iasă ceva din aerul cuprins deja în el, este evident că aerul cuprins în mod natural se contractă şi se condensează într-un volum mai mic, pentru a face loc apei introduse şi este evident că

volumul aerului care se contractă este egal cu volumul apei introduse. În consecință, cînd se cîntărește în aer vasul astfel potrivit, este evident că greutatea apei se adaugă la greutatea aerului; din această greutate face parte acea a apei împreună cu cea a aerului, care este tocmai greutatea pe care ar avea-o apa singură în vid. Așadar, dacă, cîntărind întreg vasul și notînd greutatea întreagă, și făcînd să iasă aerul comprimat și recîntărind tot ce rămîne, care, în urma ieșirii aerului, va avea o greutate mai mică, făcînd diferența celor două greutăți, vom avea greutatea aerului comprimat care ca volum era egal cu apa; luînd apoi greutatea apei singure și adăugînd la aceasta greutatea pe care am pus-o deoparte și care era acea a aerului comprimat, vom avea greutatea apei în vid. Pentru a găsi apoi greutatea apei, o vom scoate din vas și, cîntărind vasul singur, vom scădea această greutate din a vasului și a apei găsită mai înainte; fiindcă este evident că ceea ce rămîne este greutatea apei în aer.

Simpl. Mi se părea că în experiențele de pînă acuma era ceva de dorit; acuma însă sînt complet liniștit.

Salv. Problemele ridicate de mine pînă acuma, și în special aceasta, că diferența de greutate, deși foarte mare, nu ar avea nici un rol în deosebirea vitezelor mobilelor, astfel că, întrucît depinde de ea, toate s-ar mișca cu o viteză egală, este atît de nouă și, la prima vedere, departe de verosimil, încît dacă nu am avea vreun mijloc de a o elucida și a o face mai clară decît soarele, ar fi mai bine să o trecem sub tăcere decît să o exprimăm; de aceea, o dată ce am lăsat-o să-mi scape din gură, este bine să nu neglijez experiența sau argumentul care ar putea să o demonstreze.

Sagr. Nu numai aceasta, dar și alte multe dintre propozițiile dvs. sînt atît de îndepărtate de părerile și doctrinele adoptate în general, încît răspîndindu-se în public vor provoca un mare număr de adversari, deoarece firea înnăscută a oamenilor nu vede cu ochi buni ca cineva să descopere în exercițiul lor

un adevăr sau o falsitate nedescoperită de ei; şi dînd titlul de reformatori de doctrine, neplăcut urechilor multora, încearcă să taie nodurile pe care nu le pot dezlega şi subminează edificiile construite cu răbdare de arhitecţi cu instrumentele obişnuite. Dar în ce ne priveşte pe noi, care sîntem departe de astfel de pretenţii, experienţele şi argumentele aduse pînă acum sînt suficiente să ne liniştească; totuşi, dacă aveţi alte experienţe mai palpabile şi argumente mai eficace, le vom asculta bucuros.

Salv. Experienţa făcută cu două mobile cît se poate de diferite ca greutate, lăsîndu-le să cadă de la aceeaşi înălţime pentru a observa dacă vitezele lor sînt egale, întîmpină oarecare dificultate; căci dacă înălţimea este mare, mediul care trebuie să fie desfăcut şi împins în lături de impulsul corpului ce cade, va opune o mai mare rezistenţă la momentul mobilului foarte uşor decît violenţei celui mai greu, din care pricină în drumul lung cel uşor va rămînea în urmă; pentru o înălţime mică ne-am putea îndoi că nu ar exista diferenţă sau că totuşi ar fi, dar inobservabilă. Şi de aceea m-am gîndit să repet de multe ori căderea de la înălţimi mici şi să adun împreună toate acele diferenţe minime de timp care ar putea interveni între sosirea la capăt a celui greu şi a celui uşor, care astfel adunate ar da un timp nu numai observabil, ci foarte uşor observabil. În afară de aceasta, pentru a mă putea folosi de mişcări cît se poate de încete, în care rezistenţa mediului împiedică mai puţin efectul ce depinde numai de greutate, mi-a venit în minte să las să cadă mobilele pe un plan înclinat, de înclinare mică; fiindcă pe acesta, mai bine decît pe verticală se va putea vedea cum cad corpurile de greutăţi diferite; şi trecînd mai departe, am mai voit să înlătur unele rezistenţe ce se pot ivi în contactul mobilelor cu planul înclinat; şi în sfîrşit am luat două bile,una de plumb şi una de zahăr, aceea de mai bine de o sută de ori mai grea decît aceasta şi am ataşat fiecare la două sfori subţiri, egale între ele, lungi de patru sau cinci coţi, legate sus; îndepărtînd apoi fiecare bilă din poziţia perpendiculară, le-am

dat drumul în acelaşi moment şi ele, căzînd pe circumferinţele cercurilor descrise de sforile egale, semidiametrele lor, trecînd dincolo de perpendiculară, s-au întors înapoi pe aceleaşi drumuri; şi repetînd de mai bine de o sută de ori prin ele înşile ducerile şi întoarcerile, au demonstrat în mod vizibil că cel greu coincide atît de mult cu cel uşor, încît nici în o sută de vibraţii, nici într-o mie, nu anticipă timpul cu nici o clipită ci se mişcă cu mişcări egale. Se observă de asemenea influenţa mediului, care, opunînd oarecare rezistenţă mişcării, cu mult mai mult micşorează mişcările zahărului decît pe ale plumbului, dar fără să le facă mai mult sau mai puţin frecvente; ba chiar dacă arcele descrise de zahăr nu sînt mai mari de cinci sau de şase grade iar cele ale plumbului de cincizeci sau şaizeci, sînt descrise în acelaşi timp.

Simpl. Dacă aşa este, de ce nu este viteza plumbului mai mare decît viteza zahărului, descriind acela un drum de şaizeci de grade, în timp ce acesta nu parcurge decît şase?

Salv. Dar ce aţi spune, d-le Simplicio, dacă amîndouă şi-ar descrie drumurile în acelaşi timp, pe cînd zahărul îndepărtat de perpendiculară cu treizeci de grade, ar descrie arcul de şaizeci, iar plumbul lăsat din aceeaşi poziţie perpendiculară cu numai două grade, ar descrie arcul de patru? nu ar fi atunci zahărul cel mai iute? şi totuşi experienţa îmi arată că aceasta se întîmplă. De aceea notaţi-vă: îndepărtînd pendulul de plumb, de exemplu cu cincizeci de grade de la perpendiculară, şi de aici lăsîndu-l liber, aleargă, şi trecînd dincolo de perpendiculară cu aproape alte cincizeci, descrie arcul de aproape o sută de grade, şi întorcîndu-se pe acelaşi drum, descrie un alt arc ceva mai mic, şi continuîndu-şi vibraţiile, după un mare număr de vibraţii ajunge în sfîrşit în repaus. Fiecare din aceste vibraţii are loc în timpuri egale, atît cea de nouăzeci de grade, cît şi cea de cincizeci, douăzeci, zece şi patru; astfel că, în consecinţă, viteza mobilului scade încontinuu, deoarece în timpuri egale parcurge succesiv arcuri din ce în ce mai mici. Un

efect asemănător, ba chiar acelaşi, îl produce zahărul atîrnat de un fir tot atît de lung, cu deosebirea că ajunge în starea de repaus după un număr mai mic de vibraţii, fiind mai puţin apt, datorită uşurinţei sale, să învingă rezistenţa aerului; cu toate acestea toate vibraţiile, mari şi mici, se fac în timpuri egale între ele, şi egale de asemenea cu timpurile de vibraţie ale plumbului. De aici provine că dacă în timp ce plumbul descrie un arc de cincizeci de grade, zahărul parcurge unul de zece, zahărul este mai încet decît plumbul; dar se mai întîmplă dimpotrivă, că zahărul descrie arcul de cincizeci, în timp ce plumbul parcurge pe cel de zece sau de şase; şi astfel, în timpuri diferite cînd plumbul va fi mai rapid, cînd zahărul. Dar dacă aceleaşi mobile parcurg, în timpuri egale arce egale, se poate spune cu siguranţă că vitezele lor sînt egale.

Simpl. Această argumentare mi se pare şi nu mi se pare concludentă şi îmi rămîne în minte o confuzie, care mi se naşte din mişcarea cînd rapidă cînd înceată sau foarte înceată, atît a unuia cît şi a celuilalt mobil şi care nu-mi permite să văd clar cum se poate că vitezele lor sînt totdeauna egale.

Sagr. Permiteţi-mi d-le Salviati să spun două cuvinte. Spuneţi-mi d-le Simplicio dacă dvs. admiteţi că se poate spune în mod absolut, că viteza zahărului şi a plumbului sînt egale ori de cîte ori, pornind amîndouă în acelaşi moment din starea de repaus şi mişcîndu-se pe aceleaşi înclinări, descriu totdeauna spaţii egale în timpuri egale?

Simpl. Nu mă îndoiesc de aceasta şi nici nu poate fi contrazisă.

Sagr. La pendule se întîmplă că fiecare din ele descrie cînd şaizeci de grade, cînd cincizeci, cînd treizeci, cînd zece, cînd opt, cînd patru, cînd două etc. şi dacă amîndouă descriu un arc de şaizeci de grade, îl parcurg în acelaşi timp; în arcul de cincizeci, ambele mobile întrebuinţează acelaşi timp, la fel în arcul de treizeci, de zece şi în celelalte şi de aceea se conchide că viteza plumbului în arcul de şaizeci de grade este

egală cu viteza zahărului în acelaşi arc de şaizeci de grade şi că vitezele în arcul de cincizeci sînt egale între ele şi la fel în celelalte. Dar nu se spune că viteza care se exercită în arcul de şaizeci este egală cu viteza ce se manifestă în arcul de cincizeci, nici aceasta cu cea din arcul de treizeci etc., ci vitezele în arcurile mai mici sînt totdeauna mai mici. Aceasta se deduce văzînd că aceluiaşi mobil îi trebuie tot atîta timp în parcurgerea unui arc mare de şaizeci de grade, ca şi în descrierea unuia mai mic de cincizeci, sau a unuia foarte mic de zece şi în sfîrşit descriindu-le pe toate în timpuri egale. Prin urmare este adevărat că plumbul şi zahărul îşi încetinează mişcarea potrivit micşorării arcelor, dar nu schimbă concordanţa lor menţinîndu-şi egalitatea vitezei în descrierea acelorași arce.

Am voit să spun aceasta mai mult pentru a arăta că am înţeles ideea d-lui Salviati, decît din cauza necesităţii pe care aş crede că o are dl Simplicio a unei explicaţii mai clare decît a d-lui Salviati, care este, ca toate lucrurile sale foarte clară şi ca atare, dezlegînd el însuşi de cele mai multe ori chestiuni nu numai obscure în aparenţă, ci care contravin naturii şi adevărului, cu raţionamente şi observaţii sau experienţe foarte obişnuite şi familiare oricui, a dat ocazie (după cum am înţeles de la unii) unuia din profesorii cei mai stimaţi de a face mai puţin caz de noutăţile sale considerîndu-le grosolane, fiind sprijinite pe baze prea slabe şi populare, ca şi cînd condiţia cea mai minunată şi cea mai respectabilă a ştiinţelor demonstrative nu ar fi ca ele să izvorască şi să germineze din principii bine cunoscute, înţelese şi admise de toţi.

Dar să procedăm şi noi gustînd din aceste mîncări uşoare şi dat fiind că dl Simplicio a rămas mulţumit înţelegînd şi admiţînd că greutatea internă a diverselor mobile nu are nici un rol în diversificarea vitezelor lor. Întrucît toate s-ar mişca cu aceleaşi viteze, spuneţi-ne, d-le Salviati, cui îi atribuiţi dvs. inegalităţile sensibile şi aparente ale mişcării şi răspundeţi obiecţiei pe care o opune dl Simplicio şi pe care eu de asemenea o con-

firm şi anume de a vedea un glonte de artilerie mişcîndu-se mai repede decît o alice de plumb, astfel că va fi o diferenţă mică de viteză relativ la aceea pe care v-o opun eu, a mobilelor din aceeaşi materie, dintre care unele din cele mai mari vor cădea într-un timp mai scurt decît o bătaie a pulsului, într-un mediu, un spaţiu pe care altele mai mici nu-l vor descrie într-o oră, nici în patru, nici în douăzeci, cum sînt pietrele şi nisipul mărunt şi mai ales cel foarte fin care tulbură apa, în care mediu în decurs de mai multe ore nu se coboară cu doi coţi, pe cînd pietricelele, nu cu mult mai mari îl parcurg într-o bătaie de puls.

Salv. Am menţionat ceea ce face mediul pentru a întîrzia mai mult mobilele, după cum între ele sînt de acelea de greutate specifică mai mică, arătînd că aceasta provine din scăderea greutăţii, dar cum acelaşi mediu poate scădea în mod atît de diferit viteza mobilelor ce diferă între ele numai prin mărime, chiar dacă sînt din aceeaşi materie şi au aceeaşi formă, pretinde prin enunţul său o demonstraţie mai subtilă decît cea care este suficientă pentru a înţelege în ce fel forma mobilului mai voluminos sau mişcarea mediului ce are loc împotriva mobilului micşorează viteza aceluia. Eu reduc cauza problemei prezente la asperitatea şi porozitatea, care de obicei şi mai mult, în mod necesar, se găseşte pe suprafeţele corpurilor solide şi care asperităţi în mişcarea lor lovesc aerul sau alt mediu ambiant. O dovadă evidentă de aceasta ne-o dă bîzîitul corpurilor, oricît ar fi de rotunde, în timp ce aleargă foarte repede prin aer, dar se aud nu numai bîzîind ci şi şuierînd şi fluierînd, dacă posedă vreo cavitate sau proeminenţă mai mare. De asemenea vedem că orice corp solid rotund învîrtindu-se la strung face puţin vînt. Dar ce să mai lungim vorba, nu simţim noi un bîzîit notabil şi de un sunet foarte ascuţit făcut de sfîrlează în timp ce se învîrteşte pe pămînt cu o viteză foarte mare? Şuierat a cărui înălţime scade după cum viteza de rotaţie se micşorează din ce în ce. Aceasta este o dovată la fel de necesară a rezistenţei aerului împotriva asperităţilor, chiar foarte mici

ale suprafeței lor. Nu se poate pune la îndoială că, în căderea lor mobilele frecîndu-se de fluidul ambiant își micșorează viteza și cu atît mai mult cu cît suprafața este mai mare, după cum este a solidelor mai mici comparate cu cele mai mari.

Simpl. Vă rog opriți-vă, fiindcă încep să mă încurc. În adevăr, dacă înțeleg bine și admit că frecarea mediului de suprafața mobilului întîrzie mișcarea și că o întîrzie mai mult atunci cînd, *caeteris paribus**), suprafața este mai mare, nu înțeleg pe ce bază numiți mai mare suprafața volumelor mai mici și pe lîngă aceea, dacă, după cum afirmați, suprafața mai mare trebuie să producă o întîrziere mai mare, solidele mai mari va trebui să fie mai încete, ceea ce nu este. Dar această obiecție se înlătură ușor spunînd, că deși cel mai mare are o suprafață mai mare, are și o greutate mai mare, împotriva căreia piedica suprafeței mai mari nu prevalează piedica suprafeței mai mici împotriva greutății mai mici, astfel că viteza solidului mai mare să devină mai mică. De aceea nu văd motivul pentru care trebuie să alterneze egalitatea vitezelor, în timp ce, cu cît se micșorează greutatea mișcătoare, tot atît se micșorează posibilitatea suprafeței întîrzietoare.

Salv. Voi rezolva deodată toate obiecțiile dvs. Fiindcă dvs. d-le Simplicio admiteți fără discuție că atunci cînd dintre două mobile egale, din aceeași materie și de aceeași formă (care în mod neîndoielnic se mișcă cu viteze egale), greutatea unuia se micșorează în măsura suprafeței (menținînd formele asemenea), prin aceasta nu va scădea viteza cînd îl micșorăm.

Simpl. În adevăr, mi se pare că așa trebuie să se întîmple, admițînd teoria dvs. care pretinde că mărirea sau micșorarea greutății să nu aibă influență asupra accelerării sau întîrzierii mișcării.

Salv. Aceasta o confirm și eu și admit ceea ce spuneți, de aici mi se pare să rezulte, că dacă greutatea scade mai

---

*) toate celelalte fiind egale.

mult decît suprafaţa, în mobilul micşorat în acest fel s-ar introduce oarecare întîrziere a mişcării, cu atît mai mare cu cît raportul dintre micşorarea greutăţii şi micşorarea suprafeţei este mai mare.

Simpl. Împotriva acesteia nu am nici o obiecţie.

Salv. Dar să ştiţi d-le Simplicio, că nu se poate ca solidele să-şi micşoreze suprafaţa în aceeaşi măsură ca greutatea, menţinîndu-şi aceeaşi formă. Într-adevăr, fiind evident că atunci cînd un solid greu se micşorează, greutatea sa scade în aceeaşi măsură ca masa lui, ori de cîte ori masa se micşorează mai mult decît suprafaţa (păstrîndu-se cu strictеţe asemănarea formei), greutatea se va micşora şi mai mult decît suprafaţa. Dar geometria ne învaţă că există un raport cu mult mai mare între masă şi masă, în solidele asemenea, decît între suprafeţele lor; astfel că pentru mai buna înţelegere a dvs. vă voi explica aceasta într-un caz particular. Deci închipuiţi-vă, de exemplu un cub, a cărui latură fie, de exemplu, lungă de două degete, astfel că una din feţele sale să aibă patru degete pătrate, şi toate şase, adică întreaga suprafaţă, douăzeci şi patru de degete pătrate; imaginaţi-vă apoi că acelaşi cub este împărţit prin trei tăieturi în opt cuburi mici; lungimea fiecăruia din acestea va fi de un deget iar o faţă a lui de un deget pătrat şi suprafaţa sa de şase degete pătrate, din care suprafaţa întreagă conţinea douăzeci şi patru. Vedeţi deci că suprafaţa cubului mic este a patra parte a suprafeţei celui mare (fiindcă atîta parte este şase din douăzeci şi patru); dar acelaşi cub solid este numai a opta parte; aşadar masa scade mai mult, şi în consecinţă greutatea, decît suprafaţa. Iar dacă veţi subîmpărţi cubul cel mic în alte opt, întreaga suprafaţă a unuia din ele va fi de un deget şi jumătate pătrat, care este a şaisprezecea parte din suprafaţa primului cub; dar masa lui este numai a şaizeci şi patra parte. Vedeţi astfel că numai prin aceste două împărţiri masele scad de patru ori mai mult decît suprafeţele lor, iar dacă vom urmări subdiviziunea pînă

ce primul solid se reduce la o pulbere mică, vom găsi greutatea celor mai mici atomi micşorată de o sută şi o sută de ori mai mult decît suprafeţele lor. Ceea ce v-am exemplificat pe cuburi, se întîmplă la toate solidele de formă asemenea între ele, masele cărora sînt în raportul puterii trei pe doi al suprafeţelor lor. Vedeţi deci cu cît creşte într-un raport mai mare rezistenţa contactului suprafeţei mobilului cu mediul la mobilele mici decît la cele mai mari; dacă vom mai adăuga că asperităţile suprafeţelor foarte mici ale pulberelor fine nu sînt probabil mai mici decît ale suprafeţelor solidelor mai mari, ce sînt netezite cu atenţie, consideraţi cît va trebui să fie de fluid mediul şi lipsit total de rezistenţă la a fi deschis, pentru a ceda unei forţe atît de slabe. În această privinţă notaţi d-le Simplicio, că nu am fost echivoc cînd am spus mai înainte că suprafeţele solidelor mai mici sînt cu mult mai mari în comparaţie cu ale solidelor mai mari.

Simpl. Sînt complet satisfăcut şi credeţi-mă că dacă aş reîncepe studiile mele, aş vrea să urmez sfatul lui Platon şi să încep cu matematicile, care văd că procedează cu multă scrupulozitate şi nu admit ca sigur decît ceea ce demonstrează în mod convingător.

Sagr. Am savurat mult această expunere; dar înainte de a trece mai departe, mi-ar plăcea să înţeleg un termen care mi se pare nou, cînd a-ţi spus mai înainte că solidele asemenea sînt între ele în raportul puterii trei pe doi al suprafeţelor lor; fiindcă am înţeles bine propoziţia, împreună cu demonstraţia sa, în care se arată că suprafeţele solidelor asemenea sînt în raportul dublu al laturilor lor, şi cealaltă care arată că aceleaşi solide sînt în raportul triplu al aceloraşi laturi; dar raportul solidelor către suprafeţele lor nu-mi reamintesc nici măcar să-l fi auzit pomenit.

Salv. Răspunsul îl daţi chiar dumneavoastră şi lămuriţi îndoiala. Într-adevăr, ceea ce este triplul unui lucru, faţă de care altul e dublu, nu este raportul puterii trei pe doi al acestui dublu? desigur este aşa. Dar dacă suprafeţele sînt în raportul

dublu al lungimilor, iar volumele sînt în raportul triplu, nu putem noi spune că volumele sînt în raportul puterii trei pe doi al suprafețelor?

Sagr. Am înțeles foarte bine. Și deși mi-ar rămînea să întreb alte particularități, aparținătoare materiei de care este vorba, totuși, dacă vom merge din digresiune în digresiune, vom ajunge tîrziu la problemele principale, care aparțin diversității accidentelor rezistențelor solidelor la sfărîmare; și de aceea, cînd vă va conveni, ne vom putea întoarce la prima problemă pe care am propus-o la început.

Salv. Domnia voastră vorbește foarte bine: dar lucrurile atît de variate care au fost examinate, ne-au răpit atîta timp, încît puțin timp ne va rămîne astăzi de folosit pentru a discuta argumentul nostru principal, care este plin de demonstrații geometrice, pentru a fi considerat cu atenție; de aceea cred că ar fi mai bine să amînăm discuția pe mîine, atît pentru ceea ce am spus, cît și fiindcă aș putea aduce cu mine cîteva foi, unde am notat în ordine teoremele și problemele în care se propun și demonstrează diversele teoreme ale acestui subiect, care poate nu mi-ar veni în minte în mod metodic.

Sagr. Mă alătur cu multă plăcere la această propunere, și cu atît mai bucuros cu cît, pentru a termina discuția de astăzi, voi avea timp să aud lămurirea anumitor îndoieli ce mi-au rămas privitor la subiectul pe care l-am tratat la urmă. Una din acestea este dacă trebuie să apreciem că rezistența mediului poate să fie suficientă ca să pună capăt accelerației corpurilor din materie foarte grea, de masă foarte mare, și de formă sferică; și zic *sferică* pentru a considera masa cuprinsă de o suprafață minimă și de aceea mai puțin supusă întîrzierii. O alta se referă la oscilațiile pendulelor, și aceasta are mai multe puncte; unul este, dacă toate, atît mari cît și mediocre cît și minime, au loc într-adevăr și exact în timpuri egale; iar un altul, care este raportul timpurilor mobilelor atîrnate de fire neegale, timpurile zic ale oscilațiilor lor.

Salv. Întrebările sînt frumoase, şi, după cum se întîmplă cu toate adevărurile, sînt sigur că fiind vorba de oricare din ele, vom deduce tot atîtea consecinţe adevărate şi curioase, încît nu ştiu dacă restul acestei zile ne va fi suficient pentru a le discuta pe toate.

Sagr. Dacă ele ar fi pe măsura celor discutate, aş prefera să jertfesc atîtea zile, nu atîtea ore cîte ne mai rămîn pînă la noapte; şi cred că dl Simplicio nu se va plictisi de atare argumente.

Simpl. Desigur că nu, şi mai ales cînd se tratează fenomene naturale despre care nu întîlnim opinii şi discuţii ale altor filozofi.

Salv. Să ne ocupăm aşadar de cea dintîi, afirmînd fără nici o îndoială, că un există sferă atît de mare, nici din materie atît de grea, încît rezistenţa mediului, oricît de subtil, să nu-i frîneze acceleraţia şi în continuarea mişcării să nu-o reducă la o mişcare uniformă, despre care putem avea argumente clare din însăşi experienţa.

Într-adevăr, dacă un mobil ce cade ar fi în stare, în continuarea mişcării sale, să cîştige orice grad de viteză, nici o viteză ce i s-ar da de un motor extern, nu ar putea fi atît de mare încît să o refuze şi să se dezbare de ea datorită rezistenţei mediului; şi astfel, un glonte de artilerie care ar fi căzut prin aer, de exemplu, patru coţi, şi ar fi cîştigat, de exemplu, zece grade de viteză, şi cu aceasta ar fi intrat în apă, dacă rezistenţa apei nu ar fi destul de mare pentru a interzice glontelui un astfel de impuls, el l-ar creşte sau cel puţin l-ar continua pînă la fund; ceea ce nu vedem că se întîmplă; dimpotrivă apa, chiar dacă nu ar fi mai adîncă decît de cîţiva coţi, îl împiedică şi îl slăbeşte în aşa fel, că va suferi o ciocnire foarte uşoară în albia rîului sau a lacului. Prin urmare, este evident că viteza de care apa l-a putut priva într-un drum atît de scurt nu-i va permite să o recîştige nici la o afunzime de o mie de coţi. Şi de ce i-ar permite să o cîştige într-o mie, pentru a i-o răpi

iarăşi în patru coţi? Dar ce să mai spun? nu vedem că impulsul imens al glontelui aruncat de un tun, este atît de frînat prin interpunerea cîtorva coţi de apă, încît fără să avarieze corabia abia ajunge să o ciocnească? Dar însuşi aerul deşi foarte uşor penetrabil, totuşi micşorează viteza mobilului în cădere, chiar dacă este foarte greu, după cum putem să înţelegem cu experienţe asemănătoare; pentru că dacă din vîrful unui turn foarte înalt vom trage în jos cu un glonte de archebuză*), acesta va face o gaură mai mică în pămînt, decît dacă am descărca archebuza, de la o înălţime de numai patru sau şase coţi; semn evident că impulsul cu care glontele a ieşit din ţeava descărcată în vîrful turnului, s-a micşorat în coborîrea prin aer. Aşadar, căderea de la o înălţime oricît de mare nu va fi suficientă pentru a-l face să cîştige acel impuls, de care-l privează rezistenţa aerului cînd deja i-a fost conferit într-un mod oarecare. La fel, spărtura pe care o va face într-un zid lovitura unui glonte de culevrină**) de la o distanţă de douăzeci de coţi, nu cred că ar face-o căzînd vertical de la o înălţime oricît de mare. De aceea, apreciez, că acceleraţia oricărui mobil natural ce porneşte din repaus are un sfîrşit şi că rezistenţa mediului îl reduce la o mişcare uniformă, în care se menţine apoi incontinuu.

Sagr. Într-adevăr, mi se pare că experienţele sînt foarte potrivite; nici nu rămîne altă obiecţie decît că adversarul ar putea să nege că ele s-ar putea verifica la mase foarte mari şi foarte grele şi că un glonte de artilerie venind din Lună sau chiar din regiunea cea mai de sus a aerului ar putea produce o lovitură mai mare decît cel ieşit din tun.

Salv. Nu rămîne nici o îndoială că se pot ridica multe obiecţii şi că nu totul se poate decide prin experienţă; totuşi, în această contradicţie, se pare că se poate considera un lucru, anume că este foarte verosimil ca corpul greu, căzînd de la o înălţime, să capete atîta impuls ajungînd la pămînt cît ar fi

*) Armă veche de foc care se purta pe umăr.
**) Tun vechi de mînă sau montat pe afet, lung şi subţire.

necesar să-l ridice la acea înălțime; aceasta se vede clar la un pendul foarte greu, care, deviat cu cincizeci sau șaizeci de grade de la verticală, cîștigă exact acea viteză și energie cît este suficient să-l împingă pînă la o înălțime egală, cu excepția unei cantități mici care i se ia de rezistența aerului. Pentru a ridica deci glontele de artilerie la o înălțime suficientă ca să cîștige atîta impuls cît e acela pe care i-l dă focul la ieșirea din tun, ar trebui să fie suficient să tragem vertical în sus cu același tun, observînd apoi dacă în recădere el ar face o lovitură egală cu lovitura făcută în apropierea ieșirii; care cred că de fapt nu va fi, în mare, atît de puternică; și de aceea, apreciez că viteza pe care o are glontele în apropierea ieșirii din tun, va fi din acelea pe care rezistența aerului nu va permite să o aibă niciodată în căderea naturală, pornind de la starea de repaus de la o înălțime oricît de mare.

Trec acum la alte probleme aparținînd pendulelor, subiect care multora li se pare foarte arid, și mai ales acelor filozofi care se ocupă în permanență cu chestiunile cele mai profunde ale lucrurilor naturale; totuși nu vreau să le disprețuiesc, însuflețit de însuși exemplul lui Aristotel, la care admir mai presus de toate că nu a lăsat, se poate spune, nici un subiect, demn întrucîtva de considerație, pe care să nu-l fi atins. Și acum, îndemnat de întrebările domniilor voastre, mă gîndesc că aș putea să vă împărtășesc vreo părere a mea asupra unor probleme aparținînd muzicii, subiect foarte nobil despre care au scris atîția oameni mari și însuși Aristotel, care despre ea tratează multe probleme curioase, astfel că dacă și eu voi trage din experiențe atît de ușoare și judicioase argumente pentru fenomene curioase în materie de sunete, pot spera că raționamentele mele vă vor fi plăcute.

Sagr. Nu numai plăcute dar din partea mea îndeosebi dorite în gradul cel mai mare, ca unul care, delectîndu-mă cu toate instrumentele muzicale și filozofînd mult asupra consonanței, am rămas totdeauna nedumerit și perplex de ce îmi

place şi mă desfată mai mult aceasta decît aceea şi că alta nu numai nu mă delectează, ci mă jenează în măsura cea mai mare. Apoi problema obişnuită a două coarde întinse la unison, cînd la un sunet al uneia, cealaltă vibrează şi intră în rezonanţă, mi se pare încă nerezolvată, după cum nu-mi sînt încă destul de clare formele consonanţelor şi alte particularităţi.

Salv. Vom vedea dacă din pendulele noastre se va putea scoate vreo rezolvare a tuturor acestor dificultăţi. Şi în ceea ce priveşte prima îndoială, care este dacă într-adevăr şi foarte precis acelaşi pendul execută toate oscilaţiile sale, maxime, mediocre şi minime în timpuri exact egale, mă refer la ceea ce am auzit deja de la Academicianul nostru, care demonstrează bine că mobilul ce coboară pe coarde subîntinse oricărui arc, le parcurge precis pe toate în timpuri egale, atît pe cea subîntinsă sub un arc de o sută optzeci de grade (adică întreg diametrul), cît şi pe cele subîntinse sub o sută, şaizeci, zece, două, o jumătate şi patru minute, înţelegînd că toate se termină în punctul cel mai de jos, ce atinge planul orizontal. În ceea ce priveşte apoi corpurile ce coboară pe arcele acelorași coarde ridicate deasupra orizontului şi care nu sînt mai mari de un sfert, adică de nouăzeci de grade, experienţa ne arată la fel că ele le parcurg în timpuri egale, dar mai scurte decît timpurile în care parcurg coardele; acest efect ne miră cu atît mai mult cu cît la prima impresie s-ar părea că ar trebui să se întîmple contrariul; deoarece, momentele iniţiale şi finale ale mişcării fiind comune şi linia dreaptă fiind cea mai scurtă cuprinsă între aceleaşi puncte, pare raţional ca mişcarea făcută pe ea să decurgă în timpul cel mai scurt; dar aceasta nu este aşa, ci timpul cel mai scurt, şi în consecinţă mişcarea cea mai rapidă, este aceea care are loc pe arcul a cărei coardă este această linie dreaptă. Iar în ceea ce priveşte raportul timpurilor de oscilaţie a mobilelor atîrnate de fire de lungimi diferite, aceste timpuri sînt în raportul rădăcinii pătrate a lungimilor firelor sau să zicem că lungimile sînt în raportul pătratelor timpurilor,

adică precum pătratele timpurilor; astfel că, voind, de exemplu, ca timpul unei oscilații a unui pendul să fie dublul timpului de oscilație a altuia, trebuie ca lungimea firului aceluia să fie de patru ori lungimea firului acestuia; și atunci, în timpul unei oscilații a aceluia, un altul va face trei, dacă firul lui va fi de nouă ori mai lung decît a celuilalt; de unde rezultă că lungimile firelor sînt între ele în raportul pătratelor numerelor de oscilații ce au loc în același timp.

Sagr. Așadar, dacă am înțeles bine, voi putea cunoaște imediat lungimea unui fir ce atîrnă de la o înălțime oricît de mare, deși capătul de sus al firului atîrnat mi-ar fi invizibil și aș vedea numai extremitatea lui de jos. Deoarece, dacă voi lega la partea de jos a firului o greutate foarte mare și voi face ca ea să oscileze încoace și încolo și un prieten să numere cîteva oscilații iar eu în același timp să număr de asemenea oscilațiile pe care le va face un alt mobil atîrnat de un fir de o lungime exact de un cot, din numărul de oscilații ale acestor două pendule, efectuate în același timp, voi găsi lungimea firului; astfel, de exemplu, să presupunem că în timp ce prietenul meu a numărat douăzeci de oscilații ale firului lung, eu am numărat două sute patruzeci ale firului meu, care are lungimea de un cot; luînd pătratele celor două numere, douăzeci și două sute patruzeci, care sînt 400 și 57 600, voi spune că firul lung conține 57 600 de măsuri din acelea din care firul meu conține 400 și deoarece firul are lungimea de un singur cot, voi împărți 57 600 cu 400, care ne dă 144; și voi spune că lungimea firului este de 144 de coți.

Salv. Nu vă veți înșela nici cu o palmă, mai ales dacă veți lua un număr mare de oscilații.

Sagr. Domnia voastră îmi dă adesea ocazia să admir bogăția și împreună cu ea marea dărnicie a naturii, întrucît din lucruri atît de comune, și să zicem chiar vulgare scoateți cunoștințe foarte curioase și noi, și uneori departe de orice imaginație. Am observat de mii de ori cu atenție în special oscila-

ţiile lămpilor atîrnate în unele biserici de funii foarte lungi puse în mişcare pe neobservate de cineva; dar ceea ce am dedus mai mult dintr-o astfel de observaţie, a fost improbabilitatea părerii acelora care vor ca astfel de mişcări să fie menţinute şi continuate de mediu, adică de aer, fiindcă mi se pare că aerul ar avea un motiv important, şi în acelaş timp puţin de lucru, să piardă ore şi ore în a împinge cu atîta regularitate încoace şi încolo o greutate ce atîrnă. Dar ca să aflu că acelaşi mobil, atîrnat de o sfoară avînd o lungime de o sută de coţi, îndepărtat din punctul cel mai de jos o dată cu nouăzeci de grade şi altă dată numai cu un grad şi jumătate, necesită tot atîta timp pentru a parcurge arcul minim ca şi pe cel maxim, sînt sigur că n-aş fi descoperit niciodată, fiindcă şi acum mi se pare imposibil. Acum aştept să aud că aceste foarte simple lucruri mărunte îmi prezintă atari argumente privitoare la problemele de muzică, încît să poată, cel puţin în parte, să-mi liniştească mintea.

Salv. Mai întîi de toate trebuie atrasă atenţia că orice pendul are timpul său de oscilaţie atît de limitat şi determinat, încît este imposibil să-l facem să se mişte cu o altă perioadă decît cea unică naturală a sa. Să luăm în mînă sfoara de care este atîrnată greutatea şi să încercăm să-i mărim sau să-i micşorăm frecvenţa oscilaţiilor după bunul plac; vom vedea că e trudă zadarnică; dar dimpotrivă printr-o simplă suflare asupra unui pendul oricît de greu şi în repaus îi vom da o mişcare, ba chiar o mişcare mare suflînd de repetate ori, dar la intervale potrivite cu oscilaţiile sale; căci dacă la prima suflare îl vom devia de la verticală cu o jumătate de deget, suflînd a doua oară după ce, întorcîndu-se spre noi, va începe a doua oscilaţie îi vom da o nouă mişcare, şi suflînd aşa succesiv, dar la timp, şi nu cînd pendulul vine spre noi (deoarece astfel am împiedica şi nu am ajuta mişcarea); şi continuînd, prin mai multe impulsuri îi vom da o astfel de impetuozitate, încît va fi necesară o putere mai mare decît a unui suflu pentru a-l opri.

Sagr. Din copilărie am observat că prin impulsuri date la timp un singur om face să sune un clopot foarte mare și voind apoi să-l oprească, atîrnîndu-se de funie alții patru sau cinci sînt ridicați toți în sus și nu pot toți împreună să-i oprească impetuozitatea pe care i-a dat-o unul singur trăgîndu-l cu regularitate.

Salv. Exemplu care exprimă gîndul meu nu mai puțin bine ca acela că această premisă a mea se potrivește la explicarea cauzei minunatei probleme a coardei țiterei sau a țambalului, care se pune în mișcare și dă sunete nu numai la aceea cu care este la unison ci și la octavă și la cvintă. Lovită, coarda începe și-și continue vibrațiile tot timpul cît se aude durînd rezonanța sa; aceste vibrații fac să vibreze și să tremure aerul din apropiere, ale cărui tremurături și încrețituri se împrăștie în întreg spațiul și ajung să lovească toate coardele aceluiași instrument și ale altora vecine; coarda care este întinsă la unison cu cea lovită, fiind dispusă să-și execute vibrațiile în același timp, începe la primul impuls să se miște puțin; adăugîndu-i-se al doilea, al treilea, al douăzecilea și alte multe și toate în timpuri potrivite și periodice, primește în sfîrșit aceeași tremurare ca și cea dintîi lovită și se vede foarte clar mărindu-și elongațiile pînă atinge amplitudinea celei care a pus-o în mișcare. Această ondulație care se împrăștie în aer, pune în mișcare și face să vibreze nu numai coardele, ci orice alt corp gata să tremure și să vibreze cu perioada coardei care îl face să vibreze; astfel că dacă plasăm pe marginea instrumentului diferite firicele de păr sau alte materii flexibile, vom vedea că, sunînd țambalul, se pune în mișcare cînd unul cînd altul din aceste corpuscule, după cum va fi lovită coarda ale cărei vibrații au loc cu aceeași perioadă; celelalte nu se vor mișca la sunetul acestei coarde, și nici acela nu va tremura la sunetul altei coarde. Dacă vom trage cu arcușul zdravăn pe o coardă groasă a unei viori, apropiind de ea un pahar de sticlă subțire și curat, cînd sunetul corzii va fi la unison cu sunetul paharului, acesta va

vibra și va suna intens. Apoi propagarea amplă a vibrației mediului în jurul corpului rezonator, se vede clar făcînd să sune paharul, în care se găsește apă, prin frecarea vîrfului degetului pe marginea paharului; fiindcă apa cuprinsă se vede ondulînd în mod foarte regulat; și mai bine se va vedea același efect fixînd piciorul paharului pe fundul unui vas foarte larg în care să fie apă pînă aproape de gura paharului, fiindcă la fel, făcîndu-l să sune prin frecarea cu degetul, se vor vedea încrețiturile foarte regulate ale apei, împrăștiindu-se cu mare viteză la o distanță mare în jurul paharului; și mi s-a întîmplat adeseori ca, făcînd să sune un pahar foarte mare și aproape plin cu apă, să văd undele apei formate foarte regulat și, întîmplîndu-se uneori ca tonul paharului să sară cu o octavă mai sus, în același moment am văzut că fiecare undă se divide în două; fenomen din care se conchide în mod foarte clar că forma octavei este dublă.

Sagr. Mie de asemenea mi s-a întîmplat același lucru de mai multe ori spre plăcerea și folosul meu; fiindcă mult timp am stat perplex în fața acestor forme ale consonanței, părîndumi-se că explicarea care s-a dat pînă acum de autorii care au scris în mod savant despre muzică nu este concludentă și suficientă. Ei spun că diapazonul, adică octava, este exprimată prin raportul doi pe unu, diapenta*), pe care noi o numim cvintă, prin raportul trei pe doi etc.; deoarece întinzînd o coardă pe un monocord, făcînd-o să sune întreagă și apoi la jumătate punînd o mică punte în mijloc, se aude octava iar dacă punem puntea la a treia parte din toată lungimea coardei, atingînd-o întreagă și apoi la două treimi, ne dă cvinta; de aceea ei spun că octava este cuprinsă între doi și unu iar cvinta între trei și doi. Această explicație, zic, nu mi se părea concludentă pentru a indica cu tot dreptul raportul doi pe unu și trei pe doi ca forme naturale ale diapazonului și ale diapentei; motivul

*) Interval de cvintă.

meu era următorul. În trei feluri putem ridica tonul unei coarde : primul este scurtînd-o ; al doilea întinzînd-o mai mult sau să zicem trăgînd-o ; şi al treilea subţiind-o. Menţinînd aceeaşi tensiune şi grosime a corzii, dacă voim să auzim octava trebuie să o scurtăm la jumătate, adică să o atingem întreagă şi apoi jumătate ; dacă însă, menţinînd aceeaşi lungime şi grosime, voim să ne dea octava întinzînd-o mai mult, nu mai este suficient să o întindem la dublu, ci va trebui să o întindem de patru ori mai mult, astfel că dacă mai întîi era trasă cu greutatea de o livră va trebui să atîrnăm patru pentru ca să o ridicăm la octavă ; în sfîrşit dacă, menţinînd aceeaşi lungime şi tensiune voim să avem o coardă care, fiind mai subţire, să ne dea octava, va fi necesar să aibă numai a patra parte din grosimea celei ce dă un ton mai jos. Şi ceeace spun despre octavă, anume că forma sa dedusă din tensiunea sau din grosimea corzii este în raportul pătratului lungimii, se aplică la toate celelalte intervale muzicale ; căci ceea ce ne dă lungimea prin raportul de trei pe doi, adică făcînd-o să sune întreagă şi apoi două treimi, voind să o scoatem prin tensiune sau grosime, trebuie să ridicăm la pătrat proporţia de trei pe doi, luînd raportul nouă pe patru, iar dacă coarda ce dă tonul de jos era întinsă cu o greutate de patru livre, la cea care dă tonul înalt trebuie să atîrnăm nu şase ci nouă, iar în ceea ce priveşte grosimea pentru a avea cvinta, trebuie să facem coarda ce dă tonul jos mai groasă decît cea care dă tonul înalt în raportul de nouă pe patru.

Avînd în vedere aceste experienţe exacte, nu mi se părea că există nici un motiv valabil din care să stabilească filozofii perspicaci, că forma octavei este mai degrabă dublul decît cvadruplul iar a cvintei mai degrabă trei pe doi decît nouă pe patru. Dar fiindcă este cu totul imposibilă, numărarea vibraţiilor unei coarde, care redînd vocea are frecvenţa foarte mare, aş fi stat întotdeauna la îndoială dacă este adevărat că coarda ce emite octava, mai înaltă, ar emite în acelaşi timp un număr dublu de vibraţii în raport cu cele ale corzii care emite sune-

tul mai jos, dacă undele care se menţin timp oricît de îndelungat, cînd facem să sune şi să vibreze paharul, nu mi-ar fi arătat în mod evident că în acelaşi moment cînd uneori auzim tonul trecînd la octavă, se văd născîndu-se alte unde mai mărunte care cu o precizie infinită împart în două pe fiecare dintre cele dintîi.

Salv. Aceasta este o observaţie foarte frumoasă pentru a distinge una cîte una undele născute din tremurarea corpului care produce sunetele, care apoi răspîndite în aer, fac să vibreze timpanul urechii noastre şi care în suflet devin sunet. Dar dacă observarea lor în apă nu durează decît atîta cît frecăm cu degetul, şi chiar în acest timp nu sînt permanente, ci continuu se produc şi dispar, nu ar fi frumos dacă s-ar putea produce cu multă precizie de acelea care să rămînă timp îndelungat, anume luni şi ani, astfel că ar fi posibil să le putem măsura şi număra uşor?

Sagr. Într-adevăr, eu aş aprecia foarte mult o astfel de invenţie.

Salv. Invenţia a fost întîmplătoare şi meritul meu este numai de a o fi observat şi de a-i fi dat importanţă şi de a o considera ca un subiect pentru o contemplare nobilă deşi prin ea însăşi este destul de obişnuită. Răzînd cu o daltă de fier ascuţită o placă de aramă pentru a-i înlătura oarecare pete, mişcînd deasupra ei dalta repede, am simţit o dată sau de două ori în timpul frecării un şuierat foarte intens şi clar; şi privind placa, văzui un şir lung de zgîrieturi subţiri, paralele între ele şi la intervale foarte egale distanţate de cealaltă. Începînd să răzuiesc din nou de mai multe ori, constatai că dalta lăsa zgîrieturi pe placă numai cu ocazia răzăturilor care şuierau; cînd însă frecarea avea loc fără şuierat, nu rămînea nici o urmă de astfel de zgîrieturi. Repetînd apoi alte dăţi această distracţie, frecînd o dată cu viteză mai mare altă dată cu una mai mică, şuieratul era cînd mai înalt cînd mai profund; şi observai că semnele sunetului mai înalt erau mai dese iar ale celui mai jos mai rare şi uneori chiar, cînd frecarea era făcută spre sfîrşit cu o viteză mai mare decît la început,

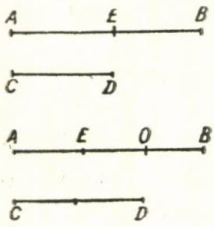
se auzea sunetul devenind mai înalt, iar zgîrieturile se vedeau îndesindu-se, dar întotdeauna imprimate cu o acurateţe extremă şi la distanţe absolut egale; în afară de aceasta, în cazul frecărilor şuierătoare simţeam tremurîndu-mi fierul în pumn şi trecînd prin mînă un anumit fior; şi în sfîrşit, se vede şi se simte că fierul face exact ceea ce facem noi cînd vorbim pe şoptite şi emitem apoi un sunet intens, anume că, respirînd fără să producem sunet, nu simţim că s-ar produce în gît şi în gură vreo mişcare, în comparaţie cu marea tremurare pe care o simţim în laringe şi în faringe vorbind, şi mai ales în sunetul jos şi intens. Uneori chiar am observat între coardele ţambalului două unisonuri la două şuierături produse prin frecarea în modul menţionat şi mai multe tonuri diferite, dintre care două aveau un interval de o cvintă perfectă; şi măsurînd apoi distanţele între zgîrieturile celor două frecări, se vedea că distanţa care cuprindea patruzeci şi cinci de spaţii ale uneia, conţinea treizeci ale celeilalte, care într-adevăr este forma ce se atribuie diapentei. Dar aici, înainte de a trece mai departe, vreau să vă avertizez că dintre cele trei moduri de a face un sunet mai înalt, acela pe care îl atribuiţi subţirimii corzii pe mai bună dreptate trebuie atribuit greutăţii. Într-adevăr, schimbarea produsă de grosime corespunde la corzi din aceeaşi materie; astfel o coardă de intestin de oaie pentru a produce octava trebuie să fie de patru ori mai groasă decît alta tot din intestin de oaie; iar una de aramă, mai groasă de patru ori decît una tot de aramă; dar dacă vreau să produc octava cu una din aramă faţă de una din intestin de oaie, nu trebuie să o facem de patru ori mai groasă ci de patru ori mai grea; astfel că în ce priveşte grosimea, aceasta de metal nu va fi de patru ori mai groasă, ci de patru ori mai grea, aşa că va fi de atîtea ori mai subţire decît cea din intestin de oaie corespunzătoare octavei mai înalte; de aici provine faptul că, punînd unui ţambal coarde de aur şi altuia coarde de aramă, dacă vor fi de aceeaşi lungime, grosime şi tensiune, deoarece aurul

este aproape de două ori mai greu, acordul va deveni aproape cu o cvintă mai jos. Şi aici se notează că vitezei mişcării îi rezistă mai mult greutatea mobilului decît grosimea lui, contrar celor pe care alţii le-ar judeca la prima vedere. Astfel mi se pare că, pe bună dreptate, ar trebui ca viteza să fie mai mult întîrziată de rezistenţa mediului deschis de un mobil gros şi uşor decît de unul greu şi subţire; totuşi în acest caz totul se întîmplă invers. Dar urmărind prima idee, zic că nu lungimea corzii, nici tensiunea, nici grosimea nu este cauza proximă şi imediată ale formelor intervalelor muzicale, ci raportul numărului de vibraţii şi de lovituri ale undelor de aer care ating timpanul urechii noastre, care şi el, de asemenea, tremură cu aceleaşi perioade. Fixînd acest lucru, vom putea întîmplător să stabilim o cauză raţională din care decurge că dintre aceste sunete de tonuri diferite, unele perechi sînt recepţionate de simţul nostru cu multă plăcere, altele cu mai puţină, iar altele ne produc o senzaţie foarte neplăcută; care constă în a arăta cauza consonanţelor mai mult sau mai puţin perfecte şi a disonanţelor. Neplăcerea acestora se naşte, cred eu, din pulsaţiile discordante a două tonuri diferite care lovesc în mod disproporţionat timpanul nostru, şi disonanţele vor fi insuportabile cînd timpurile de vibraţie vor fi incomensurabile; una din ele va fi aceea cînd dintre două coarde unisone una sună cu acea parte a celeilalte care este latura patratului diametrului său, disonanţă asemănătoare cu tritonul sau semidiapenta. Consonanţe, care ne delectează, vor fi acele perechi de sunete care vor lovi timpanul cu oarecare ordine; această ordine pretinde, mai întîi, ca loviturile făcute în acelaşi timp să fie comensurabile în număr, astfel încît cartilagiul timpanului să nu fie într-un chin perpetuu de a se mlădia în două feluri diferite pentru a consimţi şi a se supune la bătăi discordante; prin urmare, cea dintîi şi cea mai plăcută consonanţă va fi octava, deoarece pentru fiecare lovitură pe care o produce coarda care dă sunet jos asupra timpanului, cea care dă sunet

înalt ne dă două, astfel că amîndouă lovesc împreună într-una da şi în cealaltă nu, din vibraţiile coardei care emite tonul înalt, astfel că din întreg numărul de lovituri, jumătate se acordă să bată împreună; dar loviturile coardelor unisone ajung întotdeauna toate împreună şi de aceea fiind ca de la o singură coardă, produc consonanţă. Cvinta de asemenea este plăcută, deoarece pentru fiecare două vibraţii ale coardei care dă tonul de jos, cea care emite tonul înalt dă trei, de unde rezultă că, numărînd vibraţiile coardei care dă tonul înalt, a treia parte din ele se acordă ca să sune deodată, adică între oricare două concordante se interpun două solitare; iar în diatesseron*) se interpun trei. În secundă, adică în intervalul de şase pe opt, pentru fiecare nouă vibraţii una singură coincide să lovească cu o alta a corzii care emite tonul de jos; toate celelalte sînt discordante şi jenează timpanul, formînd o disonanţă.

Simpl. Aş dori să explicaţi mai clar această chestiune.

Salv. Fie linia AB lungimea şi dilatarea unei vibraţii a corzii ce emite tonul de jos iar linia CD a corzii care emite tonul de sus, care împreună cu cealaltă dă octava, şi să împărţim pe AB la mijloc în E: este evident că începînd coardele să se miste la capetele A, C, cînd vibraţia tonului înalt va ajunge la capătul D, cealaltă se va propaga numai pînă la mijlocul E, care, nefiind capăt al mişcării, nu loveşte ci devine lovitură numai în D. Înapoindu-se apoi vibraţia din D în C, cealaltă trece din E în B, de aceea cele două lovituri din B şi din C lovesc deodată timpanul; şi repetîndu-se succesiv vibraţiile asemănătoare se va conchide că, în mod alternativ, într-una da iar în cealaltă nu din vibraţiile C, D vom avea coincidenţa loviturilor cu cele din A, B. Dar vibraţiile capetelor sînt însoţite totdeauna de una şi întotdeauna aceeaşi din C, D: ceea ce este evident; de-



*) Intervalul de cvartă.

oarece, admiţînd că bătăile lui A, C coincid, trecînd A în B, C trece în D şi se întoarce în C, astfel că C bate deodată cu B; iar în timp ce B se întoarce în A, C trece prin D şi se întoarce în C, astfel că loviturile A, C coincid. Dar fie acum cele două vibraţii AB, CD care produc diapenta, ale căror timpuri sînt în raportul trei pe doi, şi să împărţim coarda AB care dă tonul de jos în trei părţi egale prin E, O şi să presupunem că vibraţiile încep în acelaşi moment de la capetele A, C. Este evident că în lovitura ce va avea loc la capătul D, vibraţia lui AB va ajunge numai în O; în consecinţă timpanul primeşte numai lovitura D; apoi la întoarcerea din D în C, cealaltă vibraţie trece din O în B şi se întoarece în O, făcînd pulsaţia în B, care de asemenea este singură şi în contratimp (fenomen care trebuie luat în considerare); fiindcă, presupunînd noi că primele pulsaţii au loc în acelaşi moment la capetele A, C, a doua, care a fost singură la capătul D, s-a produs în timpul trecerii CD, adică AO, dar următoarea, care se face în B, este distanţată de cealaltă numai prin timpul OB, care este jumătatea. Continuînd apoi întoarcerea de la O la A, în timp ce se trece din C în D au loc două vibraţii simultan în A şi D. Urmează apoi alte perioade asemănătoare acestora, adică cu interpunerea a două pulsaţii ale corzii ce dă tonul înalt desperecheate şi solitare şi una a corzii ce dă tonul de jos, de asemenea solitară şi intrepusă între cele două solitare ale corzii ce dă tonul înalt. Astfel că, dacă ne vom închipui timpul împărţit în momente, adică în părţi foarte mici egale; admiţînd că în primele două pulsaţii concordante ce au loc în A, C se trece în O, D şi se bate în D; că în momentele al treilea şi al patrulea se întoarce din D în C, bătînd în C, şi că din O se trece prin B şi se întoarce în O, bătîndu-se în B: şi că în sfîrşit în momentele al cincilea şi al şaselea din O şi C se trece în A şi D, bătînd în amîndouă; pulsaţiile se vor distribui în timpan într-o astfel de ordine, încît presupunînd pulsaţiile celor două coarde în acelaşi moment, două momente după aceea va primi o

lovitură solitară, în momentul al treilea iarăşi una solitară, în al patrulea iarăşi una solitară, şi două momente după aceea, adică în al şaselea, două deodată ; şi aici se termină perioada, şi, ca să zic aşa, anomalia, perioadă care apoi se va repeta de mai multe ori.

Sagr. Nu pot să mai tac ; trebuie să-mi exprim cu tărie plăcerea pe care o simt văzînd în mod atît de potrivit explicate cauzele efectelor care atîta timp m-au ţinut în întuneric şi orbire. Acum înţeleg pentru ce unisonul nu se deosebeşte de loc de o singură voce, înţeleg pentru ce octava este principala consonanţă, dar atît de asemănătoare cu unisonul, încît se ia ca unison şi se combină cu altele ; este asemenea cu unisonul, deoarece, pe cînd pulsaţiile coardelor unisone lovesc întotdeauna împreună, cele ale coardei ce emite tonul de jos al octavei sînt însoţite întotdeauna de ale celei care emite tonul de sus şi din acestea una se interpune solitară şi la intervale egale şi într-un anumit fel fără a produce vreo plăcere, din care cauză o astfel de consonanţă devine prea mult îndulcită şi fără brio. Cvinta însă, cu contratimpurile sale şi cu interpunerea între perechile a două pulsaţii unite cu a două solitare ale coardei ce dă tonul înalt şi a uneia iarăşi solitară a celei ce dă tonul de jos, şi acestea trei cu un interval de timp egal cu jumătatea aceluia care se găseşte între fiecare pereche şi solitarele celei care dă tonul de sus, produce o astfel de excitaţie a cartilagiului timpanului, încît moderînd dulceaţa cu un strop de acreală, pare că în acelaşi timp sărută în mod suav şi muşcă.

Salv. Deoarece domnia voastră gustă atît de mult aceste noutăţi, trebuie să-i arăt felul în care şi ochiul, nu numai auzul, se poate recrea văzînd aceleaşi distracţii pe care le simte auzul. Atîrnaţi bile de plumb, sau alte corpuri grele asemănătoare, de trei fire de lungimi diferite, dar în aşa fel încît în timpul în care cel mai lung efectuează două vibraţii, cel mai scurt să facă patru iar cel mijlociu trei, ceea ce se întîmplă cînd cel mai lung conţine şaisprezece palme sau alte unităţi, din care cel mijlociu conţine nouă şi cel mai mic patru ; şi scoţîndu-le toate

împreună din poziţia verticală şi apoi lăsîndu-le libere, se va vedea o învălmăşeală a acestor fire, cu întîlniri diferite, dar de aşa natură că la fiecare a patra vibraţie a celui mai lung toate trei vor ajunge la aceeaşi poziţie deodată şi de acolo apoi vor porni, repetînd din nou aceeaşi perioadă; care amestec de vibraţii este acela care, efectuat de coarde, dă auzului octava cu cvinta la mijloc. Dacă cu un dispozitiv asemănător vom potrivi lungimile altor fire, astfel ca vibraţiile lor să corespundă la alte intervale muzicale, dar consonante, vom vedea alte şi alte învălmăşeli, dar întotdeauna astfel, că în timpuri determinate şi după un număr determinat de vibraţii toate firele (fie trei sau patru) se acordă ca să ajungă în acelaşi timp la capătul vibraţiilor lor şi de aici să înceapă o altă perioadă asemănătoare. Dar dacă vibraţiile a două sau trei fire fie că sînt incomensurabile, în aşa fel încît niciodată nu se întorc ca să termine în mod concordant numere determinate de vibraţii, fie că deşi nefiind incomensurabile, se întorc după un timp îndelungat şi după un mare număr de vibraţii, atunci vederea se confundă în ordinea dezordonată a învălmăşelii neregulate şi auzul primeşte cu neplăcere loviturile dezordonate ale vibraţiilor aerului care în mod neregulat lovesc timpanul.

Dar domnii mei, unde ne-am lăsat antrenaţi timp de atîtea ore de probleme diferite şi de discuţii neprevăzute? S-a înserat şi din materia propusă am tratat foarte puţin sau nimic; ba încă ne-am abătut în aşa fel, încît abia îmi aduc aminte de prima introducere şi de acel mic început pe care l-am pus ca ipoteză şi fundament al demonstraţiilor noastre viitoare.

Sagr. Aşadar, ar fi bine ca pentru ziua de astăzi să punem capăt raţionamentelor noastre, dînd răgaz minţii să se odihnească în noaptea liniştită, pentru ca mîine apoi să se întoarcă (cînd va conveni domniei voastre) la discuţiile dorite şi care formau scopul nostru principal.

Salv. Nu voi întîrzia să fiu la aceeaşi oră ca şi astăzi pentru a sta la dispoziţia şi plăcerea dvs.

Sfîrşitul primei zile.

ZIUA A DOUA

Sagr. Aşteptam, împreună cu dl. Simplicio, sosirea domniei voastre şi în acelaşi timp ne reaminteam ultima discuţie, care, aproape ca un principiu şi presupunere a concluziilor pe care domnia voastră avea de gînd să ni le demonstreze, se referea la rezistenţa pe care o opun toate corpurile solide la rupere, depinzînd de liantul care ţine legate şi unite părţile, în aşa fel că ele nu cedează şi nu se separă decît datorită acţiunii unei atracţii puternice. Căutam apoi care poate fi cauza unei astfel de coerenţe, care în anumite corpuri solide este foarte puternică, ocupîndu-ne îndeosebi de cea a vidului, care a fost apoi cauza atîtor digresiuni încît ne-a preocupat toată ziua şi ne-a ţinut departe de problema propusă mai întîi, care, după cum am spus, era studierea rezistenţei solidelor la rupere.

Salv. Îmi reamintesc bine de toate. Şi reluînd acum firul început, admisă oricare ar fi ea, rezistenţa corpurilor solide la rupere ca o atracţie puternică, desigur ea se găseşte în ele; aceasta, deşi este foarte mare faţă de forţa care le întinde pe fir drept, se observă a fi mult mai mică cînd le forţăm transversal; astfel vedem, de exemplu, că o vergea de oţel sau de sticlă suportă în lungime o mie de livre, în timp ce înfiptă perpendicular într-un zid se rupe atîrnîndu-i numai cincizeci; despre această a doua rezistenţă, trebuie să vorbim căutînd în ce raport se găseşte ea în prisme şi în cilindri asemănători sau neasemănători ca formă, lungime şi grosime, formaţi din ace-

eaşi materie. În această speculaţie consider ca principiu cunoscut acela ce se demonstrează în mecanică relativ la proprietăţile pîrghiei, anume că la întrebuinţarea pîrghiei forţa este către rezistenţă în raport invers cu distanţele între punctul de sprijin şi forţă, respectiv rezistenţă.

Simpl. Acest lucru a fost demonstrat mai întîi de Aristotel în Mecanicile sale*).

Salv. Îi acordăm prioritatea în ceea ce priveşte timpul; cît priveşte însă rigurozitatea demonstraţiei, mi se pare că trebuie să-l preferăm cu mult pe Arhimede, de a cărui propoziţie demonstrată de el în Echilibrul suprafeţelor plane**), depind nu numai raţionamentele privitoare la pîrghie, ci la cea mai mare parte a celorlalte instrumente mecanice.

Sagr. Dar fiindcă acest principiu este baza a tot ceea ce voiţi să ne demonstraţi, ar fi foarte potrivit să ne daţi şi demonstraţia acestei presupuneri dacă ea nu durează prea mult, dîndu-ne o lămurire completă şi desăvîrşită.

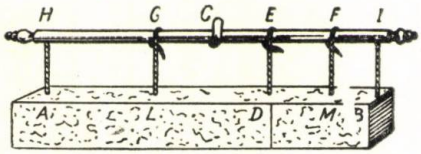
Salv. Pentru a face acest lucru, va fi mai bine ca eu să vă introduc pe o altă cale, întrucîtva diferită de a lui Arhimede, în cîmpul tuturor viitoarelor speculaţii şi nepresupunînd altceva decît că greutăţi egale situate în balanţă la distanţe egale îşi fac echilibru (principiu de asemenea presupus de Arhimede), voi demonstra apoi nu numai că greutăţi neegale îşi fac echilibru într-o balanţă cu braţe neegale potrivit proporţiei greutăţilor atîrnate în raport invers, ci că acelaşi lucru îl face cel care atîrnă greutăţi egale la distanţe egale, ca şi cel care aşază greutăţi neegale la distanţe invers proporţionale cu greutăţile.

---

*) Galilei se referă la problema din capitolul 15 care este următoarea: „De ce se rupe pe genunchi o bucată de lemn de aceeaşi lungime mai uşor dacă prindem capetele decît dacă o prindem imediat lîngă genunchi iar dacă este aşezată pe pămînt şi o apăsăm cu piciorul, mai uşor la distanţă mai mare a mîinii care rupe?".

**) Cartea lui Arhimede *Despre echilibrul suprafeţelor plane sau despre centrele de greutate* se ocupă cu echilibrul corpurilor solide şi cu centrele lor de greutate, stabilind legile pîrghiei şi dînd metode de determinare a centrelor de greutate. În ea pune bazele staticii corpurilor solide.

Pentru a demonstra în mod clar ceea ce spun, fie *AB* o prismă sau un cilindru solid, atîrnat la extremități de linia *HI* și susținut de două fire *HA*, *IB*; este evident, că dacă voi suspenda totul de firul *C*, așezat în mijlocul balanței *HI*, prisma *AB* va rămîne în echilibru, fiind jumătatea greutății sale de o parte și cealaltă de cealaltă parte a punctului de suspensie *C*, datorită principiului presupus de noi. Să presupunem acum că prisma este divizată în părți inegale de un plan ce trece prin linia *D* și fie partea *DA* mai mare iar partea *DB* mai mică; și pentru ca, făcînd o astfel de diviziune, părțile prismei să rămînă în aceeași stare și poziție față de linia *HI*, să adăugăm un fir *ED*, care, fixat în punctul *E*, să susțină părțile prismei *AD*, *DB*; este neîndoielnic că, nefăcîndu-se nici o schimbare locală în prismă față de balanța *HI*, ea va rămîne în aceeași stare de echilibru. Dar ea va rămîne în aceeași stare și dacă partea prismei care acum este atîrnată la cele două extremități cu firele *AH*, *DE* este atîrnată cu același fir *GL* situat la mijloc; și la fel cealaltă parte *DB* nu-și va schimba starea cînd este atîrnată la mijloc și susținută de firul *FM*; prin urmare, dezlegînd firele *HA*, *ED*, *IB*, și menținînd numai pe cele două *GL*, *FM*, echilibrul se va menține, păstrînd suspensiunea punctului *C*. Să considerăm acum că avem două greutăți *AD*, *DB*, atîrnate de capetele *G*, *F* ale unei pîrghii *GF*, care își ține echilibrul față de punctul *C*, astfel că distanța de la punctul de suspensie al greutății *AD* la punctul *C* este linia *CG* iar cealaltă parte *CF* este distanța la care este suspendată cealaltă greutate *DB*; rămîne așadar numai să demonstrăm, că aceste distanțe sînt între ele în raport invers cu greutățile, adică distanța *GC* este către *CF* precum prisma *DB* către prisma *DA*; ceea ce vom demonstra astfel. Deoarece linia *GE* este



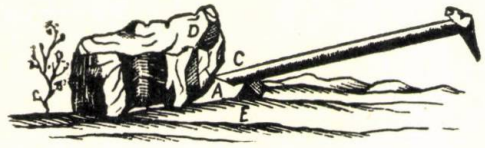
jumătatea lui *EH* iar *EF* jumătatea lui *EI*, întreaga *GF* va fi jumătatea lui *HI* şi deci egală cu *CI* : şi scăzînd partea comună *CF*, cea rămasă *GC* va fi egală cu cea rămasă *FI*, adică cu *FE* ; şi adăugînd *CE* comună, cele două *GE*, *CF* vor fi egale ; şi de aceea, după cum *GE* către *EF*, tot astfel *FC* către *CG* ; dar după cum *GE* către *EF*, la fel dublul către dublu, adică *HE* către *EI*, adică prisma *AD* către prisma *DB* ; în consecinţă, din egalitatea rapoartelor şi prin conversiune, după cum distanţa *GC* către *CF*, tot astfel greutatea *BD* către greutatea *DA* ; ceea ce voiam să vă demonstrez.

Înţelegînd cele de mai sus, cred că veţi admite că cele două prisme *AD*, *DB* îşi fac echilibru în punctul *C*, fiindcă jumătatea întregului solid *AB* se găseşte la dreapta punctului de suspensie *C* şi cealaltă jumătate la stînga şi astfel reprezintă două greutăţi egale situate la două distanţe egale. Că apoi cele două prisme *AD*, *DB*, reduse la două cuburi sau la două sfere sau la două alte forme oarecare (cu condiţia să se păstreze aceleaşi puncte de suspensie *G*, *F*), continuă a-şi face echilibru în punctul *C*, nu cred că cineva s-ar putea îndoi, fiind lucru prea evident că formele nu-şi schimbă greutatea acolo unde rămîne aceeaşi cantitate de materie. De aici putem scoate concluzia generală, că două greutăţi, oricare ar fi ele, se echilibrează la distanţe invers proporţionale cu greutăţile lor.

Fiind deci stabilit acest principiu, înainte de a trece mai departe, vom avea în vedere că aceste forţe, rezistenţe, momente, forme etc, pot fi considerate în mod abstract şi separate de materie şi pe de altă parte în concret şi unite cu materia*) ; şi în acest fel accidentele care vor conveni figurilor considerate ca imateriale, vor suferi oarecare modificări în timp ce le vom ataşa materia şi în consecinţă greutatea. De

*) Parcurgînd şi textul de mai jos, se înţelege că este vorba de două cazuri : 1) se consideră sistemul schematic, deci greutatea proprie nu este luată în consideraţie ; 2) se ţine seama şi de greutatea proprie a sistemului, aşa cum este în realitate.

exemplu, dacă vom considera o pîrghie, cum ar fi BA, care sprijinită pe suportul E, va fi întrebuințată la ridicarea pietrei grele D, este evident, în baza principiului demonstrat, că forța aplicată la extremitatea B va fi suficientă, pentru a învinge rezistența greutății D, dacă momentul său are către momentul D același raport pe care-l are distanța AC către distanța CB; și acest lucru este adevărat dacă nu luăm în considerare alte momente decît cele ale forței simple din B și ale rezistenței din D, ca și cînd pîrghia însăși ar fi imaterială și fără greutate; dacă însă vom ține seama și de greutatea însăși a pîrghiei, care uneori va fi din lemn și alteori din fier, este evident că adăugarea la forța din B a greutății pîrghiei, va schimba proporția, pe care va trebui să o exprimăm în alți termeni. De aceea, înainte de a trece mai departe, este necesar să convenim a face distincție între aceste două moduri de a considera, numind *comportament absolut* acela cînd considerăm instrumentul luat în abstract, adică separat de greutatea materiei sale; iar în cazul cînd unim cu formele simple și absolute materia, împreună cu greutatea, vom numi formele unite cu materia *moment* sau *forță compusă*.



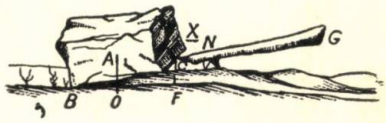
Sagr. Trebuie să mă abat de la intenția pe care o aveam de a nu da ocazie la digresiuni; dar nu aș putea să-mi concentrez atenția asupra celor rămase, dacă nu mi-aș înlătura un scrupul care s-a ivit; și este acesta: mi se pare că domnia voastră compară forța din B cu greutatea totală a pietrei D, o parte din greutatea căreia, și poate cea mai mare, se sprijină pe planul orizontal; astfel că ...

Salv. Am înțeles bine. Nu mai adăugați nimic; ci să aveți numai în vedere că eu nu am considerat greutatea totală a pietrei, ci am vorbit de momentul pe care îl ține și-l exercită

BIBLIOTECA ACADEMIEI

asupra punctului A, capătul extrem al pîrghiei BA, care este întotdeauna mai mic decît greutatea întreagă a pietrei și variază cu forma pietrei și după cum ea este ridicată mai mult sau mai puțin.

Sagr. Sînt mulțumit; dar mai am o dorință, și anume că, pentru cunoașterea completă să mi se demonstreze modul, dacă el există, de a putea cerceta care parte din greutatea totală este aceea care este susținută de planul menționat și care aceea care apasă asupra extremității A a pîrghiei.



Salv. Deoarece pot să vă satisfac cu puține cuvinte dorința, nu voi întîrzia să vă servesc. De aceea, făcînd o mică figură, considerați corpul al cărui centru de greutate să fie A, sprijinit pe suprafața orizontală cu capătul B, și pe celălalt să fie susținut cu îmblăciul CG, deasupra sprijinului N, de o forță aplicată în G; din centrul A și din capătul C, să cadă, perpendicular pe orizontală, dreptele AO, CF; zic că momentul greutății întregi către momentul forței din G este în raportul compus al distanței GN către distanța NC și a lui FB către BO. Fie după cum linia FB către BO, tot așa NC către X; și fiind toată greutatea A susținută de două forțe aplicate în B și C, forța B către C este precum distanța FO către OB; și compunînd, cele două forțe B, C împreună, adică momentul total al greutății A, către forța în C este precum linia FB către BO, adică precum NC către X; dar momentul forței în C către momentul forței în G este precum distanța GN către NC; așadar, prin perturbare, greutatea întreagă A către momentul forței în G este precum GN către X. Dar raportul lui GN către X este compus din raportul lui GN către NC și al lui NC către X, adică al lui FB către BO; prin urmare, greutatea A către forța din G care o susține este în raportul compus al lui GN către NC și al lui FB către BO; ceea ce trebuia demonstrat.

Prop. I. Întorcîndu-ne acum la prima noastră problemă, după ce am înțeles toate lucrurile discutate pînă acum, nu va fi greu să înțelegem cauza pentru care o prismă sau un cilindru solid, de sticlă, oțel, lemn sau altă materie fragilă, care suspendată în lungime va susține o greutate foarte mare atîrnată de el, dar transversal (după cum spuneam puțin mai înainte) uneori poate fi ruptă de o greutate mai mică după cum lungimea sa va fi mai mare decît grosimea. Într-adevăr, să ne închipuim prisma solidă *ABCD*, înfiptă într-un zid de partea *AB*, iar la extremitatea cealaltă să presupunem forța greutății *E* (presupunînd întotdeauna că zidul este ridicat vertical iar prisma sau cilindrul înfipte în zid sub unghi drept); este evident că, trebuind să se rupă, aceasta se va întîmpla în locul *B*, unde marginea zidului servește ca suport iar *BC* ca parte a pîrghiei unde se aplică forța; și grosimea solidului *BA* este cealaltă parte a pîrghiei, în care este așezată rezistența, care constă în delimitarea pe care trebuie să o facem între partea solidului *BD*, care este înafara zidului, de aceea care se găsește în interior; și în urma celor discutate, momentul forței aplicate în *C* are către momentul rezistenței, care constă în grosimea prismei, adică în legătura bazei *BA* cu vecina sa, același raport ca lungimea *CB* către jumătatea *BA*; și de aceea, rezistența absolută la rupere a prismei *BD* (care rezistență absolută este aceea care se opune întinderii lungime, fiindcă atunci este egală mișcarea celui care mișcă cu cea a celui mișcat) față de rezistența la rupere cu ajutorul pîrghiei *BC*, are același raport ca lungimea *BC* către jumătatea lui *AB* din prismă,

care în cilindru este semidiametrul bazei sale. Fie aceasta prima noastră propoziţie. Şi notaţi că ceea ce spun trebuie înţeles, abstracţie făcînd de greutatea proprie a solidului *BD*, pe care l-am considerat fără greutate; dacă însă voim să luăm în considerare greutatea sa unind-o cu greutatea *E*, la greutatea *E* trebuie să adăugăm jumătatea greutăţii solidului *BD*; astfel că fiind, de exemplu, greutatea lui *BD* de două livre iar greutatea lui *E* de zece livre, trebuie să considerăm greutatea *E* ca şi cînd ar avea unsprezece.

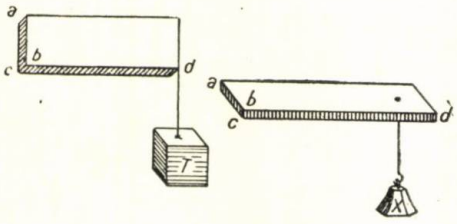
Simpl. Şi de ce nu ca şi cînd ar avea douăsprezece?

Salv. Greutatea *E*, dragul meu domn Simplicio, atîrnată de capătul *C*, apasă, în ceea ce priveşte pîrghia *BC*, cu întregul său moment de zece livre; unde dacă ar fi atîrnată numai *BD*, ar acţiona cu întregul moment de două livre; dar, după cum vedeţi, solidul este distribuit pe toată lungimea *BC* în mod uniform, din care cauză părţile sale apropiate de extremitatea *B* îngreunează mai puţin decît cele îndepărtate; astfel că, în sfîrşit, compensîndu-se unele cu celelalte, greutatea întregii prisme se reduce la acţionarea sub centrul său de greutate, care corespunde jumătăţii pîrghiei *BC*; dar o greutate ce atîrnă de extremitatea *C* are un moment de două ori mai mare decît acela pe care l-ar avea atîrnînd la mijloc; de aceea, jumătatea greutăţii prismei trebuie adăugată la greutatea *E* în timp ce ne servim de momentul ambelor, ca fiind atîrnate la capătul *C*.

Simpl. Am înţeles foarte bine; şi mai mult, dacă nu mă înşel, mi se pare că forţa ambelor greutăţi *BD* şi *E*, luate astfel, ar avea acelaşi moment ca şi cînd toată greutatea lui *BD* cu dublul lui *E* ar fi atîrnată în mijlocul pîrghiei *BC*.

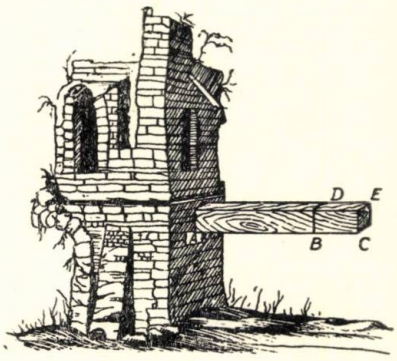
Prop. II. Salv. Desigur aşa este şi să reţinem aceasta. Acum putem înţelege imediat, cum şi în ce raport rezistă mai mult o vergea, sau să zicem o prismă mai lată decît groasă, la rupere, aplicîndu-i forţă după lăţime, decît după grosime. Pentru a înţelege aceasta, să ne imaginăm o riglă *a d*, a cărei

lățime să fie *a c* iar grosimea, foarte mică, *c b*; să vedem pentru ce, voind să o rupem după grosime, ca în prima figură, va rezista greutății mari *T*; așezînd-o însă pe lat, ca în figura a doua, nu va rezista greutății *X*, mai mică decît *T*. Aceasta este evident, dacă înțelegem că sprijinul este o dată sub linia *b c* și altă dată sub *c a* iar distanțele dintre forțe sînt atît într-un caz cît și în celălalt egale, adică lungimea *b d*; în primul caz însă distanța rezistenței la punctul de sprijin, care este jumătatea liniei *c a*, este mai mare decît distanța în celălalt caz, care este jumătatea lui *b c*; de aceea forța greutății *T* trebuie să fie cu atît mai mare decît *X* cu cît este mai mare jumătatea lățimii *c a* decît jumătatea grosimii *b c*, servindu-ne aceea ca contrapîrghie a lui *c a* iar aceasta a lui *c b*, pentru a învinge aceeași rezistență, care este mulțimea fibrelor întregii baze *a b*. Prin urmare conchidem că aceeași riglă sau prismă mai lată decît groasă rezistă mai mult la ruperea după grosime decît după lățime, în raportul lățimii față de grosime.



Prop. III. Să trecem acum să cercetăm în ce raport crește momentul propriei greutăți față de rezistența proprie la rupere a unei prisme sau cilindru, în timp ce, fiind așezată orizontal, se lungește; acest moment găsesc că crește în raportul pătratului alungirii. Pentru a demonstra acest lucru, să ne închipuim prisma sau cilindrul *AD* înfiptă solid în zid cu extremitatea *A* și în poziție orizontală; să presupunem că se lungește pînă în *E*, adăugîndu-i-se partea *BE*. Este evident că alungirea pîrghiei *AB* pînă în *C* crește prin ea însăși, adică luată în mod absolut, momentul forței apăsătoare împotriva rezistenței la rupere în *A* în raportul lui *CA* către *BA*; dar în afară de aceasta, greutatea solidului *BE* adăugată greutății so-

lidului AB măreşte momentul greutăţii apăsătoare în raportul prismei AE către prisma AB, raport care este egal cu al lungimii AC către AB; aşadar, este evident că, unind cele două creşteri, a lungimii şi a greutăţii, momentul compus al ambelor este în raportul pătratului fiecăreia. De aici conchidem că momentele forţelor prismelor şi cilindrilor de grosimi egale, dar de lungimi neegale, sînt între ele în raportul pătratului lungimilor lor, adică sînt ca pătratele lungimilor.

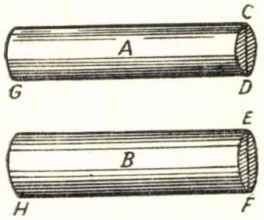


Vom arăta acum, în al doilea rînd, în ce raport creşte rezistenţa la rupere în prisme şi cilindri, în timp ce rămîn de aceeaşi lungime iar grosimea creşte. Zic că:

> *Prop. IV.* În prisme şi cilindri de lungimi egale, dar de grosimi neegale, rezistenţa la rupere creşte în raportul cubului diametrelor grosimilor lor, adică al bazelor lor.

Fie A, B cei doi cilindri; DG, FH lungimile lor egale; bazele neegale, cercurile al căror diametre fie CD, EF; zic că rezistenţa la rupere a cilindrului B către rezistenţa la rupere a cilindrului A este în raportul triplu al diametrului FE către diametrul DC. Într-adevăr, dacă considerăm rezistenţa la rupere absolută şi simplă care rezidă în baze, adică în cercurile EF, DC, forţîndu-i prin întindere în lungime, nu încape îndoială că rezistenţa cilindrului B este cu atît mai mare decît a cilindrului A cu cît cercul EF este mai mare decît CD, deoarece cu atît sînt mai multe fibrele, filamentele sau părţile tenace, care ţin unite părţile solidului. Dacă însă considerăm

că pentru a acționa transversal ne servim de două pîrghii, ale căror părți sau distanțe la care se aplică forțele sînt liniile *DG*, *FH*, punctele de sprijin sînt în punctele *D*, *F* iar celelalte părți sau distanțe unde sînt aplicate rezistențele sînt semidiametrele cercurilor *DC*, *EF*, fiindcă filamentele distribuite pe toate suprafețele cercurilor sînt ca și cînd toate s-ar reduce în centre; considerînd, zic, astfel de pîrghii, vom înțelege că rezistența în centrul bazei *EF* împotriva forței din *H* este cu atît mai mare decît rezistența bazei *CD* împotriva forței situate în *G* (și forțele din *G* și *H* ale pîrghiilor sînt egale cu *DG*, *FH*), cu cît semidiametrul *FE* este mai mare decît semidiametrul *DC*. Prin urmare, rezistența la rupere a cilindrului *B* crește față de rezistența cilindrului *A* după amîndouă rapoartele cercurilor *EF*, *DC* și a semidiametrelor lor, sau să zicem a diametrelor; dar raportul cercurilor este dublu decît al pătratelor diametrelor; așadar, raportul rezistențelor, care se compune din ele, este precum cuburile diametrelor; ceea ce trebuia demonstrat. Dar fiindcă și cuburile sînt în raportul cuburilor laturilor lor, la fel putem conchide, că rezistențele cilindrilor de lungimi egale sînt între ele precum cuburile diametrelor lor.



Corolar. Din cele demonstrate se mai poate conchide că rezistențele prismelor și cilindrilor egali în lungime sînt în raportul puterii trei pe doi a cilindrilor.Ceea ce este evident; fiindcă prismele și cilindrii de înălțimi egale sînt între ei în același raport ca bazele lor, adică în raportul pătratului laturilor sau diametrelor bazelor; dar rezistențele (după cum s-a demonstrat) sînt în raportul cuburilor laturilor sau diametrelor; așadar, raportul rezistențelor este ca al puterilor trei pe doi a raportului solidelor și în consecință a greutăților acestor solide.

Simpl. Este necesar ca, înainte de a trece mai departe, să mi se înlăture o anumită dificultate. Aceasta este că pînă acum nu am auzit să se fi luat în considerare un alt fel de rezistenţă, care mi se pare că se micşorează în solide după cum ele sînt din ce în ce mai mult alungite, şi nu numai în întrebuinţarea transversală, ci şi în lungime; în acest fel în care vedem că o coardă foarte lungă este cu mult mai puţin potrivită să suporte o greutate mai mare decît dacă ar fi fost scurtă; de aceea cred că o vergea de lemn sau de fier va putea să suporte o greutate mai mare dacă va fi scurtă decît dacă va fi foarte lungă; înţelegînd întotdeauna că este folosită în lungime şi nu transversal şi luînd în considerare şi propria sa greutate, care în cea mai lungă este mai mare.

Salv. Mi se pare d-le Simplicio că în această privinţă, ca şi mulţi alţii, vă înşelaţi dacă am înţeles bine gîndul dvs., anume dacă voiţi să spuneţi că o funie lungă, de exemplu, de patruzeci de coţi nu poate suporta o greutate atît de mare ca atunci cînd ar avea un cot sau doi lungime.

Simpl. Aceasta am voit să spun şi deocamdată propoziţia mi se pare foarte probabilă.

Salv. Eu însă o consider chiar falsă, nu numai improbabilă; şi cred că vă voi putea scoate foarte uşor din eroare. De aceea să presupunem această funie AB atîrnată la capătul de sus A, iar la celălalt fie greutatea C, a cărui forţă trebuie să rupă funia; arătaţi-mi d-le Simplicio, locul precis în care trebuie să se întîmple ruptura.

Simpl. Fie în locul D.

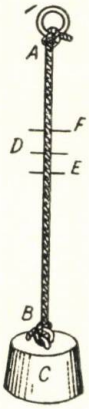
Salv. Vă întreb care este cauza ruperii în D.

Simpl. Cauza acesteia este că funia în acel loc nu este în stare să suporte, de exemplu, o greutate de o sută de livre cît face partea DB împreună cu piatra C.

Salv. Prin urmare, ori de cîte ori o astfel de funie ar fi forţată în partea D de o greutate de o sută de livre, ea s-ar rupe acolo.

Simpl. Aşa cred.

Salv. Dar spuneţi-mi acum : dacă am atîrna aceeaşi greutate nu la capătul B al funiei ci aproape de punctul D, cum ar fi în E, sau am lega funia nu la înălţimea A, ci mai aproape şi deasupra aceluiaşi punct D, cum ar fi în F, spuneţi-mi, zic, dacă punctul D ar simţi aceeaşi greutate de o sută de livre.



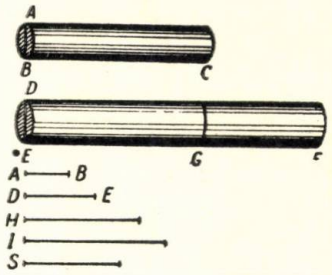
Simpl. Ar simţi-o, adăugînd însă bucata de funie EB la piatra C.

Salv. Prin urmare, dacă funia în punctul D este trasă de aceeaşi greutate de o sută de livre, după părerea dvs. se va rupe ; dar FE este o bucăţică a lungimii AB ; prin urmare, cum puteţi să mai spuneţi că funia lungă este mai slabă decît cea scurtă ? Fiţi deci mulţumit că aţi fost scos dintr-o eroare în care au căzut mulţi alţii, de altfel foarte inteligenţi ; şi să mergem mai departe. După ce am demonstrat că momentele prismelor şi cilindrilor cresc proporţional cu pătratele lungimilor lor (menţinînd însă întotdeauna aceeaşi grosime) ; şi la fel, rezistenţele celor de lungimi egale, dar de grosimi diferite, cresc proporţional cu cuburile laturilor sau diametrelor bazelor lor, să trecem să căutăm ce se întîmplă cu solidele ce au în acelaşi timp lungimi şi grosimi diferite. La aceasta observ că :

> *Prop. V.* Rezistenţele la rupere ale prismelor şi cilindrilor de lungimi şi grosimi diferite sînt în raportul compus din raportul cuburilor diametrelor bazelor şi din raportul lungimilor lor luate invers.

Să considerăm doi cilindri ABC, DEF ; zic, că rezistenţa cilindrului AC către rezistenţa cilindrului DF se găseşte în raportul compus din raportul cubului diametrului AB către cubul diametrului DE şi din raportul lungimii EF către lungimea BC. Să punem EG egală cu BC şi fie H a treia propor-

ţională a liniilor AB, DE iar I a patra proporţională a lor şi după cum este EF către BC, tot astfel fie I către S. Şi deoarece rezistenţa cilindrului AC este către rezistenţa cilindrului DG precum cubul lui AB către cubul lui DE, adică precum linia AB către linia I şi rezistenţa cilindrului DG către rezistenţa cilindrului DF este precum lungimea FE către EG, adică precum linia I către S; aşadar, rapoartele fiind egale, precum rezistenţa cilindrului AC către rezistenţa cilindrului DF, tot astfel linia AB către S; dar linia AB către S se găseşte în raportul compus al lui AB către I şi al lui I către S: prin urmare, rezistenţa cilindrului AC către rezistenţa cilindrului DF este în raportul compus al lui AB către I, adică al cubului lui AB către cubul lui DE şi al raportului liniei I către S, adică al lungimii EF către lungimea BC; ceea ce trebuia demonstrat.

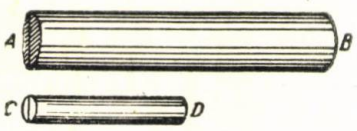


După ce am demonstrat această propoziţie, să vedem ce se întîmplă cu cilindrii şi prismele asemenea; referitor la aceasta vom demonstra că:

> *Prop. VI.* La cilindrii şi prismele asemenea, momentele compuse, adică rezultate din greutăţile şi lungimile lor, luate drept pîrghii, sînt între ele în raportul puterii trei pe doi a rezistenţelor bazelor lor.

Pentru a demonstra aceasta, să notăm cei doi cilindri asemenea AB, CD; zic că momentul cilindrului AB, necesar învingerii rezistenţei bazei sale B, către momentul lui CD, necesar învingerii rezistenţei bazei sale D, este în raportul puterii trei pe doi al rezistenţei bazei B către rezistenţa bazei D. Şi fiindcă momentele solidelor AB, CD pentru a învinge

rezistențele bazelor lor B, D, sînt compuse din greutățile lor și din forțele pîrghiilor lor, iar forța pîrghiei AB este egală cu forța pîrghiei CD (și aceasta fiindcă lungimea AB către semidiametrul bazei B este în același raport, datorită asemănării cilindrilor, ca și lungimea CD către semidiametrul bazei D), rezultă că momentul total al cilindrului AB către momentul total al cilindrului CD este precum greutatea cilindrului AB către greutatea cilindrului CD, adică precum cilindrul AB către cilindrul CD; dar aceștia sînt în raportul cuburilor diametrelor bazelor lor B, D; iar rezistențele acelorași baze, fiind între ele precum bazele, sînt, în consecință, în raportul pătratelor diametrelor; așadar, momentele cilindrilor sînt în raportul puterii trei pe doi a rezistențelor bazelor lor.



Simpl. Această propoziție pentru mine nu este numai nouă, ci și neașteptată și la prima vedere destul de îndepărtată de ideea pe care mi-am făcut-o mai înainte; într-adevăr, aceste figuri fiind întrutotul asemenea, aș fi crezut cu tărie că și momentele lor ar fi fost în același raport ca și rezistențele lor.

Sagr. Aceasta este demonstrația propoziției despre care am spus la începutul discuțiilor noastre că mi se pare neclară.

Salv. Ceea ce i se întîmplă acum d-lui Simplicio, mi s-a întîmplat cîtva timp și mie, crezînd că rezistențele solidelor asemenea sînt asemenea, pînă cînd o anumită observație, încă nu destul de fixă sau precisă, părea că-mi arată că solidele asemenea nu au același conținut în ceea ce privește robustețea lor, ci cele mai mari sînt mai puțin capabile să suporte întîlniri violente, după cum oamenii mari se lovesc mai tare în cădere decît copiii mici; și după cum spuneam la început, căzînd de la aceeași înălțime, vedem că se sparge în bucăți o traversă mare sau o coloană, dar nu un leat sau un cilindru

mic de marmură. Această observație mi-a dat ideea să cercetez ceea ce vă demonstrez acum; proprietate într-adevăr admirabilă, deoarece dintre infinitele forme de solide asemenea între ele, nu există două ale căror momente să fie în același raport cu propriile lor rezistențe.

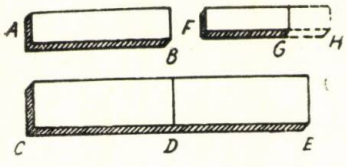
Simpl. Îmi vine acum în minte o chestiune discutată de Aristotel în Probleme de Mecanică, în timp ce voia să explice cauza pentru care lemnele, cu cît sînt mai lungi, cu atît sînt mai slabe și se îndoiesc mai mult, deși cele mai scurte sînt mai subțiri, și cele mai lungi mai groase; și dacă-mi reamintesc bine, reduce cauza la pîrghia simplă.

Salv. Este foarte adevărat; și fiindcă soluția nu pare a înlătura complet îndoiala, domnul de Guevara, care, într-adevăr, prin comentariile sale savante a îmbogățit și lămurit mult acea operă, se extinde asupra altor speculații ingenioase pentru a dezlega toate dificultățile, rămînînd însă și el nedumerit asupra acestui punct dacă mărind în același raport lungimile și grosimile unor atari corpuri solide, își mențin aceeași robustețe și rezistență la rupere și la îndoire. Eu, după ce am meditat mult, am găsit în această materie ceea ce vă voi expune în următoarele. Mai întîi voi demonstra că:

> *Prop. VII.* Dintre prismele și cilindrii la fel de grei, unul singur este acela care se reduce (îngreunat de propria greutate) la starea limită între a se rupe și a se menține întreg: astfel că oricare mai mare, nefiind în stare să reziste la propria greutate, se va rupe; și oricare mai mic rezistă la oricare forță ce i se aplică pentru a-l rupe.

Fie prisma grea AB redusă la lungimea sa maximă de tenacitate, astfel că dacă ar fi numai cu puțin lungită s-ar rupe: zic că aceasta este unica dintre toate cele asemenea cu ea (al căror număr este infinit) care este capabilă să fie adusă într-o astfel de stare limită, astfel că oricare mai mare,

îngreunată de propria sa greutate, se va rupe, iar oricare mai mică nu, ci dimpotrivă va putea rezista la o oarecare forță îngreunătoare, peste aceea a propriei sale greutăți. Fie mai întîi prisma CE asemenea și mai mare decît AB; zic că aceasta nu poate rezista, ci se rupe, învinsă de propria sa greutate.



Fie partea CD de lungime egală cu AB; și fiindcă rezistența lui CD este către a lui AB precum cubul grosimii lui CD către cubul grosimii lui AB, adică precum prisma CE către prisma AB (fiind asemenea), rezultă că greutatea lui CE este cea mai mare ce poate fi susținută de lungimea prismei CD; dar lungimea CE este mai mare; deci prisma CE se va rupe. Dar fie FG mai mică; se va demonstra la fel (punînd FH egală cu BA), că rezistența lui FG către a lui AB este precum prisma FG către prisma AB, dacă distanța AB, adică FH, ar fi egală cu FG; dar este mai mare; așadar, momentul prismei FG aplicat în G nu este suficient să rupă prisma FG.

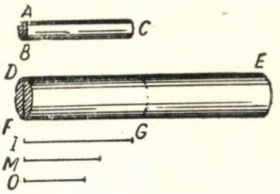
Sagr. Foarte clara și scurta demonstrație conchizînd asupra adevărului și necesității unei propoziții care, la prima vedere, pare foarte îndepărtată de adevăr. Ar trebui deci să schimbăm foarte mult raportul dintre lungimea și grosimea prismei mai mari, îngroșînd-o sau scurtînd-o, în așa fel ca să o reducem la starea limită între a se susține și a se rupe; căutarea unei astfel de stări cred că ar putea fi tot atît de ingenioasă.

Salv. Ba chiar foarte avantajoasă și de asemenea foarte dificilă; eu știu că m-a costat nu puțin timp pentru a o găsi și acum vreau să v-o comunic.

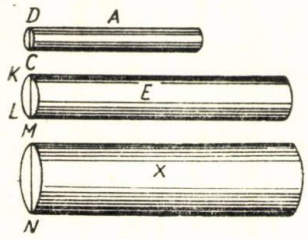
Prop. VIII. Fiind dat așadar un cilindru sau o prismă de lungimea maximă la care nu se rupe sub propria sa greutate și fiind dată o lun-

gime mai mare, să găsim grosimea unui alt cilindru sau prismă care la lungimea dată să fie unicul şi maximul rezistent la propria sa greutate.

Fie cilindrul *BC* maximul rezistent la propria sa greutate şi fie *DE* o lungime mai mare decît *AC*; să găsim grosimea cilindrului care la lungimea *DE* să fie maximul rezistent la propria sa greutate. Fie *I* a treia proporţională între lungimile *DE*, *AC*, şi după cum *DE* către *I*, astfel să fie diametrul *FD* către diametrul *BA* şi să formăm cilindrul *FE*; zic că acesta este maximul şi unicul, între toţi cilindrii asemenea lui, rezistent la propria greutate. Fie *M* a treia proporţionala şi *O* a patra proporţională între liniile *DE*, *I* şi să punem *FG* egală cu *AC*; şi fiindcă diametrul *FD* către diametrul *AB* este precum linia *DE* către *I* iar *O* este a patra proporţională între *DE*, *I*, cubul lui *FD* va fi către cubul lui *BA* precum *DE* către *O*; dar după cum este cubul lui *FD* către cubul lui *BA*, tot aşa este rezistenţa cilindrului *DG* către rezistenţa cilindrului *BC*; prin urmare, rezistenţa cilindrului *DG* către a cilindrului *BC* este precum linia *DE* către *O*. Şi fiindcă momentul cilindrului *BC* este egal cu rezistenţa sa, dacă se va demonstra că momentul cilindrului *FE* către momentul cilindrului *BC* este precum rezistenţa *DF* către rezistenţa *BA*, adică precum cubul lui *FD* către cubul lui *BA*, adică precum linia *DE* către *O*, ne vom atinge scopul, adică momentul cilindrului *FE* este egal cu rezistenţa din *FD*. Momentul cilindrului *FE* către momentul cilindrului *DG* este precum pătratul lui *DE* către pătratul lui *AC*, adică precum linia *DE* către *I*; dar momentul cilindrului *DG* către momentul cilindrului *BC* este precum pătratul lui *DF* către pătratul lui *BA*, adică precum pătratul lui *DE* către pătratul lui *I*, adică precum pătratul



lui I către pătratul lui M, adică precum I către O; deci rapoartele fiind egale, după cum este momentul cilindrului FE către momentul cilindrului BC, tot astfel este linia DE către O, adică cubul lui DF către cubul lui BA, adică rezistența bazei DF către rezistența bazei BA; ceea ce am căutat.



Sagr. Aceasta, d-le Salviati, este o demonstrație lungă și foarte greu de ținut minte dacă o auzim o singură dată; de aceea aș dori să binevoiți a o repeta.

Salv. Voi face ceea ce îmi cereți; dar poate ar fi mai bine să vă dau una mai expeditivă și mai scurtă; va trebui însă să facem o figură întrucîtva diferită.

Sagr. Îmi veți face un serviciu și mai mare; iar pe cea făcută vă rog a mi-o da scrisă, pentru a o putea studia din nou în deplină liniște.

Salv. Nu voi întîrzia să vă servesc. Să considerăm acum un cilindru A al cărui diametru al bazei să fie linia DC și fie A limita sa maximă de susținere; să găsim unul mai mare decît acesta care de asemenea să fie maximul și unicul ce se poate susține. Să luăm unul asemănător cu A și avînd lungimea liniei desemnate și fie aceasta, de exemplu E al cărui diametru al bazei să fie KL și fie MN a treia proporțională între liniile DC, KL, care să fie diametrul bazei cilindrului X, de lungime egală cu E; zic că X este ceea ce căutăm. Și fiindcă rezistența lui DC este către rezistența lui KL precum pătratul DC către pătratul lui KL, adică precum pătratul lui KL către pătratul lui MN, adică precum cilindrul E către cilindrul X, adică precum momentul lui E către momentul lui X; dar rezistența KL către MN este precum cubul lui KL către cubul lui MN, adică precum cubul lui DC către cubul lui KL, adică precum cilindrul A către cilindru E, adică

precum momentul lui A către momentul lui E; deci prin *analogie perturbată*, după cum rezistența lui DC către cea a lui MN, la fel momentul lui A către momentul lui X; așadar, prisma X are același moment și aceeași rezistență ca și prisma A.

Dar să enunțăm problema mai generală; și propoziția să fie aceasta:

> Fiind dat cilindrul AC, oricare ar fi raportul momentului său față de rezistența sa, și fiind dată o lungime oarecare DE, să găsim grosimea cilindrului, a cărui lungime să fie DE iar raportul dintre momentul său către rezistența sa să fie egal cu acela al momentului cilindrului AC către rezistența sa.

Reluînd figura de mai sus și procedînd aproape analog vom spune: deoarece momentul cilindrului FE către momentul părții DG are același raport ca pătratul lui ED către pătratul lui FG, adică precum linia DE către I; și momentul cilindrului FG către momentul cilindrului AC este ca pătratul lui FD către pătratul lui AB, adică precum pătratul lui DE către pătratul lui I adică precum pătratul lui I către pătratul lui M, adică precum linia I către O; prin urmare *ex aequali**) momentul cilindrului FE are, către momentul cilindrului AC, același raport ca linia DE către O, adică precum cubul lui DE către cubul lui I, adică precum cubul lui FD către cubul lui AB, adică precum rezistența bazei FD către rezistența bazei AB; ceea ce trebuia făcut.

---

*) prin egalitate. Euclid în *Elemente*, cartea V, definiția 17, spune: „Există raport prin egalitate între mai multe mărimi date și altele în număr egal cu ele, care luate cîte două sînt și în același raport, cînd, după cum întîia către ultima din primele mărimi, tot așa întîia către ultima din mărimile celei de a doua; sau altfel, cînd se iau termenii extremi cu omisiunea celor intermediari".

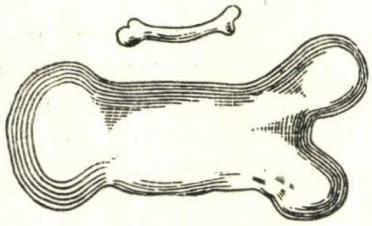
Sensul acestei definiții este următorul: fiind date două serii de mărimi proporționale $a_1, a_2, \ldots, a_n$ și $b_1, b_2, \ldots, b_n$, astfel că $a_1 : b_1 = a_2 : b_2 = \ldots = a_n : b_n$, obținem o proporție prin egalitate scriind $a_1 : a_n = b_1 : b_n$. Fie ca exemplu numerele 12, 6, 4 și 6, 3, 2.

Vedeți acum că din cele demonstrate clar pînă acum rezultă imposibilitatea nu numai a artei, dar și însăși a naturii, de a putea mări mecanismele la dimensiuni imense; astfel că ar fi imposibil să construim corăbii, palate sau temple foarte mari, ale căror vîsle, catarge, traverse, lanțuri de fier și, în sfîrșit, celelalte părți ale lor, să reziste; după cum nici natura nu ar putea face arbori de dimensiuni prea mari, deoarece ramurile lor, grevate de propria greutate, la urmă s-ar rupe; și la fel ar fi imposibil să se structureze oase pentru oameni, cai sau alte animale, care să poată subzista și să-și îndeplinească în mod proporțional funcțiunile, mărind aceste animale la dimensiuni imense, fără a întrebuința o materie cu mult mai dură și rezistentă decît cea obișnuită, sau fără a deforma oasele lor, îngroșîndu-le neproporțional, astfel că forma și aspectul animalului să devină apoi monstruos de mari; ceea ce probabil a fost observat de ingeniosul meu poet, cînd descriind un gigant zicea *):

Nu se poate arăta cît este de lung.

Atît de nemăsurat de gros este.

Ca un mic exemplu de ceea ce spun, am desenat forma unui os alungit numai de trei ori și îngroșat într-o astfel de



proporție încît să poată face pentru animalul mare funcția proporțională cu a osului celui mai mic pentru un animal mai mic, iar figurile sînt acestea; unde se vede forma disproporționată pe care o capătă osul mărit. Astfel că este evident, că cine ar vrea să mențină într-un uriaș, proporțiile pe care le au membrele pentru un om obișnuit, ar trebui sau să găsească o materie cu mult mai dură și mai rezistentă, ca să facă din ea oasele, sau să admită că robustețea lui este proporțional cu mult

*) Ariosto, *Orlando furioso*, cîntul XVII, strofa 30, șirul 1—2.

mai mică ca la oamenii de statură mijlocie; altfel, crescîndu-le în mod nemăsurat înălțimea, s-ar vedea, în urma greutății proprii, prăbușindu-se și căzînd. Dar dimpotrivă, se vede că micșorînd corpurile, forțele nu scad în aceeași proporție, ci în cele mici crește rezistența în proporție mai mare; de aceea cred că un cîine mic ar putea duce în spate doi sau trei cîini la fel de mari ca el, dar nu cred că un cal ar putea duce în spate nici măcar un cal de mărime egală cu el.

Simpl. Dar dacă este așa, masele imense pe care le vedem la pești îmi dau ocazie să mă îndoiesc; astfel balena, care după cît știu, este mare cît zece elefanți; și totuși se menține.

Salv. Îndoiala dvs., d-le Simplicio, mă face să observ o condiție pe care mai înainte nu am sesizat-o, care de asemenea face posibil ca giganții și alte animale mari să se poată menține și să se miște tot așa ca și cele mici; aceasta ar avea loc nu numai cînd s-ar întări oasele și celelalte părți, a căror funcție este să susțină greutatea proprie; ci, păstrînd structura oaselor în aceleași proporții, în același fel, ba chiar cu mai multă ușurință s-ar menține aceleași structuri dacă în același raport s-ar micșora greutatea substanței oaselor și a cărnii sau a celorlalte ce se sprijină de oase. Natura s-a prevalat de acest al doilea artificiu la pești, făcîndu-le oasele și carnea nu numai foarte ușoare, ci chiar fără vreo greutate.

Simpl. Văd bine, d-le Salviati, încotro tind argumentele dvs.; vreți să spuneți că, deoarece locuința peștilor este apa, care prin densitatea sa, sau, cum spun alții, prin greutatea sa, scade greutatea corpurilor care sînt cufundate în ea, din această cauză materia peștilor, neavînd greutate, poate fi susținută fără greutate de oasele lor. Dar aceasta nu este suficient; deoarece chiar dacă restul substanței peștilor nu este greu, fără îndoială este grea materia oaselor lor. Și cine ne va spune că o coastă de balenă, mare cît o grindă, nu este destul de grea și în apă nu merge la fund? Prin urmare, acestea nu ar putea să se mențină într-o masă atît de mare.

Salv. Dumneavoastră aduceți un contraargument ingenios; ca răspuns la îndoiala dvs., spuneți-mi dacă ați observat peștii stînd sub apă nemișcați, cînd le place lor, fără să se coboare la fund sau să se ridice la suprafață fără să facă vreun efort înotînd?

Simpl. Aceasta este o observație foarte clară.

Salv. Facultatea peștilor de a se opri imobili în mijlocul apei este un argument foarte concludent că, compoziția corpului lor egalează greutatea specifică a apei; astfel că dacă în ei se găsesc oarecare părți mai grele decît apa, în mod necesar trebuie să fie altele mai ușoare pentru a putea să restabilească echilibrul. Prin urmare, dacă oasele sînt mai grele, în mod necesar carnea, sau alte materii care există, trebuie să fie mai ușoare, și acestea se vor opune prin ușurința lor la greutatea oaselor; în acest fel la acvatice se întîmplă contrar cu ceea ce se întîmplă la animalele terestre, anume că în acestea oasele au rolul de a susține greutatea proprie și a cărnii iar în acelea carnea susține greutatea proprie și a oaselor. De aceea, să nu ne mai mirăm că în apă pot exista animale foarte mari*), dar nu pe pămînt, adică în aer.

Simpl. Sînt satisfăcut; și mai observ că acelea pe care noi le numim animale terestre cu mult mai potrivit ar trebui să le numim aeriene, fiindcă trăiesc în realitate în aer, sînt înconjurate de aer și respiră aer.

Sagr. Îmi place raționamentul d-lui Simplicio, cu îndoiala și soluția sa; și mai mult, înțeleg foarte ușor că unul din acești pești nemăsurat de mari, tras pe uscat, probabil că nu s-ar putea menține multă vreme, ci că, relaxîndu-se legăturile oaselor, masa sa s-ar turti.

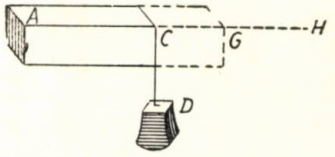
Salv. În acest moment înclin să cred același lucru; și nici nu sînt departe să cred că același lucru s-ar întîmpla cu o corabie foarte mare, care, plutind pe mare, nu se desface în urma

*) Privitor la această afirmație, Descartes scrie: „Considerația sa că peștii pot fi cu mult mai mari decît animalele terestre nu este rea".

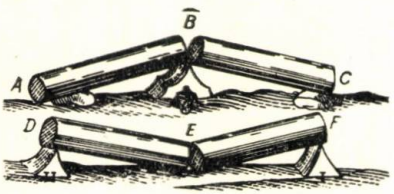
greutății și a încărcării atîtor mărfuri și armamente, în timp ce pe uscat și înconjurată de aer probabil s-ar desmembra. Dar să urmărim subiectul nostru și să demonstrăm că :

> Fiind dată o prismă sau un cilindru cu greutatea sa și greutatea maximă susținută de el, se poate găsi lungimea maximă peste care prelungit s-ar rupe numai sub propria sa greutate.

Fie dată prisma grea AC și, de asemenea, greutatea D maximă ce poate fi susținută la extremitatea C : să găsim lungimea maximă pînă la care poate fi alungită prisma considerată fără a se rupe. Să facem ca, după cum greutatea prismei AC către suma greutăților AC cu dublul greutății lui D, tot astfel lungimea CA către AH, între care media proporțională să fie AG; zic că AG este lungimea căutată. Deoarece momentul împovărător al greutății D în C este egal cu momentul greutății duble a lui D care ar fi aplicată la mijlocul lui AC, unde se găsește și centrul momentului prismei AC ; prin urmare, momentul rezistenței prismei AC, care acționează în A, este echivalent cu dublul greutății D împreună cu greutatea AC, atîrnate însă în mijlocul lui AC. Și fiindcă am făcut ca după cum momentul greutăților menționate astfel situate, adică a dublului lui D împreună cu AC, către momentul lui AC, tot astfel HA către AC, media cărora este AG, deci momentul dublului lui D cu momentul lui AC către momentul lui AC este precum pătratul lui GA către pătratul lui AC; dar momentul apăsător al prismei GA către momentul lui AC este precum pătratul lui GA către pătratul lui AC; așa dar lungimea AG este cea mai mare căutată, adică aceea pînă la care alungindu-se prisma AC s-ar susține iar mai departe s-ar rupe.



Pînă acum am considerat momentele şi rezistenţele prismelor şi cilindrilor solizi, una din extremităţile cărora să fie presupusă imobilă şi numai în cealaltă să fie aplicată forţa unei greutăţi, considerată singură sau însoţită de greutatea aceluiaşi solid sau numai greutatea solidului; să discutăm acum puţin asupra acestor prisme şi cilindri cînd sînt susţinute la ambele extremităţi sau sînt fixate printr-un singur punct aşezat între extremităţi. Zic mai întîi că cilindrul care împovărat de propria sa greutate va fi redus la lungimea maximă, peste care nu s-ar mai putea susţine, fie că este sprijinit la mijloc de un singur suport, fie de două la extremităţi, va putea fi de două ori mai lung decît ar fi cînd este fixat în zid, adică sprijinit la un singur capăt. Aceasta este evident prin sine însuşi; căci dacă ne vom imagina că într-un cilindru pe care îl notez cu ABC, jumătatea sa AB este lungimea maximă în stare să fie susţinut cînd este fixat la capătul B, la fel se va susţine dacă, aşezat pe suportul G, va fi contraapăsat de cealaltă jumătate a sa BC. La fel, dacă lungimea cilindrului DEF va fi astfel încît numai jumătatea sa va putea fi susţinută la capătul D şi în consecinţă cealaltă EF fixată la capătul F, este evident că punînd supoartele H, I sub extremităţile D, F orice moment adăugat de o forţă sau greutate în E, aici se va produce ruptura.



Cazul care pretinde o speculaţie mai subtilă este acela cînd, făcînd abstracţie de greutatea proprie a acestor solide, ne-am propune să cercetăm dacă forţa sau greutatea care, aplicată la mijlocul unui cilindru susţinut la extremităţi, ar fi suficientă să-l rupă, ar produce acelaşi efect aplicată în orice alt loc, mai apropiat de una sau de cealaltă extremitate; de exemplu, dacă voim să rupem un ciomag, prinzîndu-l cu mîinile de extremităţi şi aplicînd genunchiul la mijloc, aceeaşi

forţă care ar fi suficientă pentru a-l rupe în acest fel, ar fi deajuns şi în cazul cînd genunchiul nu ar fi aplicat la mijloc, ci mai aproape de una din cele două extremităţi.

Sagr. Mi se pare că chestiunea a fost atinsă de Aristotel în Probleme de Mecanică.

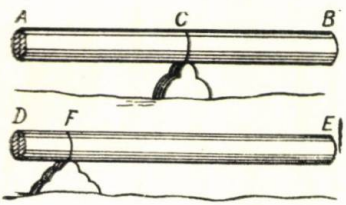
Salv. Întrebarea lui Aristotel nu este exact aceeaşi, fiindcă el nu caută altceva decît să-şi dea seama pentru ce se cere mai puţină osteneală cînd căutăm să-l rupem ţinînd mîinile la extremitatea lemnului, adică destul de departe de genunchi, decît dacă le-am ţine aproape; şi ne dă o explicaţie generală, reducînd cauza la pîrghii mai lungi cînd îndepărtăm braţele apucînd extremităţile. Întrebarea noastră adaugă ceva în plus, căutînd dacă, punînd genunchiul în mijloc sau în alt loc şi ţinînd mîinile întotdeauna la extremităţi, aceeaşi forţă este necesară în toate cazurile.

Sagr. La întîia privire s-ar părea că este aşa, dat fiind că cele două pîrghii păstrează într-un anumit mod acelaşi moment, deoarece, pe cît se scurtează una, pe atît se alungeşte cealaltă.

Salv. Acum vedeţi ce uşor te poţi înşela şi cu cîtă grijă şi precauţie trebuie să procedăm ca să nu greşim. Ceea ce spuneţi şi ceea ce într-adevăr la prima vedere este atît de verosimil, privit mai de aproape este cît se poate de fals, deoarece cînd punem genunchiul, care este sprijinul celor două pîrghii, fie la mijloc fie în alt loc, diferenţa este atît de mare, încît din forţa care ar fi suficientă pentru a o rupe la mijloc, voind să o aplicăm în alt loc, uneori nu va fi de ajuns să aplicăm una nici de patru ori, nici de zece ,nici de o sută, nici de o mie de ori mai mare. Vom face oarecare consideraţii generale asupra acestei chestiuni, şi apoi vom trece la determinarea specifică a propoziţiei potrivit căreia variază forţele pentru a rupe mai uşor într-un punct decît în altul.

Să desenăm mai întîi lemnul AB ce trebuie rupt la mijloc deasupra suportului C şi apoi să-l desenăm din nou, dar sub

literele *DE*, și să fie rupt deasupra suportului *F*, depărtat de mijloc. Mai întîi, este evident că distanțele *AC*, *CD* fiind egale, forța se va distribui în mod egal la extremitățile *B*, *A*. Apoi, fiindcă distanța *DF* se micșorează față de distanța *AC*, momentul forței aplicată în *D* scade față de momentul din *A*, adică situat la distanța *CA* și scade în raportul liniei *DF* către *AC* și în consecință trebuie să-l mărim pentru a echilibra sau întrece rezistența lui *F*; dar distanța *DF* poate fi micșorată la infinit față de distanța *AC*; prin urmare, trebuie să putem mări la infinit forța de aplicat în *D* pentru a echilibra rezistența din *F*. Dar dimpotrivă, după cum crește distanța *FE* față de *CB*, trebuie să micșorăm forța în *E* pentru a echilibra rezistența în *F*; dar distanța *FE* nu poate crește la infinit față de *CB* prin deplasarea suportului *F* față de capătul *D*, nici măcar cu dublul; prin urmare, forța din *E* necesară să echilibreze rezistența în *F* va fi întotdeauna mai mare decît jumătatea forței din *B*. Așadar, înțelegem necesitatea de a mări momentele sumei forțelor din *E*, *D* la infinit pentru a echilibra sau învinge rezistența situată în *F*, după cum suportul *F* se va apropia de extremitatea *D*.



Sagr. Ce să spunem, d-le Simplicio? că nu trebuie să recunoaștem că geometria este instrumentul cel mai puternic pentru a-ți ascuți mintea și a o face capabilă să discute și să raționeze perfect? și că avea mare dreptate Platon cînd pretindea de la elevii lui să cunoască bine matematicile? Eu înțelesesem foarte bine proprietatea pîrghiei și cum crescîndu-se sau micșorîndu-se lungimea ei, creștea sau se micșora momentul forței și al rezistenței; și cu toate acestea, la rezolvarea problemei de față mă înșelam și nu cu puțin ci infinit de mult.

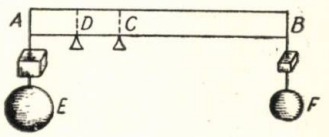
Simpl. Într-adevăr, încep să înțeleg că logica, deși este un instrument foarte potrivit pentru a dirija raționamentul, totuși, în ce privește stimularea la invenție, nu se poate compara cu geometria.

Sagr. Mie mi se pare că logica ne învață că cunoaștem dacă raționamentele și demonstrațiile deja făcute și găsite procedează în mod concludent; dar că ea ne învață să găsim raționamentele și demonstrațiile concludente, aceasta într-adevăr nu cred. Ar fi însă mai bine ca dl. Salviati să ne arate în ce proporție cresc momentele forțelor pentru a întrece rezistența lemnului potrivit locurilor diferite în care se rupe.

Salv. Proporția pe care o căutați este următoarea:

> Dacă de-a lungul unui cilindru se notează două locuri deasupra cărora vrem ca cilindrul să se rupă, rezistențele celor două locuri menționate sînt între ele în același raport ca dreptunghiurile formate din distanțele acestor locuri luate invers.

Fie A, B forțele minime necesare să rupă în C, și E, F la fel cele minime pentru a rupe în D: zic că forțele A, B au către forțele E, F același raport pe care-l are dreptunghiul ADB către dreptunghiul ACB. Într-adevăr, forțele A, B sînt către forțele E, F în raportul compus al forțelor A, B către forța B, a forței B către F și a lui F către F, E; dar după cum sînt forțele A, B către forța B, tot astfel este lungimea BA către AC; și după cum este forța B către F, la fel este linia DN către BC; și precum este forța F către F, E, tot așa este linia DA către AB; prin urmare, forțele A, B către forțele E, F sînt în raportul compus al celor trei, adică al dreptei BA către AC, al lui DB către BC, și al lui DA către AB. Dar raportul lui DA către AC se compune din al lui DA către AB și al lui AB

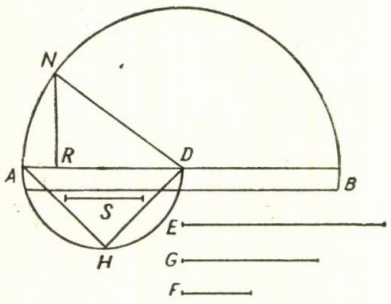


către AC; deci forțele A, B sînt către forțele E, F în raportul compus al lui DA către AC și al lui DB către BC. Dar dreptunghiul ADB este către dreptunghiul ACB în raportul compus al aceloraşi DA către AC și DB către BC; aşadar, forțele A, B sînt către E, F precum dreptunghiul ADB către dreptunghiul ACB; aceasta înseamnă că rezistența la rupere în C este către rezistența la rupere în D în acelaşi raport ca dreptunghiul ADB către dreptunghiul ACB; ceea ce trebuia demonstrat.

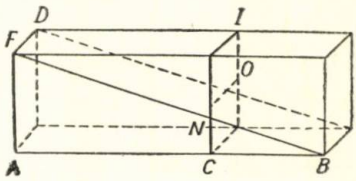
Ca urmare a acestei teoreme putem rezolva o problemă foarte curioasă și anume:

> Fiind dată greutatea maximă aplicată la mijlocul unui cilindru sau prismă, unde rezistența este minimă, și fiind dată o greutate mai mare decît aceasta, să găsim în cilindrul menționat punctul în care greutatea mai mare dată să acționeze ca greutate maximă.

Greutatea dată, mai mare decît greutatea maximă aplicată în mijlocul cilindrului AB, să aibă către cea maximă acelaşi raport ca linia E către F: să găsim punctul din cilindru în care greutatea dată să acționeze ca greutate maximă. Fie G media proporțională între E, F și după cum E către G, tot astfel AD către S; S va fi mai mică decît AD. Fie AD diametrul semicercului AHD, în care să punem AH egală cu S, și să se unească HD și de la ea să se taie DR egală cu ea: zic că punctul R este cel căutat, în care greutatea dată, mai mare decît cea maximă aplicată în mijlocul cilindrului D, ar acționa ca greutate maximă. Pe lungimea BA să se construiască semicercul ANB, și să se ridice perpendiculara RN și să se unească ND;



deoarece pătratele NR, RD sînt egale cu pătratul lui ND, adică cu pătratul lui AD, adică cu cele două AH, HD, iar HD este egal cu pătratul lui DR, prin urmare, pătratul lui NR, adică dreptunghiul ARB, va fi egal cu pătratul lui AH, adică cu pătratul lui S; dar pătratul lui S este către pătratul lui AD precum F către E, adică precum greutatea maximă aplicată în D către greutatea mai mare dată; aşadar greutatea mai mare va acţiona în R ca greutate maximă ce poate fi susţinută acolo; ceea ce se căuta.



Sagr. Înţeleg foarte bine: şi consider că, prisma AB fiind tot mai tare şi mai rezistentă la presiune în părţile care se îndepărtează din ce în ce mai mult de mijloc, în grinzile foarte mari şi grele se poate tăia o parte destul de mare de la extremităţi, cu o importantă micşorare a greutăţii, ceea ce în traversele camerelor mari ar fi comod şi de mare folos. Şi ar fi interesant să găsim ce formă ar trebui să aibă un astfel de solid care în toate părţile sale să fie la fel de rezistent, astfel încît să nu poată fi mai uşor rupt de o greutate ce l-ar apăsa la mijloc decît în oricare altă parte.

Salv. Eram gata să vă spun un lucru foarte important şi plin de consecinţe în această privinţă. Fac o figură pentru a fi mai clar. Fie DB o prismă, a cărei rezistenţă la rupere la extremitatea AD de către o forţă apăsătoare la capătul B este cu atît mai mică decît rezistenţa ce s-ar găsi în locul CI, cu cît lungimea CB este mai mică decît BA, după cum s-a demonstrat. Să presupunem acum aceeaşi prismă tăiată diagonal după linia FB, astfel că feţele opuse să fie două triunghiuri, unul din care, cel dinspre noi, este FAB; un astfel de solid capătă o proprietate contrară prismei, anume că rezistă cu atît mai puţin la rupere deasupra capătului C decît deasupra lui A de către forţa aplicată în B cu cît lungimea CB este mai

mică decît BA. Ceea ce vom demonstra ușor : deoarece, presupunînd secțiunea CNO paralelă cu AFD, linia FA către CN în triunghiul FAB va avea același raport ca linia AB către BC; și de aceea dacă vom presupune că în punctele A, C se găsesc suporturile a două pîrghii, ale căror distanțe sînt BA, AF, BC, CN, acestea vor fi asemenea ; de aceea, momentul forței aplicată în B cu distanța BA are către rezistența aplicată la distanța AF același raport pe care-l va avea forța în B cu distanța BC către aceeași rezistență aplicată la distanța CN; dar rezistența ce trebuie învinsă în punctul C, situată la distanța CN, de către forța în B, este cu atît mai mică decît rezistența în A, cu cît dreptunghiul CO este mai mic decît dreptunghiul AD, adică cu cît linia CN este mai mică decît AF, adică CB decît BA ; prin urmare, rezistența la rupere a părții OCB în C este cu atît mai mică decît rezistența la rupere a întregului DAB în A, cu cît lungimea CB este mai mică decît AB. Am îndepărtat așadar din cilindrul sau prisma DB o parte, adică jumătate, tăind-o diagonal și am lăsat pana sau prisma triunghiulară FBA ; acestea sînt două solide cu proprietăți contrarii, adică acelea rezistă cu atît mai mult cu cît se scurtează, iar acesta cu cît se scurtează cu atît este mai puțin rezistent. Acestea fiind cunoscute, pare rațional, ba chiar necesar, că dacă putem face o tăietură prin care să se îndepărteze ceea ce este de prisos, să rămînă un solid de o atare formă ca toate părțile sale să fie la fel de rezistente.

Simpl. Este într-adevăr necesar ca atunci cînd se trece de la mai mare la mai mic să se întîlnească între ele egalul.

Sagr. Chestiunea este acuma să găsim modul cum trebuie să mînuim ferăstrăul pentru a executa această tăietură.

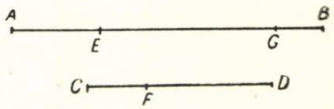
Simpl. Aceasta mi se pare că ar fi un lucru foarte ușor ; pentrucă, dacă prin tăierea prismei diagonal, îndepărtîndu-i jumătatea, figura ce rămîne are proprietate contrară cu a prismei întregi, astfel că în toate locurile în care aceasta cîștiga în robustețe, cealaltă pierdea tot atîta, mi se pare că ținînd

calea de mijloc, adică tăind numai jumătatea jumătății, care este a patra parte din întreg, figura rămasă nici nu va cîștiga nici nu va pierde din robustețe în toate acele locuri în care pierderea și cîștigul celorlalte două figuri erau întotdeauna egale.

Salv. Dumneavoastră d-le Simplicio nu ați prins sensul; căci, după cum vă voi arăta, veți vedea într-adevăr că ceea ce se poate tăia din prismă și îndepărta fără a o slăbi nu este a patra parte a sa, ci a treia. Rămîne acum (ceea ce făcea aluzie dl. Sagredo) să găsim după ce linie trebuie să facem să meargă ferăstrăul: care voi dovedi că trebuie să fie o linie parabolică. Mai întîi însă este necesar să demonstrăm următoarea lemă:

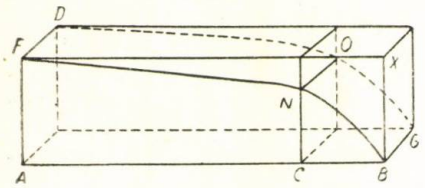
> Dacă două pîrghii vor fi împărțite prin suporturile lor în așa fel încît cele două distanțe la care acționează forțele să fie între ele în raportul pătratelor distanțelor la care acționează rezistențele, care rezistențe sînt între ele precum distanțele, forțele susținătoare vor fi egale.

Fie două pîrghii AB, CD, împărțite deaspura suporturilor lor E, F astfel încît distanța EB să fie către FD în raportul pătratelor distanței EA către FC; și să presupunem că în A, C acționează rezistențele care au între ele raportul lui EA către FC; zic că forțele care în B, D vor echilibra rezistențele din A, C sînt egale între ele. Fie EG media proporțională între EB și FD; prin urmare, după cum BE către EG, la fel GE către FD și AE către CF; și la fel am admis că este rezistența din A către rezistența din C. Și fiindcă după cum este EG către FD, la fel este AE către CF, rezultă, permutînd, că după cum este GE către EA, tot astfel este DF către FC; și de aceea (fiind cele două pîrghii DC, GA împărțite în mod proporțional în punctele F, E), dacă forța care aplicată în D echilibrează rezistența din C, ar fi în G, ar echilibra aceeași



rezistență din C aplicată în A; dar, potrivit ipotezei, rezistența din A are către rezistența din C același raport ca AE către CF, adică precum BE către EG; așadar, forța G vreau să zic D, aplicată în B, va echilibra rezistența aplicată în A; ceea ce trebuia demonstrat.

Înțelegînd acestea, să trasăm pe fața FB a prismei DB linia parabolică FNB, cu vîrful în B, după care se taie prisma, rămînînd solidul cuprins de baza AD, de planul dreptunghiular AG, de linia dreaptă BG și de suprafața $DGBF$, îndoită după curbura liniei parabolice FNB; zic că un astfel de solid este peste tot la fel de rezistent. Să-l tăiem cu planul CO, paralel cu AD, și să considerăm două pîrghii împărțite și așezate pe suporturi A, C, și fie distanțele uneia BA, AF iar ale celeilalte BC, CN. Și deoarece în parabola FBA avem AB către BC precum pătratul lui FA către pătratul lui CN, este evident că distanța BA a unei pîrghii către distanța BC a celeilalte este precum pătratul celeilalte distanțe AF către CN; și fiindcă rezistența de echilibrat cu pîrghia BA către rezistența de echilibrat cu pîrghia BC este în același raport precum dreptunghiul DA către dreptunghiul OC, egal cu raportul liniei AF către NC, care sînt celelalte două distanțe ale pîrghiei, este evident, potrivit lemei precedente, că aceeași forță care fiind aplicată la linia BG va echilibra rezistența DA, va echilibra și rezistența CO. Același lucru se poate demonstra tăind solidul în orice alt loc; prin urmare, un astfel de solid parabolic este pretutindenea egal de rezistent. Apoi este evident că tăind prisma după linia parabolică FNB, înlăturăm a treia parte: fiindcă semiparabola $FNBA$ și dreptunghiul FB sînt bazele a două solide cuprinse între două plane paralele, adică între dreptunghiurile FB, DG, deoarece au între ele același raport ca bazele lor; dar drept-

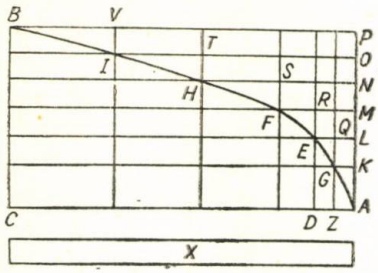


unghiul FB este în raportul trei pe doi către semiparabola $FNBA$; prin urmare, tăind prisma după linia parabolică înlăturăm a treia parte din ea. De aici se vede că micşorînd greutatea cu mai mult de treizeci şi trei procente se pot construi grinzi, fără a le micşora rezistenţa; aceasta poate fi de mare folos la corăbiile mari, în particular pentru construcţia covertelor, dat fiindcă în astfel de construcţii uşurinţa este de o importanţă foarte mare.

Sagr. Foloasele sînt atît de numeroase, încît ar dura mult sau ar fi chiar imposibil să le înregistrăm pe toate; eu însă, lăsînd toate acestea de-o parte, aş dori să ştiu ce uşurinţă se obţine prin rapoartele menţionate. Înţeleg foarte bine că secţionarea după diagonală înlătură jumătate din greutate; dar că cealaltă, după parabolă, îndepărtează a treia parte din prismă, aş putea să i-o cred d-lui Salviati, întotdeauna demn de încredere, dar în această chestiune cunoaşterea exactă mi-ar fi mai plăcută decît credinţa.

Salv. Aşadar, aţi dori să vă demonstrez cum se poate ca excesul prismei, faţă de ceea ce de aici înainte vom numi solid parabolic, este a treia parte din întreaga prismă. Îmi aduc aminte că am demonstrat aceasta cu altă ocazie; voi încerca acum să-mi ordonez demonstraţia, în care scop amintesc că mă serveam de o lemă a lui Arhimede, pusă de el în cartea despre Spirale; anume, că dacă un număr oricare de linii diferă între ele cu aceeaşi valoare, şi diferenţa este egală cu cea mai mică dintre ele, şi tot atîtea sînt fiecare egală cu cea mai mare, pătratele tuturor acestora vor fi mai mici decît triplul pătratelor celor care diferă între ele; dar aceleaşi pătrate vor fi cu mult mai mari decît triplul celor rămase, după ce am scăzut pătratul celei mai mari. Cunoscînd, aceasta, să fie înscrisă în dreptunghiul $ACBP$ linia parabolică AB; să demonstrăm că triunghiul mixt BAP, ale cărui laturi sînt BP, PA iar baza linia parabolică BA, este a treia parte din dreptunghiul întreg CP. Într-adevăr, dacă nu este aşa, va fi sau mai mare sau mai mic decît

a treia parte. Fie, dacă se poate, mai mic și să presupunem că aria X este egală cu ceea ce-i lipsește. Împărțind apoi dreptunghiul CP continuu în părți egale prin linii paralele cu laturile BP, CA vom ajunge în sfîrșit la astfel de părți încît una din ele să fie mai mică decît aria X; fie acum una din acestea dreptunghiul OB și prin punctele în care celelalte paralele taie linia parabolică, să ducem paralele la AP; să ne închipuim acum circumscrisă în jurul triunghiului nostru mixt o figură compusă din dreptunghiurile BO, IN, HM, FL, EK, GA, figură care va fi de asemenea mai mică decît a treia parte din dreptunghiul CP, dat fiindcă excesul acestei figuri față de triunghiul mixt este cu mult mai mic decît dreptunghiul BO, care la rîndul său este mai mic decît aria X.



Sagr. Mai rar, vă rog, fiindcă eu nu văd pentru ce este excesul figurii circumscrise triunghiului mixt atît de mic față de dreptunghiul BO.

Salv. Nu este dreptunghiul BO egal cu toate aceste dreptunghiuri mici prin care trece linia noastră parabolică? înțeleg BI, IH, HF, FE, EG, GA, din care o singură parte rămîne în afara triunghiului mixt și dreptunghiul BO nu rămîne și mai mic decît aria X? așadar, dacă, dimpotrivă, triunghiul împreună cu X este egal cu a treia parte din dreptunghiul CP, figura circumscrisă, care adaugă triunghiului mai puțin decît aria X, va rămînea de asemenea, mai mică decît a treia parte din dreptunghiul CP; dar aceasta nu se poate întîmpla, fiindcă ea este mai mare decît a treia parte; prin urmare, nu este adevărat că triunghiul nostru mixt este mai mic decît a treia parte a dreptunghiului.

Sagr. Am înțeles rezolvarea îndoielii mele. Dar acum trebuie să ne demonstrați că figura circumscrisă este mai mare decît

a treia parte a dreptunghiului CP, cu care cred că vom avea mai mult de lucru.

Salv. Dificultatea nu este tocmai aşa de mare. Într-adevăr, în parabolă pătratul liniei DE este către pătratul lui ZG în acelaşi raport ca linia DA către AZ, care este acelaşi cu cel al dreptunghiului KE către dreptunghiul AG (fiind înălţimile AK, KL egale); prin urmare, raportul pătratului lui ED către pătratul lui ZG, adică al pătratului lui LA către pătratul lui AK, este egal şi cu raportul dreptunghiului KE către dreptunghiul KZ. Exact în acelaşi fel se poate demonstra că celelalte dreptunghiuri LF, MH, NI, OB sînt între ele precum pătratele liniilor MA, NA, OA, PA. Să considerăm acum în ce fel figura circumscrisă este compusă din arii care sînt între ele precum pătratele liniilor care se depăşesc cu excese egale cu cea mai mică şi în ce fel dreptunghiul CP este compus din tot atîtea arii egale fiecare cu cea mai mare, care toate sînt dreptunghiuri egale cu OB; aşadar, potrivit lemei lui Arhimede, figura circumscrisă este mai mare decît a treia parte a dreptunghiului CP; dar era şi mai mică, ceea ce este imposibil; deci triunghiul mixt nu este mai mic decît a treia parte a dreptunghiului CP. Zic de asemenea că nu este nici mai mare. Într-adevăr, dacă este mai mare decît a treia parte a dreptunghiului CP, să ne închipuim că aria X este egală cu excesul triunghiului faţă de a treia parte a dreptunghiului CP; şi făcînd împărţirea şi subîmpărţirea dreptunghiului în dreptunghiuri egale, vom obţine ca unul din acestea să fie mai mic decît aria X. Să presupunem că s-a făcut şi fie dreptunghiul BO mai mic decît X; şi descriind acum figura ca mai sus, vom avea în triunghiul mixt înscrisă o figură compusă din dreptunghiurile VO, TN, SM, RL, QK care nu va mai fi mai mică decît a treia parte din dreptunghiul mare CP. Într-adevăr, triunghiul mixt întrece figura înscrisă cu mai puţin decît întrece acela a treia parte din dreptunghiul înscris CP, dat fiind că excesul triunghiului faţă de a treia parte a dreptunghiului CP este egal cu aria X, care

este mai mică decît dreptunghiul *BO* și acesta la rîndul său este mai mic decît excesul triunghiului față de figura înscrisă în el; căci cu dreptunghiul *BO* sînt egale toate dreptunghiurile mici *AG*, *GE*, *EF*, *FH*, *HI*, *IB*, mai puțin decît jumătatea cărora este egală cu surplusurile triunghiului față de figura înscrisă. De aceea, triunghiul întrecînd a treia parte a dreptunghiului *CP* cu mai mult (depășindu-l cu aria *X*) decît întrece acesta figura înscrisă, această figură va fi și mai mare decît a treia parte a dreptunghiului *CP*; dar, potrivit lemei admise, ea este mai mică; într-adevăr, dreptunghiul *CP*, ca agregat al tuturor dreptunghiurilor maxime, este către dreptunghiurile ce compun figura înscrisă în același raport ca și agregatul tuturor pătratelor liniilor egale cu cea mai mare către pătratele liniilor ce se depășesc în mod egal, după ce am scăzut din ele pătratul celei mai mari; și de aceea (după cum se întîmplă cu pătratele), întreg agregatul celor maxime (care este dreptunghiul *CP*) este mai mare decît triplul agregatului celor excedente, după ce am scăzut pe cel mai mare, care compun figura înscrisă. Așadar, triunghiul mixt nu este nici mai mare nici mai mic decît a treia parte a triunghiului *CP*; în consecință este egal.

Sagr. Demonstrația este frumoasă și ingenioasă și, cu atît mai mult, cu cît ea ne dă cuadratura parabolei, arătîndu-ne că ea face patru treimi din triunghiul înscris în ea, dovedindu-ne ceea ce a demonstrat Arhimede prin două serii de propoziții foarte diferite între ele dar amîndouă admirabile; după cum de asemenea, a demonstrat în timpul din urmă Luca Valerio, un al doilea Arhimede al epocii noastre, demonstrație care se găsește în cartea pe care a scris-o despre centrul de greutate al solidelor.

Salv. Cartea într-adevăr nu poate fi pusă în urma vreuneia din cele scrise de cei mai mari geometri ai timpului nostru și a secolelor trecute; care, cînd a fost văzută de Academicianul nostru, l-a determinat să se oprească în continuarea cercetărilor sale, pe care le făcea asupra aceluiași subiect, fiindcă le-a văzut

pe toate în mod atît de fericit descoperite şi demonstrate de menţionatul domn Valerio.

Sagr. Am fost informat de această întîmplare chiar de Academicianul nostru şi l-am rugat să-mi permită o dată să-i văd demonstraţiile aflate înainte de a cunoaşte cartea domnului Valerio, dar nu am reuşit să le văd.

Salv. Eu posed copia şi o voi arăta domniei voastre, care va avea plăcerea să vadă deosebirea metodelor pe care le folosesc aceşti doi autori în cercetarea aceloraşi concluzii şi demonstraţiile lor ; chiar şi unele concluzii au explicaţii diferite la dînşii, cu toate că de fapt sînt la fel de adevărate.

Sagr. Mi-ar face mare plăcere să le văd şi rog pe domnia voastră, ca atunci cînd se va întoarce la întîlnirile noastre obişnuite să-mi facă plăcerea de a le aduce cu sine. Dar pînă atunci, fiind această problemă a rezistenţei solidului înlăturat din prismă printr-o tăietură parabolică, nu mai puţin frumoasă decît utilă în multe aplicaţii mecanice, ar fi folositor pentru meseriaşi să aibă vreo regulă uşoară şi expeditivă pentru a putea să deseneze pe faţa prismei o linie parabolică.

Salv. Există multe moduri de a trasa astfel de linii, dar vă voi împărtăşi îndeosebi două care sînt mai expeditive decît celelalte : unul din acestea este într-adevăr minunat, deoarece, cu ajutorul lui, în timp mai scurt decît ar putea cineva trasa cu compasul cu multă fineţe pe o hîrtie patru sau cinci cercuri de mărimi diferite, eu pot să desenez treizeci sau patruzeci de linii parabolice, nu mai puţin corecte şi mai fine decît circumferinţele acestor cercuri. Am o bilă de bronz, foarte bine rotunjită, nu mai mare decît o nucă ; aceasta, trasă pe o oglindă de metal, ţinută nu perpendicular pe orizontală, ci întrucîtva înclinată, astfel ca bila în mişcarea sa să se poată deplasa peste ea, apăsînd-o uşor în mişcarea sa, să lase o linie parabolică foarte subţire şi clar descrisă şi mai largă sau mai subţire după cum aruncarea va fi mai mult sau mai puţin înclinată. Prin aceasta avem şi o experienţă clară şi sensibilă că mişcarea proiectilelor se

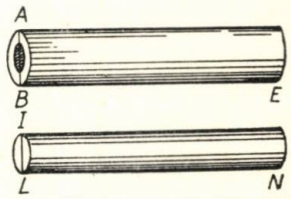
face pe linii parabolice : efect care n-a fost observat înainte decît de prietenul nostru, care ne dă şi demonstraţia în cartea sa asupra mişcării pe care o vom vedea împreună la prima noastră întîlnire. Trebuie apoi ca bila, pentru a descrie în modul indicat parabolele, să fie întrucîtva mînuită cu mîna, încălzind-o şi umezind-o, fiindcă astfel va lăsa urmele sale cu mult mai aparente pe oglindă. Celălalt mod pe care-l căutăm pentru a trasa linia pe prismă este următorul. Să fixăm la o înălţime două cuie pe un perete, la distanţe egale de la orizontală şi îndepărtate unul de celălalt cu dublul lărgimii dreptunghiului pe care voim să trasăm semiparabola şi de aceste două cuie să atîrnăm un lanţ subţire şi atît de lung încît punctul cel mai de jos să ajungă pînă la lungimea prismei ; acest lanţ ia forma unei parabole, astfel că punctînd pe perete drumul pe care-l face lanţul, vom descrie o parabolă întreagă, care printr-o perpendiculară, ce trece prin mijlocul celor două cuie, se va împărţi în părţi egale. Trecerea liniei pe cele două feţe opuse ale prismei nu întîmpină nici o dificultate, astfel încît orice meseriaş mediocru va şti să o facă. Se mai poate ca, cu ajutorul liniilor geometrice trasate pe compasul prietenului nostru, imediat, se va putea lucra pe însăşi faţa prismei punctînd linia.

Pînă aici am demonstrat atîtea concluzii referitoare la teoria rezistenţei solidelor la rupere, deschizînd mai întîi drumul acestei ştiinţe presupunînd cunoscută rezistenţa direct, astfel încît vom putea înainta în mod consecvent, găsind alte şi alte concluzii, şi demonstraţiile lor, al căror număr în natură este infinit. Acum însă, ca ultimă problemă a discuţiilor de astăzi, voi adăuga speculaţiile asupra rezistenţelor solidelor goale, de care se serveşte practica, şi mai mult natura, în o mie de operaţii, cînd fără a mări greutatea se măreşte foarte mult rezistenţa, după cum se vede în oasele păsărilor şi în foarte multe tuburi, care sînt uşoare şi foarte rezistente la îndoire şi la rupere ; astfel că dacă un fir de pai, care susţine un spic mai greu decît întreg paiul, ar fi făcut din aceeaşi cantitate de materie,

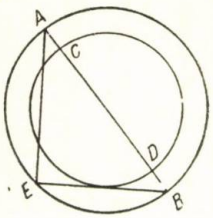
dar ar fi masiv, ar fi cu mult mai puţin rezistent la îndoire şi la rupere. Practica a observat cu tot dreptul şi experienţa a confirmat că o ramură goală sau un tub de lemn sau de metal e cu mult mai solid decît dacă ar fi, la aceeaşi greutate şi aceeaşi lungime, masiv şi în consecinţă ar fi mai subţire ; şi de aceea în practică se fac lăncile goale în interior, cînd dorim să le avem rezistente şi uşoare. De aceea vom arăta că :

> Rezistenţele a doi cilindri egali şi de aceeaşi lungime, dintre care unul este gol şi celălalt masiv, au între ele acelaşi raport ca diametrul cilindrilor.

Fie AE un tub sau un cilindru gol iar IN un cilindru masiv, egali atît în greutate cît şi în lungime ; zic că rezistenţa tubului AE la rupere este în acelaşi raport către rezistenţa cilindrului solid IN precum diametrul AB către diametrul IL. Aceasta este evident, deoarece tubul şi cilindrul IN fiind egali şi egali de lungi, cercul IL, baza cilindrului, va fi egal cu covrigul AB, baza tubului AE (numim covrig suprafaţa ce rămîne, prin scăderea unui cerc mai mic din concentricul său mai mare) şi de aceea rezistenţele lor absolute vor fi egale ; dar fiindcă la ruperea transversală ne servim, pentru cilindrul IN, ca pîrghie de lungimea LN, ca suport de punctul L şi ca contrapîrghie de semidiametrul sau diametrul LI, şi în tub partea pîrghiei, adică linia BE, este egală cu LN, iar contrapîrghia de dincolo de suportul B este semidiametrul sau diametrul AB, este evident, că rezistenţa tubului întrece pe cea a cilindrului solid în măsura în care diametrul AB este mai mare decît diametrul IL ; ceea ce am căutat. Aşadar, se cîştigă în rezistenţa tubului gol faţă de rezistenţa cilindrului solid după raportul diametrilor, ori de cîte ori ambele sînt din acelaşi material, au aceeaşi greu-



tate și lungime. Ar fi bine ca în consecință să cercetăm ce se întîmplă în celelalte cazuri cu toate tuburile și cilindrii solizi egali de lungi, deși neegali în greutate și mai mult sau mai puțin goliți. Mai întîi vom demonstra că :

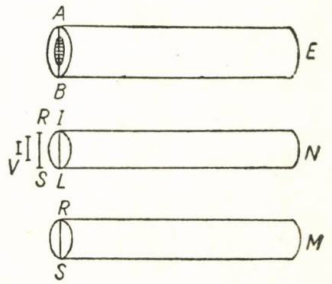


Fiind dat un tub gol, se poate găsi un cilindru plin egal cu el.

Operația este foarte ușoară. Într-adevăr, fie linia AB diametrul tubului, și CD diametrul său interior ; să aplicăm în cercul mai mare linia AE egală cu diametrul CD și să unim EB. Și fiindcă în mijlocul cercului AEB unghiul E este drept, cercul al cărui diametru este AB va fi egal cu cele două cercuri de diametrii AE, EB ; dar AE este diametrul interior al tubului ; prin urmare, cercul al cărui diametru este EB va fi egal cu covrigul $ACBD$ și de aceea, cilindrul solid, al cărui cerc de bază are diametrul EB, va fi egal cu tubul, avînd aceeași lungime. Aceasta fiind demonstrată, vom putea imediat :

> Să găsim ce raport au rezistențele unui tub și al unui cilindru, oricare ar fi ele, cu condiția numai să fie egal de lungi.

Fie tubul ABE și cilindrul RSM egal de lungi ; trebuie să găsim ce raport au între ele rezistențele. Să găsim, potrivit celei precedente, cilindrul ILN egal cu tubul și de aceeași lungime și fie V a patra proporțională între liniile IL, RS (diametrii bazelor cilindrilor IN, RM) ; zic că rezistența tubului AE este către a cilindrului RM precum linia AB către V. Într-adevăr, tubul AE fiind egal și de aceeași lungime cu cilindrul IN, rezistența tubului către



rezistența cilindrului va fi precum linia AB către IL; dar rezistența cilindrului IN către rezistența cilindrului RM este precum cubul IL către cubul RS, adică precum linia IL către V; așadar, ex *aequali*, rezistența tubului AE are către rezistența cilindrului RM același raport ca linia AB către V; ceea ce se cerea.

Sfîrșitul zilei a doua.

ZIUA A TREIA

DESPRE MIȘCAREA LOCALĂ *)

Întemeiem o știință cu totul nouă despre un subiect foarte vechi. Probabil nimic nu este mai vechi în natură decît mișcarea *și despre ea s-au scris de către filozofi multe și importante volume; eu însă am descoperit multe proprietăți ale ei demne de știut, pînă acum neobservate și nedemonstrate. Să amintesc cîteva mai simple, ca de exemplu, că mișcarea naturală a corpurilor grele în cădere este continuu accelerată; dar nu s-a arătat pînă acum în ce raport se produce accelerația; căci, după cît știm, nimeni nu a demonstrat că spațiile descrise în timpuri egale de un mobil în cădere, ce pornește din starea de repaus, au între ele raportul pe care îl au numerele impare începînd cu unitatea. S-a observat că proiectilele descriu o linie curbă; dar nimeni nu a demonstrat că ea este o parabolă**). Voi demonstra că aces-*

*) Galilei înțelege prin mișcare locală, mișcarea mecanică.

**) Galilei susține și aici, cum a susținut întotdeauna, că el este cel dintîi care a demonstrat că traiectoria unui corp aruncat este o parabolă. Pe această temă, în 1632 a avut loc un incident între el și Cavalieri. La data de 31 august a acelui an, Cavalieri îi trimite lui Galilei un exemplar din cartea sa nou apărută și intitulată *Specchio ustorio* (Oglinda arzătoare). Tratînd în această carte secțiunile conice și aplicațiile lor la fenomenele naturale, autorul s-a ocupat și de mișcarea proiectilelor, arătînd că un corp aruncat în vid descrie o parabolă. El folosește la această demonstrație lucruri pe care i le-a comunicat Galilei, menționînd că modul de tratare este al lui Galilei și aducînd apoi și un argument propriu în această materie. Cavalieri îl înștiințează că trimite pe cititor la cartea despre mișcare pe care o va scoate Galilei. De aceea îl roagă să grăbească tipărirea cărții, fiindcă ar fi pagubă ca apariția ei să întîrzie.

tea se întîmplă astfel, precum şi multe altele nu mai puţin importante, şi ceea ce cred că mai rămîne de făcut, voi deschide calea unei ştiinţe foarte vaste şi importante, ale cărei elemente o formează această lucrare, în ale cărei secrete vor pătrunde mai adînc spirite mai ingenioase decît al meu.

Lucrarea aceasta se împarte în trei părţi: în prima parte considerăm ceea ce se referă la mişcarea uniformă; în a doua vom scrie despre mişcarea natural accelerată; în a treia despre mişcarea forţată sau despre proiectile.

DESPRE MIŞCAREA UNIFORMĂ

Mişcarea uniformă necesită o singură definiţie, pe care o enunţ astfel:

DEFINIŢIE

Numesc mişcare uniformă aceea în care spaţiile descrise de mobil în oricare timpuri egale sînt egale între ele.

Galilei a primit această scrisoare într-un moment foarte nepotrivit, fiind deja informat de prietenii săi că va avea de lucru cu inchiziţia din cauza apariţiei *Dialogurilor celor două sisteme*. De aceea nu-i răspunde direct lui Cavalieri, ci prin scrisoarea sa din 11 septembrie se adresează pe un ton energic lui Cesare Marsili, matematician şi astronom din Bologna, în care îşi arată neplăcerea faţă de procedeul lui Cavalieri. El este supărat: „văzînd că mi se răpeşte acum prioritatea de la un studiu al meu de mai bine de 40 de ani, comunicat în mare parte cu multă încredere susnumitului părinte, şi mi se distruge gloria pe care o doream atît de avid şi mi-o promiteam pentru atîta trudă; fiindcă de fapt prima intenţie care m-a îndemnat să speculez asupra mişcării a fost să găsesc linia, care dacă e bine determinată, în urmă este uşor de demonstrat: totuşi, eu care am determinat-o ştiu cîtă dificultate am întîmpinat să găsesc o astfel de concluzie...". Galilei mai adaugă că autorul ar fi trebuit să aştepte ca să-şi tipărească mai întîi el cartea; după care dînsul ar fi putut adăuga oricîte lucruri noi i-ar fi plăcut. La această scrisoare Marsili îi răspunde la 21 septembrie scuzînd purtarea lui Cavalieri. În aceeaşi zi îi scrie şi Cavalieri o scrisoare lungă, plină de scuze, în care aminteşte că ceea ce a scris în cartea sa despre mişcare a făcut-o ca un discipol al lui Galilei şi Castelli, de la care a învăţat puţinul ce ştie. Se declară gata să-i dea orice satisfacţie ar dori şi anume de a nu scoate nici un exemplar înainte de a apare lucrarea lui Galilei despre mişcare sau, dacă acesta doreşte, să-şi tipă-

OBSERVAȚIE

Am crezut necesar să adaug la vechea definiție (care numește în mod simplu o mișcare uniformă, dacă în timpuri egale se descriu spații egale) cuvîntul în oricare, *adică în toate timpurile egale; căci se poate întîmpla ca în timpuri oarecare egale mobilul să parcurgă spații egale, pe cînd totuși spațiile descrise în intervale mai mici ale acelorași timpuri, deși egale, să nu fie egale. De definiția dată se leagă patru axiome, anume:*

AXIOMA I

Spațiul parcurs într-un timp mai lung în aceeași mișcare uniformă este mai mare decît spațiul parcurs într-un timp mai scurt.

AXIOMA II

Timpul în care este parcurs un spațiu mai mare în aceeași mișcare unifomă, este mai lung decît timpul în care este parcurs un spațiu mai mic.

AXIOMA III

Spațiul parcurs cu o viteză mai mare în același timp este mai mare decît spațiul parcurs cu o viteză mai mică.

AXIOMA IV

Viteza cu care se descrie în același timp un spațiu mai mare este mai mare decît viteza cu care se descrie un spațiu mai mic.

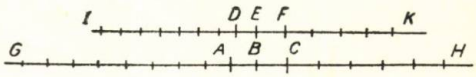
---

rească antedatată cartea sau să retipărească cele două foi, scoțînd ceea ce l-ar putea prejudicia. La 21 octombrie 1632 Galilei îi răspunde lui Marsili că a primit cele două scrisori și că nu s-a îndoit niciodată de buna intenție a lui Cavalieri. Prin aceasta incidentul s-a închis și relațiile dintre cei doi oameni de știință au devenit cele mai cordiale, ceea ce se vede și din faptul că Galilei s-a folosit în *Dialoguri* de rezultatele obținute de Cavalieri asupra indivizibilelor.

TEOREMA I. PROPOZIŢIA I

Dacă un mobil ce se mişcă uniform descrie cu aceeaşi viteză două spaţii, timpurile de parcurs vor fi între ele ca spaţiile parcurse.

Într-adevăr, un mobil ce se mişcă uniform să parcurgă cu aceeaşi viteză două spaţii AB, BC şi fie DE timpul în care descrie AB, iar EF timpul în care descrie BC; zic că după cum spaţiul AB către spaţiul BC, la fel timpul DE către timpul EF. Să prelungim în ambele sensuri spaţiile şi timpurile spre G, H şi I, K şi pe AG să luăm oricîte spaţii egale cu AB iar pe DI tot atîtea timpuri egale cu DE; la fel pe CH să luăm un număr oarecare de spaţii egale cu CB şi pe FK tot atîtea timpuri egale cu EF; spaţiul BG şi timpul EI vor fi aceiaşi multipli ai spaţiului BA şi timpului ED oricare ar fi aceşti multipli şi la fel spaţiul HB şi timpul KE vor fi aceiaşi multipli ai spaţiului CB şi ai timpului FE oricare ar fi aceşti multipli. Şi fiindcă DE este timpul în care este parcurs AB, timpul întreg EI va corespunde spaţiului întreg BG, deoarece presupunem că mişcarea este uniformă şi EI reprezintă atîtea timpuri egale corespunzătoare lui DE cîte spaţii egale BA se cuprind în BG; şi la fel se conchide că KE este timpul parcurgerii lui HB. Deoarece însă am presupus că mişcarea este uniformă, dacă spaţiul BG ar fi egal cu BH, timpul IE de asemenea ar fi egal cu EK; şi dacă GB este mai mare decît BH, IE de asemenea va fi mai mare decît EK; şi dacă va fi mai mic, va fi mai mic. Prin urmare, există patru mărimi, întîia AB, a doua BC, a treia DE, a patra EF, iar timpul IE şi spaţiul GB sînt aceiaşi multipli oricare ar fi aceştia ai primei şi celei de-a treia, adică, ai spaţiului AB şi timpului DE şi s-a demonstrat că acestea fie că sînt ambele egale cu timpul EK şi cu spaţiul BH, fie că ambele sînt mai mici sau



mai mari, sînt aceiași multipli ai celei de-a doua și a patra: așadar, întîia către a doua, anume spațiul AB către spațiul BC, are același raport ca și a treia către a patra, adică timpul DE către timpul EF; ceea ce trebuia demonstrat.

TEOREMA II. PROPOZIȚIA II

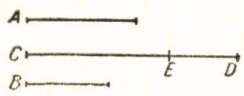
Dacă un mobil parcurge în timpuri egale două spații, aceste spații vor fi între ele ca vitezele. Iar dacă spațiile sînt ca vitezele, timpurile vor fi egale.

Folosind figura de mai sus, fie AB, BC două spații parcurse în timpuri egale, anume spațiul AB cu viteza DE iar spațiul BC cu viteza EF; zic că spațiul AB se raportă către spațiul BC precum viteza DE către viteza EF. Într-adevăr, luînd de ambele părți, ca mai sus, aceiași multipli atît ai spațiilor cît și ai vitezelor, oricare ar fi acești multipli, adică GB și IE ai lui AB și DE și la fel HB, KE ai lui BC, EF, conchidem, la fel ca mai sus, că multiplii BH, EK sînt în același timp mai mici sau egali sau mai mari decît multiplii GB, IE. Așadar, ceea ce ne-am propus este evident.

TEOREMA III. PROPOZIȚIA III

Timpurile necesare parcurgerii aceluiași spațiu cu viteze neegale sînt în raport invers cu vitezele.

Fie vitezele neegale A mai mare, B mai mică și potrivit fiecăreia mișcarea să aibă loc pe același spațiu CD; zic că timpul în care viteza A descrie spațiul CD este către timpul în care viteza B parcurge același spațiu, precum viteza B către viteza A. Într-adevăr, fie după cum A către B, la fel CD către CE; prin urmare, din cele precedente, timpul în care viteza A descrie CD va fi același cu timpul în care B descrie CE; dar timpul în care viteza B descrie

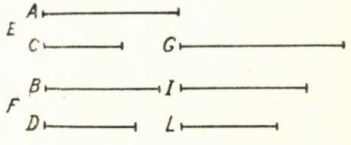


CE, este către timpul în care ea descrie CD, precum CE către CD; aşadar, timpul în care viteza A descrie CD este către timpul în care viteza B descrie acelaşi CD, precum CE către CD, adică precum viteza B către viteza A, ceea ce ne-am propus.

TEOREMA IV. PROPOZIŢIA IV

Dacă două mobile se mişcă cu o mişcare uniformă, dar cu viteze neegale, spaţiile descrise de ele în timpuri neegale vor fi în raportul compus din raportul vitezelor şi raportul timpurilor.

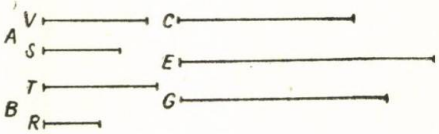
Fie E, F două mobile, ce se mişcă cu mişcare uniformă, şi fie raportul vitezei mobilului E către viteza mobilului F precum A către B; iar raportul timpului cu care se mişcă E către timpul cu care se mişcă F, fie precum C către D; zic că spaţiul parcurs de E cu viteza A în timpul C, către spaţiul parcurs de F cu viteza B în timpul D este în raportul compus din raportul vitezei A către viteza B şi din raportul timpului C către timpul D. Fie G spaţiul descris de E cu viteza A, în timpul C şi după cum viteza A către viteza B, tot astfel fie G către I; dar după cum timpul C către timpul D, la fel fie I către L; ştim că I este spaţiul descris de F în acelaşi timp în care E descrie G, deoarece spaţiile G, I sînt ca vitezele A, B. Şi după cum timpul C către timpul D, tot astfel I către L; fie însă I spaţiul parcurs de mobilul F în timpul C; L va fi spaţiul descris de F în timpul D cu viteza B. Dar raportul G către L se compune din rapoartele lui G către I şi I către L, anume din rapoartele vitezei A către viteza B şi a timpului C către timpul D; prin urmare ceea ce ne-am propus este evident.



TEOREMA V. PROPOZIȚIA V

Dacă două mobile se mișcă cu o mișcare uniformă, dar au vitezele neegale și spațiile parcurse de asemenea neegale, raportul timpurilor se va compune din raportul spațiilor și raportul vitezelor luate invers.

Fie A, B două mobile și fie viteza lui A către viteza lui B precum V către T; iar spațiile parcurse fie precum S către R;



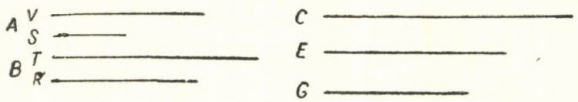
zic că raportul timpului în care s-a mișcat A către timpul în care s-a mișcat B este compus din raportul vitezei T către viteza V și din raportul spațiului S către spațiul R. Fie C timpul de mișcare a lui A și, după cum viteza T către viteza V, tot astfel timpul C către timpul E; și fiindcă C este timpul în care A descrie cu viteza V spațiul S și după cum viteza T a mobilului B către viteza V, tot astfel timpul C către timpul E, atunci E va fi timpul în care mobilul B va descrie spațiul S. Fie apoi după cum spațiul S către spațiul R, tot astfel timpul E către timpul G. Este evident că G este timpul în care B ar descrie spațiul R. Și fiindcă raportul lui C către G se compune din rapoartele lui C către E și al lui E către G; iar raportul lui C către E este egal cu raportul vitezelor mobilelor A, B luat invers, adică cu raportul lui T către V; iar raportul lui E către G este egal cu raportul spațiilor S, R; astfel problema este rezolvată.

TEOREMA VI. PROPOZIȚIA VI

Dacă două mobile se mișcă cu o mișcare uniformă, raportul vitezelor lor se va compune din raportul spațiilor parcurse și din raportul timpurilor luate invers.

Fie A, B două mobile ce se mişcă uniform; spaţiile descrise de ele fie în raportul V către T iar timpurile ca S către R; zic că viteza mobilului A are către viteza lui B un raport compus din raportul spaţiului V către spaţiul T şi al timpului R către timpul S.

Fie C viteza cu care mobilul A parcurge spaţiul V în timpul S şi raportul spaţiului V către spaţiul T va fi egal cu rapor-



tul vitezei C către viteza E; viteza E este aceea cu care mobilul B descrie spaţiul T în acelaşi timp S. Căci dacă timpul R este către timpul S precum viteza E către viteza G, viteza G va fi aceea cu care mobilul B descrie spaţiul T în timpul R. Avem aşadar viteza C, cu care mobilul A descrie spaţiul V în timpul S, şi viteza G, cu care mobilul B descrie spaţiul T în timpul R, şi raportul lui C către G este compus din rapoartele lui C către E şi a lui E către G; dar raportul lui C către E este acelaşi cu raportul spaţiului V către spaţiul T; iar raportul lui E către G este acelaşi cu raportul lui R către S; prin urmare problema este rezolvată.

Salv. În cele de mai sus am văzut ce scrie Autorul nostru*) despre mişcarea uniformă. Să trecem deci la un studiu mai subtil şi mai nou, privind mişcarea uniform accelerată, care este în general descrisă de mobilele grele în cădere; şi iată titlul şi introducerea.

*) Este vorba de însuşi Galilei.

DESPRE MIȘCAREA NATURAL ACCELERATĂ

În cartea precedentă am considerat mișcarea uniformă; acum vom trece la studiul mișcării accelerate.

Mai întîi se cere să cercetăm și să explicăm definiția ei corespunzătoare fenomenului natural. Căci deși este convenabil să ne imaginăm un fel oarecare de mișcare și să studiem consecințele ei (astfel, de exemplu, cei care și-au imaginat elice sau concoide provenite din oarecare mișcări, deși astfel de mișcări nu există în natură, le-au demonstrat în mod excelent proprietățile din ipoteza pusă), totuși, ne-am hotărît să studiem proprietățile acelei specii de accelerație de care se folosește natura în căderea corpurilor grele pentru a vedea dacă definiția pe care am dat-o mișcării accelerate coincide cu esența mișcării natural accelerate. Sînt convins că am găsit aceasta în sfîrșit, după multă străduință; sprijiniți mai ales pe faptul că proprietățile demonstrate de noi mai tîrziu par să corespundă și să fie de acord cu acelea pe care experiențele naturale le înfățișează simțurilor. Apoi, la cercetarea mișcării natural accelerate ne-a dus, așa zicînd, de mînă, observarea obiceiului și a ordinei naturii în toate celelalte operații ale sale, în care s-a obișnuit să se folosească de mijloacele cele mai la îndemînă, simple și ușoare. Într-adevăr, mi se pare că nu există nimeni care să creadă că înotul sau zborul ar putea avea loc în mod mai simplu și mai ușor decît în felul în care se folosesc peștii și păsările de instinctul natural.

Prin urmare, dacă observ că o piatră ce cade de la o înălțime din starea de repaus cîștigă apoi o creștere a vitezei, pentru ce nu aș crede că astfel de creșteri au loc din motivul cel mai simplu și mai natural dintre toate? Căci dacă observăm cu atenție, nu găsim nici un adaos, nici o creștere mai simplă, decît aceea care se adună întotdeauna în același fel. Aceasta o înțelegem ușor dacă cercetăm marea afinitate dintre timp și mișcare; căci după cum egalitatea și uniformitatea mișcării se definește și se concepe prin egalitățile timpurilor și spațiilor (căci am numit

mişcare uniformă aceea în care în timpuri egale se descriu spaţii egale), la fel putem înţelege că creşterile vitezei au loc în modul cel mai simplu prin acelaşi fel de egalităţi a părţilor timpului; în mintea noastră concepem că acea mişcare este uniform şi în acelaşi timp continuu accelerată, în care în timpuri oarecare egale i se adună creşteri egale de viteză. Astfel că, luînd oricîte intervale egale de timp din primul moment în care mobilul porneşte din repaus şi începe să cadă, gradul de viteză cîştigat în primul împreună cu al doilea interval de timp este dublul gradului pe care l-a cîştigat mobilul în primul interval; iar gradul pe care îl cîştigă în trei intervale de timp, este triplu; cel cîştigat în patru este cuadruplul gradului primului interval; astfel că (pentru a înţelege mai bine), dacă mobilul îşi continuă mişcarea potrivit gradului sau momentului vitezei cîştigate în primul interval de timp şi apoi îşi continuă mişcarea în mod uniform cu un astfel de grad, această mişcare ar fi de două ori mai întîrziată decît aceea pe care ar obţine-o după gradul de viteză cîştigată în două intervale de timp. În acest fel, se pare că nu ne abatem de la raţionamentul corect, dacă admitem că creşterea vitezei este proporţională cu timpul; de aici ajungem la următoarea definiţie a mişcării despre care vom vorbi: numesc mişcare egal sau uniform accelerată aceea care, pornind din starea de repaus, îşi adaugă în timpuri egale momente egale de viteză.

Sagr. Eu, după cum m-aş opune fără nici un gînd la o definiţie sau alta, ce ar fi dată de orice autor, fiind toate arbitrare, tot atît de bine pot, fără nici o supărare, să mă îndoiesc dacă o astfel de definiţie, concepută şi admisă în mod abstract, se potriveşte, convine şi se verifică în cazul acelui fel de mişcare accelerată pe care o descriu corpurile grele în căderea naturală. Şi fiindcă Autorul ne asigură că aceea pe care el a definit-o, este mişcarea naturală a corpurilor grele, mi-ar plăcea dacă mi s-ar înlătura anumite scrupule care mă preocupă, pentru ca apoi cu mai multă atenţie să pot urmări propoziţiile şi demonstraţiile lor, pe care le aşteptăm.

Salv. Este bine ca domnia voastră şi dl Simplicio să-şi expună dificultăţile ; îmi închipui că ele sînt aceleaşi care mi-au venit şi mie în minte cînd am văzut mai întîi tratatul şi care mi-au fost lămurite de însuşi Autorul, cînd am discutat cu el, sau unele din ele au fost înlăturate de mine însumi, gîndindu-mă la ele.

Sagr. Cînd îmi imaginez un mobil greu ce cade pornind din starea de repaus, adică din lipsa oricărei viteze, şi se pune în mişcare şi în aceasta îşi măreşte viteza în raport cu creşterea timpului din primul moment al mişcării şi îşi cîştigă, de exemplu, în opt bătăi de puls opt grade de viteză, din care în a patra bătaie a cîştigat patru, în a doua două, în prima una, timpul fiind subdivizibil la infinit, urmează că, dacă viteza antecedentă se micşorează întotdeauna în raport corespunzător, nu există nici un grad de viteză atît de mic, sau să zicem de întîrziere atît de mare, în care să nu se fi găsit mobilul după plecarea sa din întîrzierea infinită, adică din repaus ; astfel că, dacă gradul de viteză pe care l-a avut după patru bătăi de timp era astfel că, menţinîndu-l constant, ar fi parcurs două mile într-o oră, iar cu gradul de viteză pe care l-a avut în a două bătaie ar fi făcut o milă pe oră, convenim a spune că în momentele de timp tot mai aproape şi mai aproape de cel dîntîi al pornirii sale din starea de repaus s-ar găsi atît de întîrziat, încît (urmînd să se mişte cu o astfel de întîrziere) nu ar fi parcurs o milă într-o oră, nici într-o zi, nici într-un an, nici într-o mie, nici nu ar fi parcurs o singură palmă într-un timp mai mare ; fapt cu care se pare că cu greu se acomodează imaginaţia, în timp ce simţul ne arată, că un corp greu ce cade cîştigă repede o mare viteză.

Salv. Aceasta este una din dificultăţile care mi-a dat şi mie la început de gîndit, dar nu mult după aceea am înlăturat-o ; şi înlăturarea sa a fost efectul aceleiaşi experienţe care în prezent dvs. vă dă de gîndit. Dumneavoastră spuneţi că vi se pare că experienţa arată că corpul greu, îndată ce porneşte din repaus

cîştigă o viteză apreciabilă; şi eu zic că aceeaşi experienţă ne arată că primele impulsuri ale corpului ce cade, deşi foarte greu, sînt foarte încete şi foarte întîrziate. Puneţi un corp greu pe un material care cedează, lăsîndu-l acolo pînă ce apasă cît poate numai prin greutatea sa; este evident că, ridicîndu-l un cot sau două şi lăsîndu-l apoi să cadă pe acelaşi material, prin ciocnire va exercita o nouă presiune, şi mai mare decît cea exercitată mai înainte numai prin greutatea sa; şi efectul va fi cauzat de mobilul în cădere împreună cu viteza cîştigată în cădere, efect care va fi din ce în ce mai mare, după cum ciocnirea va avea loc de la o înălţime mai mare, adică după cum viteza corpului ciocnitor va fi mai mare. Prin urmare, fără greşeală putem deduce din calitatea şi cantitatea ciocnirii cît este de mare viteza unui corp greu în cădere. Dar spuneţi-mi domnilor: măciuca pe care o lăsaţi să cadă pe un par de la o înălţime de patru coţi îl înfige în pămînt, de exemplu, cu patru degete, venind de la o înălţime de doi coţi îl va înfige foarte puţin, şi mai puţin de la înălţimea de un cot, şi mai puţin de la înălţimea de o palmă; şi, în sfîrşit, ridicîndu-l cu un deget, cu cît va face mai mult decît dacă, fără ciocnire, ar fi pusă deasupra? desigur cu foarte puţin; şi ar avea un efect cu totul imperceptibil dacă s-ar ridica la o înălţime egală cu grosimea unei foi. Şi fiindcă efectul ciocnirii depinde de viteza corpului ce loveşte, cine se va îndoi că mişcarea va fi foarte înceată şi viteza mai mult decît minimă dacă operaţia sa este imperceptibilă? Vedeţi acuma cît este de mare puterea adevărului, căci aceeaşi experienţă care la primul aspect părea că demonstrează un lucru, considerată mai bine ne asigură de contrar. Dar fără a ne referi la o astfel de experienţă (care fără îndoială este foarte concludentă), mi se pare că nu este greu ca, printr-o discuţie simplă, să aprofundăm un astfel de adevăr. Să considerăm o piatră grea, susţinută în aer, în repaus; se înlătură sprijinul şi ea devine liberă şi, fiind mai grea decît aerul, cade, dar nu cu o mişcare uniformă, ci la început lentă şi

după aceea continuu accelerată; și deoarece viteza poate crește și poate scădea la infinit, ce argument mă va convinge că un astfel de mobil, pornind de la o încetineală infinită (fiindcă aceasta este repausul), capătă imediat zece grade de viteză și nu patru, sau acestea mai înainte de două, unul, o jumătate, o sutime? și în definitiv de toate cele mai mici la infinit? Vă rog fiți cu atenție. Cred că nu veți refuza să admiteți că, cîștigul gradelor de viteză a pietrei ce cade din starea de repaus se poate face în aceeași ordine ca și micșorarea și pierderea acelorași grade, în timp ce sub influența forței de împingere ar fi aruncată în sus la aceeași înălțime; dar dacă este așa, nu văd de ce ne-am îndoi că în micșorarea vitezei pietrei ascendente, consumînd-o întreagă, poate ajunge la starea de repaus înainte de a trece prin toate gradele de încetineală.

Simpl. Dar dacă gradele de încetineală din ce în ce mai mari sînt infinite, niciodată nu se vor consuma toate; de aceea, un corp greu ascendent nu va ajunge niciodată în repaus, ci se va mișca la infinit, încetinindu-se continuu: lucru care nu văd să se întîmple.

Salv. Aceasta s-ar întîmpla, d-le Simplicio, dacă mobilul s-ar menține cîtva timp în fiecare grad; dar el numai trece prin acesta fără a rămînea acolo mai mult de un moment; și fiindcă în orice interval de timp, oricît ar fi de mic, sînt o infinitate de momente, ele sînt suficiente pentru a corespunde unei infinități de grade de viteză micșorată. Faptul că un astfel de corp greu ascendent nu persistă nici un interval de timp în vreunul din aceste grade de viteză se poate pune în evidență astfel; într-adevăr, dacă consideram un interval oarecare de timp și dacă în primul moment al acestui timp, ca și în ultimul, mobilul ar avea același grad de viteză, el ar putea fi împins de acest al doilea grad în sus pe aceeași distanță, cum a fost adus de la întîiul la al doilea, și din aceeași cauză ar trece de la al doilea la al treilea și în sfîrșit, și-ar continua mișcarea uniformă la infinit.

Sagr. Din acest raționament mi se pare că s-ar putea scoate un argument potrivit în problema ce se agită între filozofi, referitor la cauza accelerației mișcării naturale a corpurilor grele. Într-adevăr, dacă eu consider că în corpul greu aruncat în sus forța imprimată de aruncător se micșorează continuu, care, atîta timp cît a fost superioară forței contrare a greutății l-a împins în sus, ajunse cele două la echilibru, mobilul nu se mai urcă ci trece în starea de repaus, în care impulsul imprimat nu este anihilat, ci numai s-a consumat excesul pe care l-a avut mai înainte față de greutatea mobilului, datorită căruia depășindu-l, îl împingea în sus; continuîndu-se apoi micșorarea acestui impuls străin, și în consecință avantajul începînd să fie de partea greutății, începe coborîrea, dar înceată din cauza contrastului forței imprimate, care în bună parte rămîne încă în mobil; dar fiindcă aceasta se micșorează continuu, fiind depășită într-un raport din ce în ce mai mare de către greutate, ia naștere accelerația continuă a mișcării.

Simpl. Ideea este ingenioasă, dar mai mult subtilă decît solidă; căci oricît ar fi de concludentă, nu satisface decît acele mișcări naturale care sînt precedate de o mișcare forțată, în care rămîne încă activă partea forței externe; dar cînd nu există o astfel de rămășiță, ci mobilul pleacă de la un repaus mai îndelungat, încetează puterea întregului raționament.

Sagr. Cred că sînteți în eroare și că distincția cazurilor pe care o faceți este de prisos, sau, ca să mă exprim mai bine, nulă. Spuneți-mi însă dacă în proiectil poate fi imprimată de aruncător uneori o forță mare și alteori una mică, astfel încît să poată fi aruncat la o înălțime de o sută de coți, de douăzeci, sau de patru, sau de unul?

Simpl. Desigur, așa este.

Sagr. Nu mai puțin va putea o astfel de forță imprimată să întreacă cu atît de puțin rezistența greutății, încît să nu-l ridice mai sus de un deget; și, în sfîrșit, forța aruncătorului poate să fie numai atît de mare încît să egaleze rezistența

greutății, astfel ca mobilul să nu fie aruncat în sus, ci numai susținut. Prin urmare, cînd țineți în mînă o piatră, ce faceți altceva decît să-i imprimați atîta forță de împingere în sus, cît este de mare forța greutății sale, care trage în jos? Și această forță a dvs. nu continuați să i-o păstrați imprimată tot timpul cît o țineți în mînă? se micșorează ea poate în urma intervalului lung cît o țineți? și ce interesează dacă această susținere care împiedică piatra să cadă este mîna dvs., o scîndură sau o funie de care este atîrnată? Desigur că nu. Conchideți, prin urmare, d-le Simplicio, că nu există nici o diferență între a precede unei căderi a pietrei un repaus lung sau scurt sau momentan, astfel că piatra nu pornește niciodată afectată de atîta forță contrară greutății sale, cît tocmai este necesară să o țină în repaus.

Salv. Nu mi se pare potrivit să cercetez acum cauza accelerației mișcării naturale, referitor la care diverși filozofi și-au exprimat diferite păreri, reducînd-o unii la apropierea de centru, alții la aceea că rămîn de despicat tot mai puține părți ale spațiului, alții la o anumită înlăturare a mediului ambiant, care, adunîndu-se în spatele mobilului îl apasă și îl impinge încontinuu; care fantezii, împreună cu altele, ar trebui să le examinăm și să le rezolvăm, cu puțin cîștig însă. Deocamdată este suficient pentru Autorul nostru ca noi să înțelegem că el vrea să cerceteze și să ne demonstreze anumite proprietăți ale mișcării accelerate*) (oricare ar fi cauza accelerației sale), astfel că momentele vitezei sale cresc după plecarea din repaus, în proporția simplă în care crește timpul, ceea ce înseamnă că în timpuri egale au loc adaosuri egale de viteză; și dacă vom găsi că fenomenele care vor fi apoi demonstrate se verifică în mișcarea corpurilor grele ce cad în mod natural și accelerat, vom putea afirma că definiția acceptată cuprinde această mișcare a corpurilor grele și că este adevărat că viteza lor crește după cum crește timpul și durata mișcării.

*) Galilei în Dialoguri nu se ocupă decît de cinematica mișcărilor, fără să caute cauza lor. Aceasta avea să o facă Newton prin legea a doua.

Sagr. După cît îmi dau seama acum, mi se pare că mult mai clar s-ar fi putut defini, fără să schimbăm ideea că : mişcare uniform accelerată este aceea în care viteza creşte după cum creşte spaţiul parcurs ; astfel că, de exemplu, gradul de viteză cîştigat de mobil coborînd patru coţi ar fi dublul aceluia pe care l-a avut cînd a coborît doi şi acesta ar fi dublul celui cîştigat pe distanţa primului cot. Pentru că mi se pare că nu trebuie să ne îndoim că corpul greu ce cade de la înălţimea de şase coţi nu ar lovi cu un impuls dublu decît acela pe care l-a avut cînd a căzut cu trei coţi şi triplul celui care l-a avut căzînd cu doi şi sextuplul aceluiaşi pe distanţa de unul.

Salv. Mă consolez că am avut un astfel de tovarăş în greşală ; şi mai mult, vă voi spune că raţionamentul dvs. este atît de verosimil şi de probabil, încît Autorul nostru nu a negat, cînd i l-am expus, că şi el s-a aflat cîtva timp în aceeaşi greşală. Dar ceea ce m-a mirat apoi mai mult, a fost descoperirea, prin patru cuvinte simple, că sînt nu numai false, dar imposibile, două propoziţii care par atît de verosimile, încît propunîndu-le multora, nu am găsit pe nimeni care să nu mi le admită în mod liber.

Simpl. Într-adevăr, eu voi face parte dintre acei care le admit ; şi mi se par propoziţii ce pot fi admise fără reţinere şi controverse că corpul greu ce cade *vires acquirat eundo**), viteza lui crescînd proporţional cu spaţiul şi că momentul ciocnirii este dublu căzînd de la o înălţime dublă.

Salv. Şi totuşi ele sînt tot atît de false şi imposibile ca şi aceea că mişcarea are loc instantaneu ; şi iată demonstraţia clară. Cînd vitezele sînt proporţionale cu spaţiile parcurse sau care trebuie parcurse, aceste spaţii sînt parcurse în timpuri egale ; prin urmare, dacă vitezele cu care corpul în cădere a descris spaţiul de patru coţi au fost dublul vitezelor cu care a descris primii doi coţi (deoarece spaţiul este dublul spaţiului),

---

*) cîştigă forţe în cădere.

atunci timpurile acestor parcurgeri sînt egale; dar nu se poate ca același mobil să parcurgă cei patru coți și cei doi în același timp, decît dacă mișcarea este instantanee; dar vedem că, corpul greu în cădere își descrie mișcarea în timp și parcurge în timp mai scurt doi coți decît patru; deci este fals că viteza sa crește proporțional cu spațiul. Falsitatea celeilalte propoziții se demonstrează cu aceeași claritate. Într-adevăr, corpul ce lovește fiind același, nu se poate determina diferența și momentul ciocnirilor decît din diferența vitezei; prin urmare, dacă corpul ce lovește, venind de la o înălțime dublă, ar ciocni cu un moment dublu, ar trebui să ciocnească cu viteză dublă; dar viteza dublă descrie spațiul dublu în același timp și vedem că timpul de cădere de la o înălțime mai mare este mai lung.

Sagr. Ne demonstrați concluzii ascunse cu prea multă evidență și prea multă destoinicie; această ușurință extraordinară face să le apreciem mai puțin decît cînd aveau aparența contrară. Eu cred că se apreciază puțin cunoștințele generale cîștigate cu așa de puțină oboseală, în comparație cu acelea în jurul cărora au loc discuții lungi și inexplicabile.

Salv. Le-am face o mare nedreptate acelora care arată pe scurt și clar erorile propozițiilor considerate de obicei ca adevărate de toată lumea dacă i-am disprețui în loc să-i aprobăm; dar este foarte neplăcut și supărător sentimentul care uneori ia naștere în aceia care pretinzînd în aceleași domenii cel puțin egalitatea cu oricine, văd că au prezentat drept adevărate concluzii care apoi sînt descoperite și declarate false de un altul printr-un raționament scurt și simplu. Nu voi numi un astfel de sentiment invidie, care în mod obișnuit se transformă apoi în ură și în mînie împotriva descoperitorilor acestor greșeli, ci-l voi numi îndemn și dorință de a vedea mai curînd menținîndu-se erorile înrădăcinate, decît să permită să se adopte adevăruri nou descoperite; care dorință uneori îi conduce să scrie în contradictoriu cu acele adevăruri, recunoscute în sinea lor de ei înșiși, numai pentru a coborî în concepția gloatei nume-

roase şi puţin inteligente reputaţia altuia. Despre astfel de concluzii false, admise ca adevărate şi uşor de combătut, am auzit de la Academicianul nostru, destul de multe, o parte din care le-am şi înregistrat.

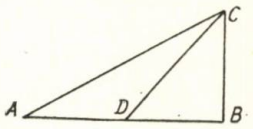
Sagr. Domnia voastră nu trebuie să ne lipsiţi de ele, ci să ni le comunicaţi la timp, chiar dacă ar trebui pentru aceasta să ne întrunim în mod special. Deocamdată, urmînd ideile noastre, mi se pare că pînă acum am stabilit definiţia mişcării uniform accelerate, despre care va fi vorba în discuţiile următoare; şi anume:

> *Numim mişcare uniform accelerată aceea care, pornind din starea de repaus, adaugă în timpuri egale momente egale de viteză.*

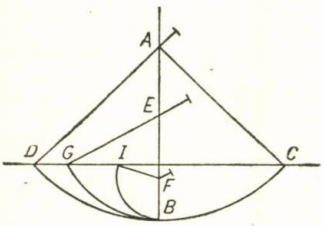
Salv. Stabilind această definiţie, Autorul pretinde şi presupune adevărat un singur principiu şi anume:

> *Admit că gradele de viteză primite de acelaşi mobil pe diversele plane înclinate sînt egale, cînd înălţimile planelor sînt egale.*

El numeşte înălţimea unui plan înclinat perpendiculara ce cade din capătul de sus al acestui plan pe linia orizontală prelungită prin partea de jos a planului înclinat; ca de exemplu, linia AB fiind paralelă la orizont, pe care sînt înclinate cele două plane CA, CD, perpendiculara CB, coborîtă pe orizontala BA, Autorul o numeşte înălţimea planelor CA, CD; şi presupune că gradele de viteză, ale aceluiaşi mobil ce coboară pe planele înclinate CA, CD, cîştigate la extremităţile A, D, sînt egale, deoarece înălţimea lor este aceeaşi, CB; şi tot astfel trebuie să fie înţeles gradul de viteză pe care acelaşi corp ce cade din punctul C l-ar avea a extremitatea B.



Sagr. Mi se pare că această presupunere este atît de probabilă încît merită să fie admisă fără controversă, înțelegînd întotdeauna că se înlătură toate piedicile accidentale, și externe și că planele sînt foarte solide și netede și mobilul are forma perfect rotundă, astfel că planul și mobilul să nu aibă asperități. Înlăturînd toate contrastele și piedicile, judecata sănătoasă îmi dictează, fără dificultate, că o bilă grea și perfect rotundă, căzînd pe liniile CA, CD, CB, ar ajunge la capetele A, D, B cu viteze egale.



Salv. Raționamentul dvs. conține multă probabilitate; dar în afară de verosimilitate vreau să măresc atît de mult probabilitatea printr-o experiență, încît să-i lipsească puțin de a echivala cu o demonstrație evidentă. Închipuiți-vă că această foaie este un perete ridicat pe orizontală și că de un cui înfipt în el atîrnă o sferă de plumb de o uncie sau două, suspendată de un fir subțire AB, lung de doi sau trei coți, perpendicular la orizont și pe perete trasați o linie orizontală DC, tăind perpendicular verticala AB, care să fie depărtată de perete cu aproximativ două degete; deplasînd apoi firul AB cu bila în AC, lăsați bila liberă: o veți vedea mai întîi că coboară descriind arcul CBD, și că trece cu atît dincolo de capătul B, încît, descriind arcul BD, se va ridica aproape pînă la paralela notată cu CD, rămînîndu-i să ajungă pînă acolo un interval foarte mic, fiind împiedicată să ajungă exact acolo din cauza rezistenței aerului și firului; de aici putem într-adevăr conchide că momentul cîștigat în punctul B de bilă, în coborîrea pe arcul CB, a fost atît de mare, încît a fost suficient să o împingă pe arcul asemănător BD pînă la aceeași înălțime. Făcută și repetată de mai multe ori o astfel de experiență, să fixăm în perete pe perpendiculara AB un cui, de exemplu în E sau în F, care să rămînă în afară cu cinci sau șase degete și aceasta pentru ca

firul AC, întorcîndu-se, ca mai înainte, să ducă bila C pe arcul CB, cînd ajunge în B, împiedicîndu-se în cuiul E, să fie constrîns a se mişca pe circumferinţa BG, descrisă în jurul centrului E; de aici vom vedea ce va putea face acelaşi impuls care, mai înainte, născut în acelaşi punct B, a împins acelaşi mobil de-a lungul arcului BD la înălţimea orizontalei CD. Acum domnilor, veţi vedea cu plăcere că sfera va ajunge pe orizontală în punctul G, şi că acelaşi lucru se întîmplă dacă piedica s-ar pune mai jos, ca de exemplu în F, cînd sfera va descrie arcul BI, terminîndu-şi urcarea exact pe linia CD şi dacă cuiul ar fi atît de jos încît partea de fir de sub cui nu ar ajunge la înălţimea lui CD (ceea ce s-ar întîmpla dacă ar fi mai aproape de punctul B decît la intersecţia lui AB cu orizontala CD), atunci firul ar trece peste cui şi s-ar înfăşura în jurul lui. Această experienţă nu lasă loc nici unei îndoieli asupra adevărului celor presupuse; căci cele două arce CB, DB fiind egale şi la fel situate, momentul cîştigat prin căderea pe arcul CB este acelaşi ca cel obţinut prin coborîrea pe arcul DB; dar momentul cîştigat în B pe arcul CB este în stare să reîmpingă în sus acelaşi mobil pe arcul BD; prin urmare, şi momentul cîştigat în coborîrea DB este egal cu acela care împinge acelaşi mobil pe acelaşi arc din B în D; astfel că, în general, orice moment cîştigat prin coborîrea pe un arc este egal cu acela care poate face să se ridice acelaşi mobil pe acelaşi arc; dar toate momentele care-l fac să se ridice pe arcele BD, BG, BI sînt egale, fiindcă sînt formate din acelaşi moment cîştigat prin coborîrea CB, după cum arată experienţa; prin urmare, toate momentele ce se cîştigă prin coborîrile pe arcele DB, GB, IB sînt egale.

Sagr. Raţionamentul mi se pare foarte concludent şi experienţa atît de potrivită pentru a verifica ipoteza, încît foarte uşor putem admite că ea este demonstrată.

Salv. Eu cred, d-le Sagredo, că nu are sens să ne mai ocupăm cu ea, mai ales că de această ipoteză ne servim în deosebi la mişcările pe suprafeţe plane şi nu pe cele curbe, în care

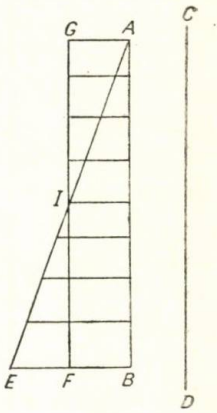
accelerația are grade foarte diferite de acelea pe care noi admitem că le are pe suprafețe plane. În acest fel, deși experiența descrisă ne arată că coborîrea pe arcul CB îi dă mobilului un astfel de moment încît poate să-l ridice din nou la aceeași înălțime pe oricare din arcele BD, BG, BI, nu putem demonstra tot atît de evident că același lucru s-ar întîmpla dacă o bilă perfectă ar trebui să coboare pe plane drepte, înclinate după înclinațiile coardelor acelorași arce; dimpotrivă, este verosimil că, aceste plane formînd unghiuri în capătul B, bila coborîtă pe înclinarea după coarda CB, întîlnind piedica în planele ce se ridică după coardele BD, BG, BI, ciocnindu-se cu aceasta, și-ar pierde din impuls, și nu ar putea, urcînd, să se ridice pînă la înălțimea liniei CD; dar înlăturînd piedica, care prejudiciază experiența, e ușor de înțeles că impulsul (care în realitate își capătă energia de la coborîrea efectuată) ar fi în stare să reconducă mobilul la aceeași înălțime. Să luăm deci pentru moment aceasta drept postulat, al cărui adevăr absolut se va stabili apoi văzînd că alte concluzii, întemeiate pe astfel de ipoteze, corespund și sînt în acord cu experiența. Admițînd acest singur principiu, Autorul trece la propozițiile concludente prin demonstrație; cea dintîi dintre ele este următoarea:

TEOREMA I. PROPOZIȚIA I

Timpul în care un spațiu este descris de un mobil ce pornește din repaus cu o mișcare uniform accelerată este egal cu timpul în care același spațiu este descris de același mobil cu o mișcare uniformă, al cărei grad de viteză este jumătatea gradului maxim și ultim de viteză al mișcării uniform accelerate menționate.

Să reprezentăm prin distanța AB timpul în care un mobil pornind din repaus din C cu o mișcare uniform accelerată descrie

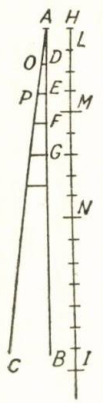
spațiul CD; iar gradul maxim și ultim al vitezei adăugate în momentele timpului AB fie reprezentat prin EB, ridicat oricum pe AB; unind apoi AE, toate liniile duse din diversele puncte ale liniei AB, paralele cu BE, la distanțe egale, vor reprezenta grade de viteză crescătoare, începînd cu momentul A. Înjumătățind apoi BE în F și ducînd paralelele FG, AG, cu BA, BF, vom construi paralelogramul AGFB, egal cu triunghiul AEB, înjumătățind prin latura sa GF pe AE în I: căci dacă prelungim paralelele triunghiului AEB pînă în IG, vom avea ansamblul tuturor paralelelor cuprinse în patrulater egal cu suma celor cuprinse în triunghiul AEB; căci cele ce se găsesc în triunghiul IEF sînt egale cu cele cuprinse în triunghiul GIA; iar cele care se cuprind în trapezul AIFB, sînt comune. Și fiindcă diverselor și tuturor momentelor timpului AB, le corespund diversele și toate punctele liniei AB, paralelele duse din acestea cuprinse în triunghiul AEB reprezintă gradele crescătoare ale vitezei adăugate, iar paralelele cuprinse în interiorul paralelogramului reprezintă tot atîtea grade ale vitezei neadăugate dar egale; este evident că s-au scos atîtea momente ale vitezei în mișcarea accelerată după numărul paralelelor crescînde ale triunghiului AEB, iar în mișcarea uniformă după numărul paralelelor paralelogramului GB; într-adevăr, ceea ce lipsește momentelor în prima jumătate a mișcării accelerate (căci lipsesc momentele reprezentate prin paralelele triunghiului AGI) se înlocuiește cu momentele reprezentate prin paralelele triunghiului IEF. Așadar, este evident că spațiile descrise în același timp de două mobile sînt egale; dintre care unul se mișcă uniform accelerat din starea de repaus iar celălalt cu o mișcare uniformă, cu un moment egal cu jumătatea momentului vitezei maxime a mișcării accelerate; ceea ce trebuia demonstrat.



TEOREMA II. PROPOZIȚIA II

Dacă un mobil oarecare pornind din repaus coboară cu o mișcare uniform accelerată, spațiile descrise de el în timpuri oarecare sînt între ele în raportul pătratelor timpurilor lor.

Să ne închipuim timpul considerat din primul moment A măsurat prin distanța AB, în care să luăm două timpuri oarecare AD, AE; și fie HI linia pe care mobilul coboară uniform accelerat din punctul H, ca prim moment al mișcării; fie apoi HL spațiul parcurs în primul interval de timp AD, iar HM spațiul pe care va coborî în timpul AE; zic că spațiul MH este către spațiul HL în raportul pătratelor timpului EA către timpul AD; sau să zicem că spațiile MH, HL au același raport pe care îl au pătratele EA, AD. Să ducem linia AC, ce formează un unghi oarecare cu AB; iar din punctele D, E, să ducem paralelele DO, EP; dintre acestea DO va reprezenta gradul maxim al vitezei cîștigate în momentul D al timpului AD; iar PE gradul maxim al vitezei cîștigate în momentul E al timpului AE. Într-adevăr, s-a demonstrat mai sus că în ceea ce privește spațiile parcurse, sînt egale între ele acelea dintre care unul este descris de un mobil ce pornește din repaus cu o mișcare uniform accelerată iar celălalt în același timp este descris de mobil cu o mișcare uniformă, a cărei viteză este jumătatea vitezei maxime cîștigată în mișcarea accelerată; este clar că spațiile MH, LH sînt aceleași care ar fi descrise cu mișcări uniforme, ale căror viteze sînt precum jumătățile PE, OD în timpurile EA, DA. Prin urmare, dacă s-ar demonstra că spațiile MH, LH sînt între ele în raportul pătratelor EA, DA, problema este demonstrată. Într-adevăr, în propoziția a IV-a a primei cărți s-a demonstrat că spațiile descrise de mobile în mișcare uniformă au între ele un raport compus din

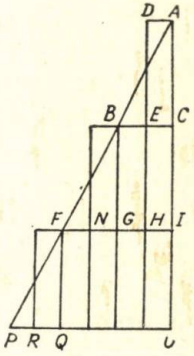


raportul vitezelor și raportul timpurilor; *dar aici raportul vitezelor este egal cu raportul timpurilor* (*căci raportul pe care-l are jumătatea PE către jumătatea OD, sau întreaga PE către întreaga OD, îl are și AE către AD*); *așa dar, raportul spațiilor descrise este egal cu raportul pătratelor timpurilor*; *ceea ce trebuia demonstrat.*

De aici se mai vede că același raport al spațiilor este egal cu raportul pătratelor gradelor maxime de viteză, adică al liniilor PE, OD, deoarece PE este către OD, precum EA către DA.

COROLARUL I

Din cele de mai sus este evident că dacă am considera oricîte timpuri egale consecutive, începînd din primul moment sau de la începutul mișcării, anume AD, DE, EF, FG, în care se descriu spațiile HL, LM, MN, NI, aceste spații vor fi între ele precum numerele neperechi începînd cu unitatea, adică precum unu, trei, cinci, șapte; *căci acesta este raportul creșterilor pătratelor liniilor ce se depășesc în mod egal și al căror surplus este egal cu cea mai mică dintre ele, adică al pătratelor luate începînd cu unitatea. Prin urmare, în timp ce gradul vitezei crește în raportul simplu al numerelor în timpuri egale, spațiile parcurse în aceleași timpuri vor crește în raportul numerelor impare începînd cu unitatea.*



Sagr. Întrerupeți, vă rog, cîtva timp lectura, pentru a putea visa un moment, asupra unei idei ce-mi vine acum în minte; pentru lămurirea căreia, pentru înțelegerea mai clară a mea și a dvs., voi face un mic desen. Îmi imaginez că linia *AI* este continuarea timpului după primul moment din *A*; ducînd apoi din *A*, după un unghi oarecare, dreapta *AF* și unind capetele *I*, *F*, împărțind timpul *AI* la mijloc prin *C*, duc *CB* paralelă la *IF*; considerînd apoi *CB* ca grad maxim al vitezei care,

începînd cu repausul în primul moment al timpului A, s-a mărit în raport cu creşterea paralelelor la BC, duse în triunghiul ABC (care însuşi creşte în raportul creşterii timpului), admit fără controversă, în urma discuţiilor de pînă acuma, că spaţiul descris de mobilul ce cade cu o viteză crescîndă în modul arătat ar fi egal cu spaţiul pe care l-ar parcurge acelaşi mobil dacă s-ar mişca în acelaşi timp AC cu o mişcare uniformă, al cărui grad de viteză ar fi egal cu EC, jumătatea lui BC. Trec acum mai departe şi, închipuindu-mi că mobilul ce cade cu mişcare accelerată are în momentul C gradul de viteză BC, este evident că, dacă el ar continua să se miște cu acelaşi grad de viteză BC, fără a se mai accelera, ar descrie în timpul următor CI un spaţiu de două ori mai mare decît acela pe care l-a descris în timpul egal AC cu gradul de viteză uniformă EC, jumătatea gradului BC, dar fiindcă mobilul coboară cu o viteză ce creşte întotdeauna în mod uniform în toate timpurile egale, va adăuga la gradul CB în timpul următor CI aceleaşi momente de viteză crescătoare după paralelele triunghiului BFG, egal cu triunghiul ABC; în acest fel, adăugînd la gradul de viteză GI jumătatea gradului FG, cel mai mare dintre gradele cîştigate în mişcarea accelerată şi ordonate de paralelele triunghiului BFG, vom avea gradul de viteză IN, cu care s-ar fi mişcat cu mişcare uniformă în timpul CI; acest grad IN fiind de trei ori mai mare decît gradul EC, ne dovedeşte că spaţiul parcurs în al doilea timp CI trebuie să fie triplul celui parcurs în primul timp CA. Şi dacă noi vom presupune că la AI s-a adăugat o altă parte egală de timp IO şi s-a mărit triunghiul pînă în APO, este evident că dacă s-ar continua mişcarea în tot timpul IO cu gradul de viteză IF, cîştigat în mişcarea accelerată în timpul AI, gradul IF fiind cuadruplul lui EC, spaţiul parcurs în timpul IO ar fi cuadruplul celui descris în primul timp egal AC; dar continuînd creşterea vitezei uniforme în triunghiul FPQ la fel ca în triunghiul ABC, care redusă la mişcarea uniformă atinge un grad egal cu EC, adăugînd QR egal cu EC, vom avea toată

viteza constantă exercitată în timpul *IO* cvintuplă celei constante din primul timp *AC* și deci spațiul parcurs cvintuplul celui parcurs în primul timp *AC*. Prin urmare, se vede și din acest calcul simplu că spațiile parcurse în timpuri egale de un mobil, care, pornind din repaus, cîștigă viteză proporțional cu creșterea timpului, sînt între ele precum numerele impare începînd cu unitatea, 1, 3, 5, și luînd împreună spațiile parcurse, cel parcurs în timp dublu este cuadruplul celui parcurs în timpul inițial, cel parcurs în timpul triplu va fi nonuplu, așadar spațiile parcurse sînt proporționale cu pătratele timpurilor.

Simpl. Mie îmi place mai mult această demonstrație simplă și clară a d-lui Sagredo decît cea a Autorului, mai obscură pentru mine; astfel că înțeleg foarte bine că lucrurile trebuie să se petreacă astfel, admițînd definiția mișcării uniform accelerate. Dar mă îndoiesc încă dacă accelerația de care se servește natura în mișcarea corpurilor grele în cădere este aceasta; de aceea, pentru înțelegerea mea și a altora asemănători mie, mi se pare că ar fi fost oportun ca acum să se arate cîteva din multele experiențe care în diverse cazuri sînt de acord cu concluziile demonstrate.

Salv. Dumneavoastră, ca un adevărat învățat, îmi cereți un lucru foarte rațional; așa este obiceiul și se cuvine în științele care aplică la concluziile naturale demonstrații matematice, cum se vede la cei care se ocupă cu perspectiva, astronomia, mecanica, muzica etc., care prin experiențe judicioase confirmă principiile lor care sînt temelia întregii structuri următoare; de aceea, să nu ni se pară de prisos dacă am discutat prea mult despre primul și cel mai important fundament, pe care se sprijină imensa mașină a infinitelor concluzii, din care numai o mică parte sînt date de Autor în această carte, care a făcut deajuns pentru a deschide calea care pînă acum fusese închisă minților speculative. Așadar, în ceea ce privește experiențele, Autorul nu a neglijat să le facă; și pentru a mă asigura că mișcarea accelerată a corpurilor grele ce cad

în mod natural are loc în proporția menționată, de multe ori m-am găsit în societatea sa pentru a o dovedi în felul următor.

Pe o riglă, sau să zicem o scîndură de lemn, lungă de vreo 12 coți, largă de vreo jumătate de cot și groasă de 3 degete, s-a tăiat pe partea îngustă, un canal ceva mai larg de un deget : trăgîndu-l foarte drept, și, pentru a fi bine curățit și netezit, lipind în interiorul lui un pergament cît mai neted și lustruit, se lăsa să cadă de-a lungul lui o bilă dură de bronz, bine rotunjită și curățită ; după ce s-a construit această riglă, ridicînd deasupra planului orizontal una din extremitățile sale cu un cot sau doi după voie, se lăsa (după cum spun) să cadă de-a lungul acestui canal sfera, notînd, după cum voi spune îndată, timpul necesar pentru a-l parcurge întreg. Am repetat această experiență de mai multe ori, pentru a ne asigura bine de intervalul de timp, asupra căruia nu se găsea niciodată o diferență nici măcar de a zecea parte a unei bătăi de puls. Făcînd și stabilind în mod precis o astfel de operație, lăsam să cadă aceeași bilă numai pe a patra parte a lungimii acestui canal și măsurînd timpul de coborîre se găsea întotdeauna în mod precis că este jumătatea celuilalt ; făcînd apoi experiențe pe alte lungimi, comparînd timpul întregii lungimi cu timpul jumătății, sau cu cel de două treimi, sau de 3/4, sau în concluzie cu orice altă diviziune, prin experiențe repetate de mai bine de o sută de ori se găsea că spațiile parcurse sînt între ele ca pătratele timpurilor și aceasta pentru toate înclinările planului, adică ale canalului de-a lungul căruia cădea bila ; de aici am mai dedus că timpurile de cădere pentru diversele înclinări sînt între ele foarte precis în raportul pe care îl vom găsi menționat și demonstrat de Autor. În ceea ce privește apoi măsura timpului, se ținea un mare vas plin cu apă, suspendat la înălțime, din care printr-o mică țeavă, fixată la fund, curgea un fir subțire de apă, care era adunată într-un mic pahar tot timpul cît bila cădea în canal sau în părțile sale ; apoi cantitățile de apă, adunate în acest fel, se cîntăreau în fiecare caz cu o

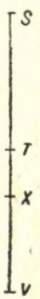
balanță foarte precisă, diferențele și proporțiile greutăților lor dîndu-ne diferențele și proporțiile timpurilor; și aceasta cu atîta precizie încît, după cum am spus, astfel de operații, repetate de multe și multe ori, niciodată nu difereau cu un moment apreciabil.

Simpl. Mi-ar fi cauzat o mare satisfacție să fiu prezent la aceste experiențe; dar fiind sigur de precizia dvs. în a le executa și de fidelitatea în a le reproduce mă liniștesc și le admit ca sigure și adevărate.

Salv. Putem deci relua lectura noastră și continua.

COROLARUL II

Urmează, în al doilea rînd, că dacă de la începutul mișcării se iau două spații, parcurse în timpuri oarecare, timpurile acestora vor fi între ele precum una dintre ele către spațiul media proporțională a celor două spații. Într-adevăr, luînd de la începutul S al mișcării două spații ST, SV, a căror medie proporțională fie SX, timpul de cădere pe ST va fi către timpul de cădere pe SV precum ST către SX sau să zicem, timpul pe SV către timpul pe ST este precum VS către SX. Dar fiindcă s-a demonstrat că spațiile parcurse sînt în raportul pătratelor timpurilor sau (ceea ce este același lucru) precum pătratele timpurilor; iar raportul spațiului VS către spațiul ST este precum pătratul raportului lui VS către SX sau același ca raportul pătratelor VS, SX; este evident, că raportul timpurilor de cădere pe SV, SP este egal cu al spațiilor sau liniilor VS, SX.



OBSERVAȚIE

Ceea ce s-a demonstrat privitor la căderile de-a lungul perpendicularei trebuie să înțelegem că se referă și la căderile pe orice plane înclinate; deoarece în ele s-a admis că gradul de viteză

creşte în acelaşi raport, anume după creşterea timpului sau să zicem după şirul simplu al numerelor întregi.

*Salv.**). Aş dori acum, d-le Sagredo, să-mi fie permis şi mie, deşi probabil aceasta va plictisi mult pe dl. Simplicio, a amîna puţin lectura prezentă, pentru a putea explica ce s-a spus şi s-a demonstrat pînă acuma şi, în legătură cu ştirea despre anumite concluzii mecanice aflate deja de Academicianul nostru, îmi vine acum în minte că aş putea adăuga ceva pentru confirmarea mai sigură a principiului ce a fost examinat mai sus de noi prin discuţii probabile şi experienţe, ba chiar ceea ce interesează mai mult, pentru a-l dovedi în mod geometric, demonstrînd mai întîi o singură lemă elementară în considerarea impulsurilor.

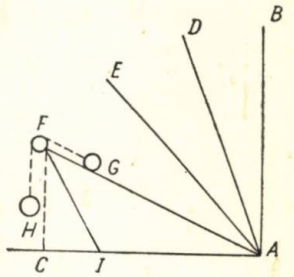
Sagr. Dacă acesta este profitul pe care ni-l promiteţi, voi cheltui cu plăcere oricît timp, fiind vorba de a confirma şi de a stabili definitiv ştiinţa mişcării; în ceea ce mă priveşte, sînt gata nu numai să vă satisfac, ci mai mult, vă rog să-mi satisfaceţi curiozitatea pe care mi-aţi trezit-o; şi cred că dl. Simplicio este de aceeaşi părere.

Simpl. Sînt întru totul de acord.

---

*) Paginile ce urmează de la acest aliniat pînă la cuvintele: „*Salv.* Voi relua deci lectura textului" sînt introduse în *Dialogurile* publicate de Viviani în Operele lui Galilei tipărite în 1655, după dorinţa autorului de a fi puse într-o nouă ediţie. Privitor la acest adaos ne lămureşte scrisoarea lui Galilei către Benedetto Castelli din 3 decembrie 1639, în care prin cuvintele „acest tînăr" se face aluzie la Viviani: „Observaţiile pe care mi le-a făcut deja de mai multe luni acest tînăr, în prezent oaspetele şi discipolul meu, faţă de principiul admis de mine în tratatul meu despre mişcarea accelerată, pe care el îl studia atunci cu multă rîvnă, m-au determinat prin aceasta să meditez asupra lui, pentru a mă convinge de adevărul acestui principiu, astfel că în sfîrşit mi-a reuşit, spre deosebita plăcere a sa şi a mea, să găsesc, dacă nu greşesc, demonstraţia concludentă, pe care pînă acum am comunicat-o mai multora. El a făcut acum o redactare a acestuia pentru mine, care, fiind complet lipsit de vedere, poate m-aş fi încurcat în figurile şi caracterele necesare. Este scrisă în dialog, ca venindu-i în minte lui Salviati, pentru ca, atunci cînd se vor retipări *Dialogurile* şi demonstraţiile mele, să poată fi introdusă imediat după observaţia propoziţiei a doua a tratatului amintit mai sus, ca o teoremă esenţială fundamentării ştiinţei mişcării elaborată de mine. Aceasta v-o comunic în scris, înaintea oricărui altuia, aşteptînd în deosebi părerea dvs. şi după aceea a prietenilor noştri de aici, cu intenţia de a trimite apoi alte copii altor prieteni din Italia şi Franţa, dacă îmi veţi da acest sfat".

Salv. Aşadar, deoarece îmi permiteţi, să considerăm în primul rînd, ca un efect cunoscut, că momentele sau vitezele aceluiaşi mobil sînt diferite pentru diversele înclinări ale planului şi că cea mai mare este pe linia ridicată perpendicular la orizont şi că pentru celelalte înclinări viteza se micşorează pe măsură ce ele se îndepărtează mai mult de verticală, adică cu cît se înclină mai oblic; de aceea impulsul, tendinţa, energia, vreau să zic momentul, coborîrii se micşorează de către planul pe care mobilul se sprijină şi coboară. Pentru a mă exprima mai clar, fie linia *AB* ridcată perpendicular pe orizontala *AC*; să dăm apoi acesteia diverse înclinări faţă de orizontală ca *AD*, *AE*, *AF* etc.; zic că impulsul maxim şi total al corpului greu în cădere este de-a lungul perpendicularei *BA*, mai mic pe *DA*, şi mai mic pe *EA* şi scade succesiv pe cea mai înclinată *FA* şi în sfîrşit, dispare cu totul pe orizontala *CA*, unde mobilul se găseşte indiferent faţă de mişcare şi repaus şi nu are prin el însuşi nici o tendinţă de a se mişca în vreo parte oarecare, nici nu opune vreo rezistenţă la a fi mişcat, deoarece, după cum este imposibil ca un corp greu sau unul compus din ele să se mişte în mod natural în sus, îndepărtîndu-se de centrul comun spre care tind toate corpurile grele, la fel este imposibil ca el să se mişte spontan, dacă printr-o astfel de mişcare proprie a sa centrul de greutate nu se apropie de centrul comun menţionat; de aceea, pe orizontală, prin care aici se înţelege o suprafaţă egal depărtată de centru şi de aceea cu totul lipsită de înclinare, impulsul sau momentul mobilului va fi zero.



Cunoscînd această schimbare de impuls, sînt forţat să explic aici ceea ce, într-un vechi tratat de mecanică scris încă la Padova de Academicianul nostru, numai pentru uzul elevilor săi, s-a demonstrat pe larg şi în mod concludent, cu ocazia

considerării originii și naturii minunatului instrument numit șurub și anume în ce raport are loc variația impulsului pentru diversele înclinări ale planului. De exemplu, pentru planul înclinat AF, ducînd înclinația față de orizontală, adică linia FC, pentru care impulsul unui corp greu și momentul de cădere este maxim, se caută în ce raport se găsește acest moment față de momentul mobilului pe dreapta înclinată FA; eu zic că acest raport este egal cu raportul invers al lungimilor; aceasta fie lema ce trebuie pusă înaintea teoremei, pe care sper apoi să o demonstrez. Este evident că impulsul de cădere al unui corp greu este egal cu rezistența sau forța minimă suficientă pentru a-l opri; pentru această forță și rezistență și măsura sa, mă voi servi de greutatea unui alt mobil. Să presupunem acum că pe planul FA așezăm mobilul G, legat de un fir care, trecînd prin F, să aibă atîrnată o greutate H; și să considerăm că spațiul coborîrii sau al urcării verticale a acestuia este întotdeauna egal cu întreaga urcare sau coborîre a mobilului G pe dreapta înclinată AF, dar nu cu urcarea sau coborîrea perpendiculară, în care singur mobilul G (la fel ca orice alt mobil) își exercită rezistența. Aceasta este evident. Într-adevăr, să considerăm, în triunghiul AFC, că mișcarea mobilului G, de exemplu în sus, de la A la F, este compusă din orizontala AC și din perpendiculara CF; și fiindcă pe orizontală, după cum s-a spus, corpul nu opune nici o rezistență la a fi mișcat (nepierzînd nimic printr-o astfel de mișcare, nici cîștigînd în ceea ce privește distanța sa de la centrul comun de greutate al corpurilor, care pe orizontală rămîne întotdeauna aceeași); rezultă că se întîmpină rezistențe numai cînd trebuie să se ridice pe perpendiculara CF. Prin urmare, în timp ce corpul greu G, mișcîndu-se din A în F, se împotrivește singur, în urcarea pe spațiul perpendicular CF, celălalt corp greu H coboară în mod necesar la vale întreg spațiul FA și raportul dintre urcare și coborîre se menține întotdeauna același, indiferent că mișcarea mobilelor menționate este mică sau mare (fiind legate unul de celălalt); putem să

afirmăm cu hotărîre că, în caz de echilibru, adică de repaus între mobile, momentele, vitezele și tendințele lor spre mișcare, adică spațiile pe care le-ar parcurge în același timp, trebuie să fie invers proporționale cu greutățile lor, după cum se demonstrează în toate cazurile de mișcări mecanice; astfel că, pentru a împiedica coborîrea lui G, va fi suficient ca H să fie cu atît mai ușor decît el cu cît spațiul CF este mai mic decît spațiul FA. Fie, așadar, după cum FA către FC, tot astfel corpul greu G către corpul greu H, căci atunci vom avea echilibru, adică corpurile grele H, G vor avea momente egale, și mișcarea mobilelor va înceta. Și deoarece am convenit că un mobil are atîta impuls, energie, moment, sau tendință de mișcare cîtă este forța sau rezistența minimă suficientă pentru a-l opri*) și s-a conchis că corpul greu H este suficient să oprească mișcarea corpului greu G, atunci greutatea mai mică H, care își exercită momentul total de-a lungul perpendicularei FC, va fi măsura precisă a momentului parțial pe care greutatea mai mare G o exercită pe planul înclinat FA; dar măsura momentului total al corpului greu G este el însuși (deoarece pentru a împiedica coborîrea perpendiculară a unui crop greu se cere opunerea unui corp tot atît de greu, care de asemenea să aibă libertatea de a se mișca perpendicular); așadar, impulsul sau momentul parțial al lui G pe dreapta înclinată FA, către impulsul maxim și total al aceluiași G pe perpendiculara FC va fi precum greutatea H către greutatea G adică, prin construcție, după cum această perpendiculară FC, care este înălțimea celei înclinate, către însăși înclinata FA; aceasta s-a propus spre a fi demonstrată prin lemă și, după cum se va vedea, Autorul nostru a presupus-o cunoscută în partea doua a aceleiași propoziții a tratatului de față.

Sagr. Din cele ce domnia voastră a conchis pînă acuma, mi se pare că se poate deduce ușor, argumentînd *ex aequali*

*) În această propoziție se află conținut în germene principiul egalității acțiunii și reacțiunii, formulat mai tîrziu de către Newton.

cu raportul perturbat *), că momentele aceluiaşi mobil pe plane înclinate diferit, ca FA, FI, care au aceeaşi înălţime, sînt între ele în raport invers cu aceste plane.

Salv. Concluzie foarte adevărată. După ce am stabilit aceasta, trec la demonstrarea teoremei, adică:

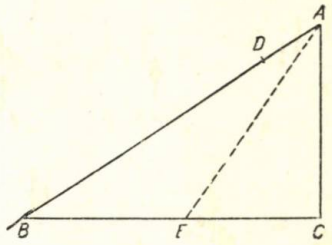
> Gradele de viteză ale unui mobil ce coboară cu o mişcare naturală de la aceeaşi înălţime pe plane înclinate în mod oarecare, ajungînd la orizontală sînt întotdeauna egale, dacă s-au înlăturat piedicile.

Aici trebuie mai întîi să atragem atenţia că, după ce am stabilit că pentru orice înclinări mobilul pornind din repaus îşi măreşte viteza sau cantitatea de impuls în raport cu timpul (potrivit definiţiei date de Autor mişcării natural accelerate) de unde, după cum a demonstrat el prin propoziţia precedentă, spaţiile parcurse sînt proporţionale cu pătratele timpurilor şi în consecinţă cu gradele de viteză; după cum au fost impulsurile în prima mişcare, proporţional cu ele vor fi gradele de viteză cîştigate în acelaşi timp, fiindcă atît acestea cît şi acelea cresc în acelaşi raport şi în acelaşi timp.

Fie AB planul înclinat, AC înălţimea sa faţă de orizontală şi CB orizontala, şi fiindcă, după cum am conchis mai sus impulsul unui mobil pe perpendiculara AC este către impulsul aceluiaşi mobil pe planul înclinat AB, precum AB către AC, pe înclinata AB să luăm AD, a treia proporţională între AB, AC; prin urmare, impulsul pe AC către impulsul pe AB, adică pe AD, este precum AC către AD; şi de aceea, în acelaşi timp în care mobilul ar parcurge spaţiul perpendicular AC, va parcurge şi spaţiul AD pe înclinata AB (momentele fiind precum spaţiile) şi gradul de viteză în C către gradul de viteză în D va avea de asemenea aceeaşi proporţie a lui AC către AD. Dar gradul de viteză în B către acelaşi grad în D este precum timpul

*) corespunde operaţiei de înmulţire a două proporţii.

pe AB către timpul pe AD, datorită definiției mișcării accelerate, iar timpul pe AB către timpul pe AD este precum AC, media dintre BA, AD, către AD, datorită ultimului corolar al propoziției a doua; așadar gradele în B și C către gradul în D au același raport ca AC către AD și de aceea sînt egale; aceasta este teorema pe care am voit să o demonstrez.



De aici vom putea să demonstrăm în mod mai concludent următoarea a treia propoziție a Autorului, în care el se folosește de principiul: timpul de-a lungul înclinatei către timpul de-a lungul perpendicularei are același raport ca înclinata către perpendiculară. Într-adevăr, zicem: dacă BA este timpul pe AB, timpul pe AD va fi media dintre ele, adică AC, din cauza corolarului al doilea al propoziției a doua, dar dacă AC este timpul pe AD, va fi și timpul pe AC, fiindcă AD,AC sînt parcurse în timpuri egale și de aceea, dacă BA este timpul pe AB, AC va fi timpul pe AC. Așadar, după cum AB către AC, la fel timpul pe AB către timpul pe AC.

Prin același raționament se poate demonstra că timpul pe AC către timpul pe cealaltă înclinată AE este precum AC către AE, deci, *ex aequali*, timpul pe înclinata AB către timpul pe înclinata AE este de asemenea după cum AB către AE etc.

De asemenea, printr-un raționament analog cu al acestei teoreme, după cum dl Sagredo va vedea foarte bine, se putea demonstra imediat a șasea propoziție a Autorului; dar deocamdată fie de ajuns această digresiune, care probabil i s-a părut foarte plicticoasă, deși în realitate folositoare în ceea ce privește mișcarea.

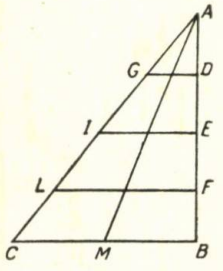
Sagr. Ba chiar mi-a plăcut foarte mult și este foarte necesară pentru înțelegerea perfectă a acestui principiu.

Salv. Voi relua deci lectura textului.

TEOREMA III. PROPOZIȚIA III

Dacă pe un plan înclinat și pe perpendiculară, a căror înălțime este aceeași, se mișcă din starea de repaus același mobil, timpurile de parcurs vor fi între ele precum lungimea planului și a perpendicularei.

Fie AC planul înclinat iar AB perpendiculara, a căror înălțime deasupra orizontalei CB fie aceeași, adică însăși linia BA; zic că timpul de cădere al mobilului pe planul AC, către timpul de cădere pe perpendiculara AB, au același raport pe care îl are lungimea planului AC către lungimea perpendicularei AB. Într-adevăr, să considerăm oricîte linii DG, EI, FL, paralele cu orizontala CB; din ipoteză rezultă că gradele de viteză ale mobilului ce pornește din A, începutul mișcării cîștigate, în punctele G, D, sînt egale, deoarece apropierile de orizontală sînt egal de mari; la fel, gradele în punctele I, E vor fi aceleași, la fel și gradele în L și F. Căci dacă nu considerăm numai aceste paralele, ci și cele duse din toate punctele liniei AB la linia AC, momentele sau gradele vitezelor la capetele diverselor paralele vor fi întotdeauna egale între ele. Așadar, cele două spații AC, AB sînt descrise cu aceleași grade de viteză. Dar s-a demonstrat că dacă două spații sînt descrise de un mobil ce se mișcă cu aceleași grade de viteză, spațiile vor avea între ele același raport pe care îl au timpurile de parcurgere, prin urmare timpul de parcurgere pe AC către timpul pe AB este precum lungimea planului AC către lungimea perpendicularei AB; ceea ce trebuia demonstrat.



Sagr. Mi se pare că același lucru se putea conchide foarte clar și pe scurt, știindu-se deja că suma mișcării accelerate a trecerilor prin *AC*, *AB* este egală cu mișcarea uniformă al

cărei grad de viteză este egal cu jumătatea gradului maxim CB; prin urmare, parcurgînd cele două spații AC, AB cu aceeași mișcare uniformă, este evident, potrivit primei propoziții, că timpurile de parcurs vor fi ca înseși spațiile.

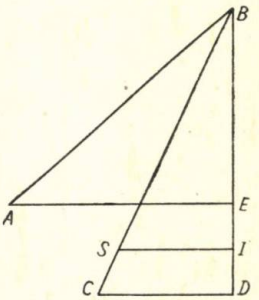
COROLAR

De aici rezultă că timpurile de coborîre pe planele înclinate diferit, dar avînd aceeași înălțime, sînt între ele ca lungimile lor. Într-adevăr, dacă presupunem că planul AM din A se termină pe aceeași orizontală CB, la fel se va demonstra, că timpul de coborîre pe AM către timpul pe AB este precum linia AM către AB; dar după cum timpul pe AB către timpul pe AC, la fel linia AB către AC; așadar, prin egalitate, după cum AM către AC, la fel timpul pe AM către timpul pe AC.

TEOREMA IV. PROPOZIȚIA IV

Timpurile de cădere pe plane egale, dar inegal înclinate, sînt între ele ca rădăcinile pătrate ale înălțimilor acelor plane luate invers.

Fie BA, BC plane egale, dar inegal înclinate, avînd același vîrf B; și ducînd liniile orizontale AE, CD pînă la perpendiculara BD, fie BE înălțimea planului BA iar BD înălțimea planului BC; iar BI fie media proporțională a înălțimilor DB, BE: este clar că raportul DB către BI este egal cu rădăcina pătrată a lui DB către BE. Zic că raportul timpurilor de cădere sau coborîre pe planele BA, BC este egal cu raportul lui DB către BI luat invers, anume că timpului de cădere pe BA îi corespunde înălțimea celuilalt plan BC, adică BD, iar timpului de cădere pe BC îi corespunde BI. Trebuie deci să demonstrăm că timpul pe BA către timpul pe BC este precum

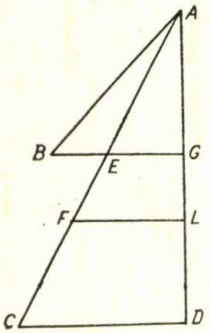


DB către BI. Să ducem IS echidistantă cu DC; și fiindcă s-a demonstrat deja că timpul de coborîre pe BA este către timpul de cădere pe perpendiculara BE precum BA către BE, iar timpul pe BE către timpul pe BD precum BE către BI, iar timpul pe BD către timpul pe BC precum BD către BC sau BI către BS, prin urmare, prin egalitate, timpul pe BA către timpul pe BC va fi precum BA către BS sau CB către BS; dar CB este către BS precum DB către BI; așadar propoziția este evidentă.

TEOREMA V. PROPOZIȚIA V

Raportul timpurilor de cădere pe plane ce au înclinări și lungimi diferite, precum și înălțimi inegale, se compune din raportul lungimilor planelor și din raportul rădăcinilor înălțimilor lor luate invers.

Fie AB, AC plane de înclinări diferite, avînd lungimi neegale și la fel înălțimi neegale; zic că raportul timpului de cădere pe AC către timpul pe AB este compus din raportul lui AC către AB și din raportul rădăcinilor înălțimilor lor luate invers. Într-adevăr, să ducem perpendiculara AD, pe care o întîlnesc BG, CD și fie AL media proporțională între DA, AG; iar paralela la orizontală dusă din punctul L va întîlni planul AC în F; AF va fi media între CA, AE. Și fiindcă timpul de cădere pe AC este către timpul pe AE precum linia FA către AE iar timpul pe AE către timpul pe AB precum însăși AE către AB; este evident că timpul pe AC este către timpul pe AB precum AF către AB; rămîne deci să demonstrăm că raportul lui AF către AB se compune din raportul lui CA către AB și din raportul lui GA către AL, care este raportul rădăcinilor pătrate ale

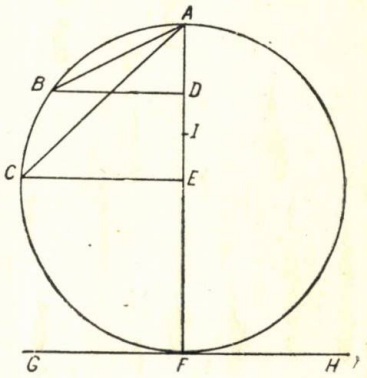


înălțimilor DA, AG luate invers. Aceasta însă devine evident punînd CA între FA, AB; căci raportul FA către AC este același cu raportul lui LA către AD sau al lui GA către AL, care este raportul rădăcinilor pătrate a înălțimilor GA, AD; iar raportul lui CA către AB este însuși raportul lungimilor; așadar propoziția este evidentă.

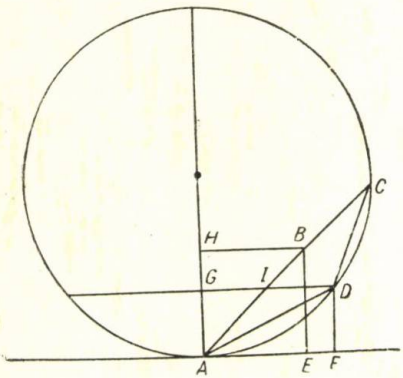
TEOREMA VI. PROPOZIȚIA VI

Dacă din punctul cel mai înalt sau cel mai de jos al unui cerc ridicat pe orizontală se duc plane înclinate oarecare pînă la circumferință, timpurile de coborîre vor fi egale între ele.

Fie un cerc ridicat pe orizontala GH din al cărui punct cel mai de jos, adică din punctul de contact cu orizontala, să ridicăm diametrul FA și din punctul cel mai de sus A să ducem plane înclinate oarecare AB, AC pînă la circumferință: zic că timpurile de cădere pe ele sînt egale. Să ducem BD, CE perpendiculare pe diametru și fie AI mediile proporționale între înălțimile planelor EA, AD; și fiindcă dreptunghiurile FAE, FAD sînt egale cu pătratele lui AC, AB iar dreptunghiul FAE este către dreptunghiul FAD, precum EA către AD; prin urmare, după cum pătratul lui CA către pătratul lui AB la fel linia EA către linia AD. Într-adevăr, după cum linia EA către DA, tot astfel pătratul lui IA către pătratul lui AD; deci pătratele liniilor CA, AB sînt între ele precum pătratele liniilor IA, AD și astfel după cum linia CA către linia AB, la fel linia IA către AD. În cele



precedente însă s-a demonstrat că raportul timpului de coborîre pe AC către timpul de coborîre pe AB se compune din rapoartele CA către AB și DA către AI, care este egal cu raportul lui BA către AC; prin urmare, raportul timpului de coborîre pe AC către timpul de coborîre pe AB se compune din rapoartele CA către AB și BA către AC; deci raportul acestor timpuri este un raport de egalitate; așadar propoziția este evidentă.



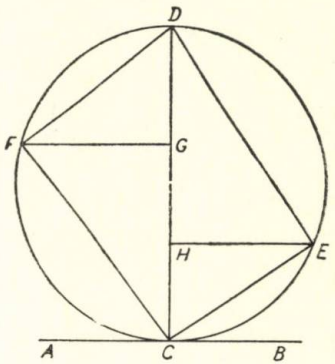
Același lucru se demonstrează altfel cu metodele mecanicii: anume că în figura următoare, mobilul parcurge în timpuri egale CA, DA.

Într-adevăr, fie BA egală cu DA și să ducem perpendicularele BE, DF; se știe din elementele mecanicii că momentul greutății pe planul ridicat după linia ABC către momentul său total este precum BE către BA și momentul aceleiași greutăți pe dreapta AD este către momentul său total precum DF către DA sau BA; deci momentul aceleiași greutăți pe planul înclinat după DA către momentul pe planul înclinat după ABC este precum linia DF către linia BE; din această cauză, spațiile pe care le va parcurge aceeași greutate în timpuri egale pe înclinările CA, DA vor fi între ele, din propoziția doua a cărții întîi, precum liniile BE, DF. Într-adevăr, se poate demonstra că, după cum BE către DF, la fel se raportă AC către DA; așadar, același mobil va parcurge în timpuri egale liniile CA, DA.

Iar că după cum BE către DF, la fel CA către DA, se demonstrează astfel:

Să unim CD și, prin D și B să ducem, paralel cu AF, pe DGL, tăind CA în punctul I și pe BH; unghiul ADI va fi egal cu unghiul DCA, cuprinzînd circumferințele egale LA, AD și

unghiul DAC este comun. Prin urmare, laturile ce cuprind unghiuri egale în triunghiurile echiunghe CAD, DAI sînt proporționale și după cum CA către AD, la fel DA către AI, adică BA către AI sau HA către AG, adică BE către DF : ceea ce trebuia demonstrat.



Același lucru se va demonstra mai repede astfel :

Să ridicăm pe orizontala AB un cerc, al cărui diametru CD să fie perpendicular pe orizontală ; iar din vîrful cel mai de sus D să ducem un plan înclinat oarecare DF pînă la circumferință ; zic că coborîrea pe planul DF și căderea pe diametrul DC al aceluiași mobil are loc în timpuri egale. Într-adevăr, să ducem FG paralelă cu orizontala AB, care va fi perpendiculară pe diametrul DC și să unim FC ; și deoarece timpul de cădere pe DC către timpul de cădere pe DG este precum media proporțională dintre CD, DG către DG ; iar media dintre CD, DG este DF, fiindcă unghiul DFG din semicerc este drept și FG perpendiculară pe DC ; în consecință timpul de cădere pe DC către timpul de cădere pe DG este precum linia FD către DG. Dar s-a demonstrat deja că timpul de cădere pe DF către timpul de cădere pe DG este precum linia DF către DG ; așadar, timpurile de cădere pe DF și căderea pe DG au același raport către timpul de cădere pe DG ; prin urmare, sînt egale. La fel se poate demonstra că dacă din punctul cel mai de jos C se ridică coarda CE, ducînd EH paralelă cu orizontala și unind ED, timpul de coborîre pe EC este egal cu timpul de cădere pe diametrul DC.

COROLARUL I

De aici rezultă că timpurile de coborîre pe toate coardele duse din punctele extreme C și D sînt egale între ele.

COROLARUL II

De asemenea rezultă că dacă din același punct se coboară o perpendiculară și un plan înclinat, pe care coborîrile au loc în timpuri egale, ele se găsesc într-un semicerc, al cărui diametru este însăși perpendiculara.

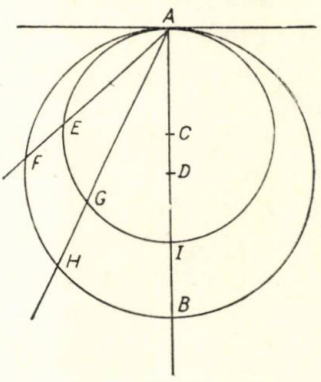
COROLARUL III

De aici rezultă că timpurile de coborîre pe plane înclinate sînt egale atunci cînd înălțimile părților egale ale acelorași plane sînt între ele precum lungimile planelor: fiindcă s-a arătat că timpurile pe CA, DA, în figura penultimă, sînt egale dacă înălțimea părții AB, egală cu AD, adică BE, către înălțimea DF este precum CA către DA.

Sagr. Întrerupeți vă rog puțin lectura celor ce urmează, pînă cînd îmi lămuresc o anumită idee ce-mi vine în minte; care, dacă nu este o greșeală, nu e departe de o glumă inocentă, cum sînt toate cele ce se ivesc în mod natural sau din necesitate.

Este evident că dacă dintr-un punct al unui plan orizontal se trasează pe plan o infinitate de linii drepte, în toate direcțiile, pe fiecare din ele mișcîndu-se un punct cu o mișcare uniformă, începînd a se mișca toate în același moment din punctul considerat și dacă vitezele tuturora sînt egale, punctele mobile vor descrie circumferințe de cercuri, din ce în ce mai mari, toate concentrice în jurul primului punct considerat; exact după cum vedem că se formează undele unei ape stătătoare, după ce a căzut în ea de la înălțime o piatră, lovitura căreia servește ca început al mișcării în toate părțile și rămîne centrul tuturor cercurilor ce se formează, succesiv, din ce în ce mai mari, de către aceste unde. Dacă însă ne vom imagina un plan ridicat pe orizontală și în acesta vom considera un punct foarte înalt, din care ducem o infinitate de linii după toate înclinările, pe care ne închipuim că se coboară mobile grele,

fiecare cu o mișcare natural accelerată, cu vitezele corespunzătoare diverselor înclinări; admițînd că aceste mobile ce coboară sînt permanent vizibile, pe ce fel de linii le vom vedea situate în mod continuu? Acum încep să mă mir, fiindcă demonstrațiile precedente mă asigură că întotdeauna se vor vedea toate pe aceeași circumferință de cerc ce crește continuu, după cum mobilele în coborîre se îndepărtează succesiv din ce în ce mai mult de punctul cel mai de sus, care este începutul căderii lor. Pentru a mă exprima mai clar, fie punctul A cel mai de sus, din care se coboară liniile AF, AH de o înclinare oarecare și perpendiculara AB, pe care luînd punctele C, D, să se descrie în jurul lor cercuri ce trec prin punctul A, tăind liniile înclinate în punctele F, H, B, E, G, I; este evident, din demonstrațiile anterioare, că pornind în același moment din vîrful A mobile ce coboară de-a lungul acestor linii, cînd unul va fi în E, celălalt va fi în G și al treilea în I; și astfel, continuînd să coboare, se vor găsi în același moment în F, H, B; și continuînd să se miște acestea și altele infinit de multe pe o infinitate de înclinări diverse, ele se vor găsi succesiv pe aceleași circumferințe devenite din ce în ce mai mari la infinit. Prin urmare, din cele două feluri de mișcări, de care se servește natura, se naște printr-o minunată diversitate corespunzătoare, familia unei infinități de cercuri; se așază, ca într-un sediu și principiu original, în centrul infinității de cercuri concentrice; aceasta se formează din contactul cel mai înalt al infinității de circumferințe de cercuri, toate excentrice între ele, acelea se nasc din mișcări uniforme și egale; acestea, din mișcări întotdeauna inegale în ele însile și neegale una cu cealaltă,



care se exercită pe diferitele înclinări infinite. Dar să mai adăugăm că, dacă din cele două puncte, menționate ca puncte de plecare, ne închipuim că se duc linii nu numai pe două suprafețe, orizontală și verticală ci în toate direcțiile, după cum din acelea, pornind dintr-un singur punct, se trece la formarea cercurilor, de la cel mai mic la cel mai mare, astfel, pornind dintr-un singur punct, vom vedea născîndu-se o infinitate de sfere, sau să zicem o sferă care se amplifică într-o infinitate de mărimi și aceasta în două feluri: anume, sau punînd originea în centru, sau pe circumferința acestor sfere.

Salv. Ideea este într-adevăr foarte frumoasă și corespunzătoare ingeniozității d-lui Sagredo.

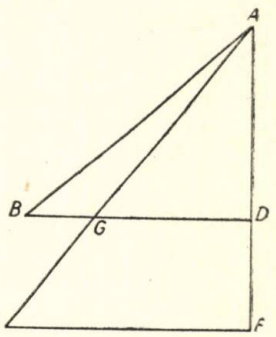
Simpl. Eu fiind mai puțin capabil de a reflecta asupra celor două feluri de a produce, prin două mișcări naturale diferite, cercurile și sferele, deși nu înțeleg prea bine producerea lor ce depinde de mișcarea accelerată și demonstrația ei, totuși din faptul că se poate indica drept loc al originii atît centrul cel mai de jos cît și suprafața sferică cea mai înaltă, mă face să cred că se poate întîmpla ca aceste concluzii adevărate și minunate să închidă vreun mare mister; zic mister aparținînd creației universului, care se crede că este de formă sferică, și rezidenței primei cauze.

Salv. Mie nu-mi displace să cred același lucru. Dar astfel de reflexii profunde aparțin doctrinelor mai înalte decît ale noastre; iar noi să ne mulțumim a fi acei mai puțini demni maeștri, care descoperă și scot marmora, din care apoi sculptorii sîrguincioși fac să apară imagini minunate, care stăteau ascunse sub scoarța dură și informă. Acum, dacă vă convine, să continuăm.

TEOREMA VII. PROPOZIȚIA VII

Dacă înălțimile a două plane au același raport ca pătratele lungimilor lor, mișcările pe ele, din repaus, vor avea loc în timpuri egale.

Fie AE, AB două plane neegale și inegal înclinate, ale căror înălțimi fie FA, DA; raportul lui AE către AB va fi același ca al pătratelor lui FA către DA: zic că timpurile de cădere pe planele AE, AB, din repausul din A, sînt egale. Să ducem paralelele la orizontală pînă la linia înălțimilor EF și DB, care taie pe AE în G; și fiindcă raportul lui FA către AD este egal cu raportul pătratelor lui EA către AB și, după cum FA către AD, la fel EA către AG, prin urmare raportul lui EA către AG este egal cu raportul pătratelor lui EA către AB; deci AB este media între EA, AG. Și fiindcă timpul de coborîre pe AB către timpul pe AG este precum AB către AG iar timpul de coborîre pe AG către timpul pe AE este precum AG către media între AG, AE, care este AB, prin urmare, prin egalitate, timpul pe AB către timpul pe AE este precum AB către ea însăși; așadar, timpurile sînt egale; ceea ce trebuia demonstrat.

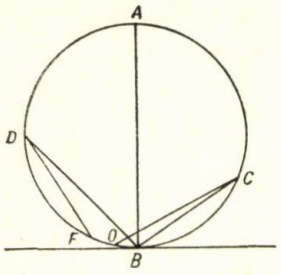


TEOREMA VIII. PROPOZIȚIA VIII

Pe planele tăiate de un cerc ridicat pe orizontală, pe acelea care se întîlnesc cu capătul diametrului ridicat, fie în partea de jos fie în cea de sus, timpurile de parcurgere sînt egale cu timpurile de cădere pe diametru; pe acelea însă care nu taie diametrul timpurile sînt mai scurte; în sfîrșit, pe acelea care taie diametrul sînt mai lungi.

Fie AB diametrul cercului ridicat perpendicular pe orizontală. Am demonstrat deja despre planele duse de la A, B la circumferință că timpurile de parcurgere pe ele sînt egale. Despre

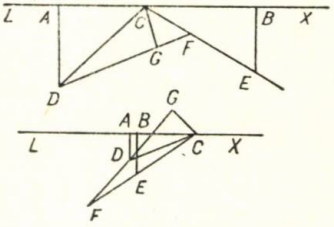
planul DF care nu atinge diametrul, se demonstrează că timpul de coborîre pe el este mai scurt, ducînd planul DB care este mai lung și are înclinare mai mică decît DF; deci timpul pe DF este mai scurt decît pe DB, adică pe AB. Iar despre planul ce taie diametrul, ca CO, se constată în același fel, că timpul de cădere pe el este mai lung; într-adevăr, el este mai lung și mai puțin înclinat decît CB. Așa dar propoziția este evidentă.



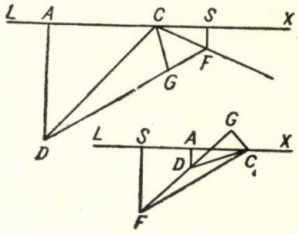
TEOREMA IX. PROPOZIȚIA IX

Dacă dintr-un punct al unei linii paralele cu orizontala se înclină oricum două plane și se taie cu o linie, care face cu ele alternativ unghiuri egale cu cele cuprinse de aceleași plane și orizontală, parcursurile în părțile tăiate de linia menționată au loc în timpuri egale.

Din punctul C al liniei orizontale X să înclinăm oricum două plane CD, CE și în orice punct al liniei CD să formăm unghiul CDF, egal cu unghiul XCE; iar linia DF să taie planul CE în F în așa fel ca unghiurile CDF, CFD să fie egale cu unghiurile XCE, LCD luate alternativ; zic că timpurile de coborîre pe CD, CF sînt egale. Dar este evident că (punînd unghiul CDF egal cu unghiul XCE) unghiul CFD este egal cu unghiul DCL. Într-adevăr scăzînd unghiul comun DCF din cele trei unghiuri ale triunghiului CDF, egale cu două drepte, cu care sînt egale toate unghiurile formate la linia LX în punctul C, rămîn în triunghi cele două CDF, CFD, egale cu cele două XCE, LCD; dar am luat pe CDF egal



cu XCE; deci CFD rămas este egal cu DCL rămas. Să luăm planul CE egal cu planul CD și din punctele D, E să ducem DA, EB perpendiculare pe orizontala XL iar din C să ducem CG perpendiculară pe DF; și fiindcă unghiul CDG este egal cu unghiul ECB, și DGC, CBE sînt drepte, triunghiurile CDG, CBE sînt echiunghi și, după cum DC către CG, la fel CE către EB; dar DC este egală cu CE; prin urmare CG va fi egală cu BE; și fiindcă unghiurile C, A ale triunghiurilor DAC, CGF sînt egale cu unghiurile F, G, vom avea CD către DA, precum FC către CG și, permutînd, după cum DC către CF, la fel DA către CG sau BE. În consecință, raportul înălțimilor planelor egale CD, CE este egal cu raportul lungimilor DC, CF; așadar, din corolarul întîi al propoziției a șasea precedentă, timpurile de coborîre pe ele vor fi egale: ceea ce trebuia demonstrat.

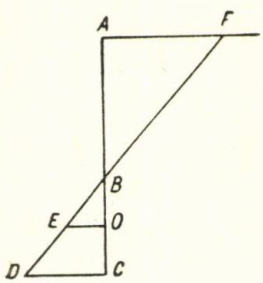


Aceeași altfel: să ducem FS perpendiculară pe orizontala AS. Deoarece triunghiul CSF este asemenea cu triunghiul DGC, vom avea precum SF către FC, tot așa GC către CD; și fiindcă triunghiul CFG este asemenea cu triunghiul DCA, după cum FC către GC, la fel CD către DA; deci, prin egalitate, după cum SF către CG, la fel CG către DA; prin urmare, CG este media între SF, DA și, după cum DA către SF, la fel pătratul lui DA către pătratul lui CG. Pe de altă parte, fiindcă triunghiul ACD este asemenea cu triunghiul CGF, după cum DA către DC, la fel GC către CF și, permutînd, după cum DA către CG, la fel DC către CF și după cum pătratul lui DA către pătratul lui CG, la fel pătratul lui DC către pătratul lui CF; dar s-a arătat, că pătratul lui DA către pătratul lui CG este precum linia DA către linia FS; deci, după cum pătratul lui DC către pătratul lui CF, la fel linia DA către FS; așadar, din propoziția a șaptea precedentă, deoarece înălțimile DA, FS ale planelor CD, CF sînt în raportul pătratelor acelorași plane, timpurile de parcurs pe ele vor fi egale.

TEOREMA X. PROPOZIȚIA X

Timpurile de parcurs pe plane de înclinări diferite, ale căror înălțimi sînt egale, sînt între ele precum lungimile acestor plane, fie că mișcările pornesc din repaus sau le precede o mișcare de la aceeași înălțime.

Fie parcursurile pe ABC și pe ABD pînă la orizontala DC, în așa fel ca parcursul pe AB să preceadă parcursurilor pe BD și pe BC; zic că timpul de parcurs pe BD este către timpul pe BC după cum lungimea BD către BC. Să ducem AF paralelă cu orizontala, la care să prelungim pe DB pînă o întîlnește în F și fie FE media dintre DF, FB; și ducînd EO paralelă cu DC, AO va fi media între CA, AB. Ca să înțelegem aceasta, timpul pe AB este ca AB, deci timpul pe FB este ca FB și timpul pe întreaga AC va fi ca media AO iar pe întreaga FD va fi ca FE; de aceea timpul pe BC rămasă va fi ca BO iar pe BD rămasă va fi ca BE; într-adevăr, după cum BE către BO, la fel BD către BC; așadar, timpurile pe BD, BC după căderea pe AB, FB, sau, ceea ce este același lucru, pe AB comună, vor fi între ele ca lungimile BD, BC. Dar s-a demonstrat mai sus că timpul pe BD către timpul pe BC din repaus în B este precum lungimea BD către BC. În consecință, timpurile de parcurs pe plane diferite, ale căror înălțimi sînt egale, sînt între ele precum lungimile acestor plane, fie că mișcările lor pornesc din repaus, fie că parcursurilor acelora le precede o mișcare de la aceeași înălțime: ceea ce trebuia demonstrat.

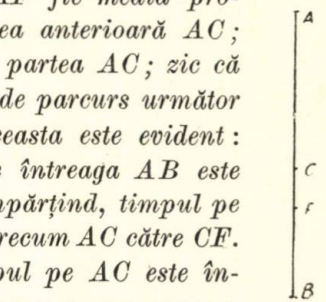


TEOREMA XI. PROPOZIȚIA XI

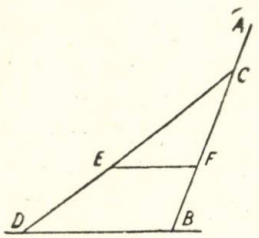
Dacă împărțim oricum un plan, în care are loc mișcarea din repaus, timpul de parcurs pe partea anterioară către timpul de parcurs pe cea următoare

este precum partea întîi către excesul cu care aceeași parte este depășită de media proporțională între planul întreg și partea anterioară.

Fie parcursul pe întreaga AB din repausul în A, pe care să o împărțim oricum prin C; iar AF fie media proporțională între întreaga BA și partea anterioară AC; CF va fi excesul mediei FA față de partea AC; zic că timpul de parcurs pe AC către timpul de parcurs următor pe CB este precum AC către CF. Aceasta este evident: căci timpul pe AC către timpul pe întreaga AB este precum AC către media AF; deci, împărțind, timpul pe AC către timpul pe CB rămasă va fi precum AC către CF. Prin urmare, dacă înțelegem că timpul pe AC este însuși AC, timpul pe CB va fi CF: ceea ce ne-am propus.



Dacă însă mișcarea nu are loc pe linia prelungită ACB, ci pe cea frîntă ACD pînă la orizontala BD, la care să ducem din F paralela FE, la fel se va demonstra că timpul pe AC către timpul pe frîntura CD este precum AC către CE. Într-adevăr, timpul pe AC către timpul pe CB este precum AC către CF; dar s-a demonstrat că timpul pe CB după AC către timpul pe CD după aceeași coborîre pe AC este precum CB către CD, adică precum CF către CE; așadar, prin egalitate, timpul pe AC către timpul pe CD va fi precum linia AC către CE.

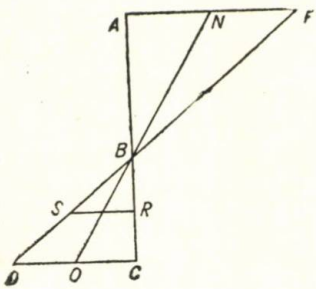


PROBLEMA XII. PROPOZIȚIA XII

Dacă o perpendiculară și un plan înclinat oarecum sînt tăiate de două linii orizontale și se iau mediile lor proporționale și ale părților lor cuprinse între secțiunea comună și orizontala superioară, timpul de

parcurs de-a lungul perpendicularei către timpul de parcurs de-a lungul părții superioare a perpendicularei și apoi de-a lungul planului secant inferior, va avea același raport pe care-l are lungimea întreagă a perpendicularei către linia compusă din media proporțională luată pe perpendiculară și din excesul cu care întreg planul înclinat întrece media proporțională.

Fie AF orizontala superioară, CD cea inferioară, între care se taie perpendiculara AC și planul înclinat DF în B și fie AR media proporțională între întreaga perpendiculară CA și partea superioară AB, iar FS media proporțională între întreaga DF și partea superioară BF: zic că timpul de cădere pe perpendiculara întreagă AC către timpul pe partea sa superioară AB împreună cu planul inferior, adică cu BD, are același raport pe care îl are AC către media perpendicular, ci adică AR, către SD, care este excesul întregului plan DF către media sa FS. Să unim RS, care va fi paralelă cu orizontalele și fiindcă timpul de cădere pe întreaga AC către timpul pe partea AB este precum CA către media AR, dacă presupunem că AC reprezintă timpul de cădere pe AC, AR va fi timpul de cădere pe AB și RC pe BC rămasă. Căci dacă luăm ca timp pe AC, după cum am făcut, însăși AC, timpul pe FD va fi FD și la fel vom conchide că DS este timpul pe BD ulterior lui FB, sau lui AB. Așadar, timpul pe întreaga AC este AR cu RC; căci pe linia frîntă ABD va fi AR cu SD; ceea ce trebuia demonstrat.

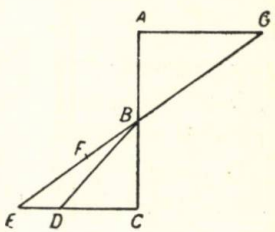


Același lucru se întîmplă dacă în locul perpendicularei se ia un alt plan, ca de exemplu NO; demonstrația este aceeași.

PROBLEMA I. PROPOZIȚIA XIII

Fiind dată o perpendiculară, să construim față de ea un plan înclinat pe care, deoarece are aceeași înălțime cu perpendiculara dată, mișcarea ulterioară căderii pe perpendiculară să aibă loc în același timp ca pe perpendiculară din starea de repaus.

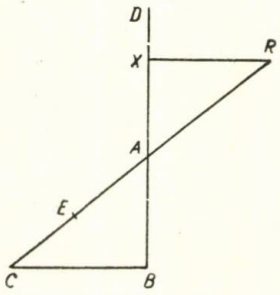
Fie AB perpendiculara dată, căreia, prelungită pînă în C să îi adăugăm partea BC egală și să ducem orizontalele CE, AG; să construim din B un plan pînă la orizontala CE, pe care mișcarea după căderea din A să aibă loc în același timp ca pe AB plecînd din repausul în A. Să punem CD egală cu CB și, ducînd BD, să aplicăm BE egală cu suma lui BD, DC: zic că BE este planul căutat. Să prelungim EB, ca să întîlnească orizontala AG în G și fie GF media proporțională între EG, GB; atunci EF va fi către FB precum EG către GF și pătratul lui EF către pătratul lui FB precum pătratul lui EG către pătratul, lui GF, adică precum linia EG către GB; dar EG este dublul lui GB; prin urmare, pătratul lui EF este dublul pătratului lui FB. Într-adevăr, pătratul lui DB este dublul pătratului lui BC; prin urmare, după cum linia EF către FB, la fel DB către BC și, compunînd și permutînd, după cum EB către suma lui BD și BC, la fel BF către BC; dar BE este egală cu suma lui DB și BC; deci BF este egală cu BC sau BA. În consecință, dacă presupunem că AB este timpul de cădere pe AB, GB va fi timpul pe GB, și GF timpul pe întreaga GE; așadar BF va fi timpul pe BE rămasă după căderea din G sau din A; ceea ce ne-am propus să demonstrăm.



PROBLEMA II. PROPOZIȚIA XIV

Fiind dată o perpendiculară și un plan înclinat față de ea, să găsim în partea superioară a perpendicularei o porțiune care, pornind din starea de repaus, să fie parcursă într-un timp egal cu acela în care este parcurs planul înclinat după căderea pe partea găsită a perpendicularei.

Fie DB perpendiculara și AC planul înclinat față de ea: să găsim pe perpendiculara AD o porțiune care din repaus să fie parcursă într-un timp egal cu acela în care după căderea pe ea descrie planul AC. Să ducem orizontala CB și după cum BA împreună cu dublul lui AC către AC, la fel fie CA către AE și după cum BA către AC, la fel fie EA către AR și de la R să ducem perpendiculara RX pe DB; zic că X este punctul căutat. Și fiindcă după cum BA împreună cu dublul lui AC către AC, la fel CA către AE, împărțind vom avea precum BA împreună cu AC către AC, la fel CE către EA; și fiindcă după cum BA către AC, la fel EA către AR, vom avea, compunînd, după cum BA împreună cu AC către AC, la fel ER către RA; dar după cum BA împreună cu AC către AC, la fel CE către EA; așadar, după cum CE către EA, la fel ER către RA și ambele antecedente către ambele consecvente, anume CR către RE. Prin urmare, CR, RE, RA sînt proporționale. În afară de aceasta, deoarece după cum BA către AC, la fel am presupus că este EA către AR și, din cauza asemănării triunghiurilor, după cum BA către AC la fel XA către AR, așadar după cum EA către AR, tot astfel XA către AR; deci EA, XA sînt egale. Acum dacă presupunem că timpul pe RA este precum RA, timpul pe RC va fi RE, media proporțională între CR și RA, iar AE va fi timpul

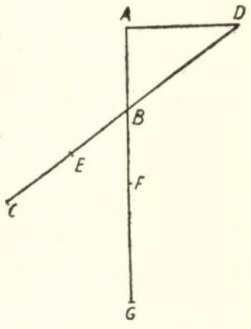


pe AC după RA sau după XA ; într-adevăr, timpul pe XA este XA, pe cînd RA este timpul pe RA ; dar s-a demonstrat că XA, AE sînt egale : aşadar propoziţia este demonstrată.

PROBLEMA III. PROPOZIŢIA XV

Fiind dată o perpendiculară şi un plan înclinat faţă de ea, să găsim o porţiune pe perpendiculara prelungită în jos, care să fie parcursă în acelaşi timp ca planul înclinat după căderea pe perpendiculara dată.

Fie AB o perpendiculară iar BC un plan înclinat faţă de ea : trebuie, ca pe perpendiculara prelungită în jos să găsim o porţiune care după căderea din A să fie descrisă în acelaşi timp ca BC căzînd din acelaşi punct A. Să ducem orizontala AD, pe care să o întîlnească CB prelungită în D iar DE fie media între CD, DB şi să punem BF egală cu BE ; fie apoi AG a treia medie proporţională între BA, AF ; zic că BG este spaţiul care după căderea pe AB este descris în acelaşi timp ca planul BC după aceeaşi cădere. Într-adevăr, dacă presupunem că timpul pe AB este precum AB, timpul pe DB va fi ca DB ; şi fiindcă DE este media între BD, DC, aceeaşi DE va fi timpul pe întreaga DC iar BE timpul pe BC rămasă pornind din repausul în D sau în urma căderii pe AB. La fel se găseşte că BF este timpul pe BG, după aceeaşi cădere ; dar BF este egală cu BE ; aşadar propoziţia este demonstrată.

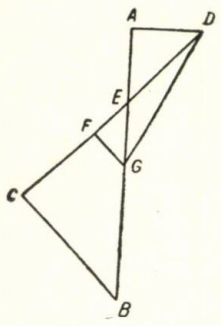


TEOREMA XIII. PROPOZIŢIA XVI

Dacă porţiuni ale unui plan înclinat şi ale unei perpendiculare, ale căror timpuri de parcurs din repaus sînt egale, se întîlnesc în acelaşi punct, mobilul ce

vine de la orice înălțime mai mare va descrie mai repede porțiunea planului înclinat, decît porțiunea perpendicularei.

Fie EB o perpendiculară iar CE planul înclinat, care se întîlnesc în același punct E, ale căror timpuri de parcurs din repaus în E sînt egale; și pe perpendiculara prelungită să luăm un punct oarecare înalt A, din care să lăsăm două mobile: zic că planul înclinat EC este descris într-un timp mai scurt decît perpendiculara EB după căderea pe AE. Să unim CB, și ducînd orizontala AD, să prelungim CE, care o întîlnește în D, iar DF fie media proporțională între CD, DE și AG fie media proporțională a lui BA, AE și să ducem FG, DG; și

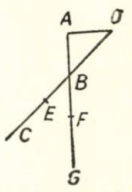


fiindcă timpurile de parcurs pe EC, EB din repausul în E sînt egale, unghiul C va fi drept, potrivit corolarului al doilea al propoziției a șasea; dar și A este drept și unghiurile la vîrful E egale, deci triunghiurile AED, CEB sînt echiunghe iar laturile în jurul unghiurilor egale sînt proporționale; prin urmare, după cum BE către EC, tot astfel DE către EA. Prin urmare, dreptunghiul BEA este egal cu dreptunghiul CED; și fiindcă dreptunghiul CDE întrece dreptunghiul CED cu pătratul lui DE, iar dreptunghiul BAE întrece dreptunghiul BEA cu pătratul lui EA, excesul dreptunghiului CDE față de dreptunghiul BAE, adică a pătratului ED față de pătratul AG, va fi același cu excesul pătratului lui DE față de pătratul lui AE, care exces este pătratul lui DA. Prin urmare, pătratul lui FD este egal cu suma pătratelor lui GA, AD, cu care este egal și pătratul lui GD; așadar, linia DF este egală cu DG și unghiul DGF egal cu unghiul DFG, iar unghiul EGF mai mic decît unghiul EFG și latura opusă EF mai mică decît latura EG. Dacă acum admitem că timpul de cădere pe AE este ca AE, timpul pe DE va fi ca DE; și, deoarece AG este media propor-

țională între BA, AE, AG va fi timpul pe întreaga AB, și EG rămasă va fi timpul pe EB rămasă pornind din repausul în A; la fel se va demonstra că EF va fi timpul pe EC după coborîrea pe DE sau după căderea pe AE; dar s-a demonstrat că EF este mai mică decît EG; așadar propoziția este demonstrată.

COROLAR

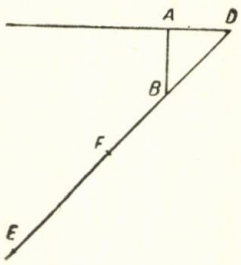
Din această propoziție și din cea precedentă rezultă că spațiul descris pe perpendiculară după căderea din punctul cel mai înalt, în același timp în care este descris planul înclinat, este mai mic decît acela care este parcurs în același timp în care este descris planul înclinat fără să fie precedat de căderea din punctul cel mai înalt, dar mai mare decît planul înclinat. Într-adevăr deoarece am demonstrat, că timpul de căderе al mobilelor, ce pornesc din punctul cel mai înalt A, pe EC este mai scurt decît timpul de coborîre pe EB, rezultă că spațiul descris pe EB într-un timp egal cu timpul pe EC este mai mic decît spațiul întreg EB. Este însă evident că același spațiu al perpendicularei este mai mare decît EC dacă luăm figura propoziției precedente pentru care s-a demonstrat că porțiunea perpendicularei BG este descrisă în același timp cu BC după căderea pe AB; dar că BG este mai mare decît BC, se demonstrează astfel. Deoarece BE, FB sînt egale iar BA mai mică decît BD, raportul lui FB către BA este mai mare decît al lui EB către BD și, compunînd, FA are către AB un raport mai mare decît ED către DB; dar după cum FA către AB, tot astfel GF către FB (căci AF este media între BA, AG) și, la fel, după cum ED către BD, tot astfel CE către EB; prin urmare, GB are către BF un raport mai mare decît CB către BE; așadar, GB este mai mare decît BC.



PROBLEMA IV. PROPOZIȚIA XVII

Fiind dată o perpendiculară și un plan înclinat față de ea, să determinăm pe planul dat o porțiune pe care, după căderea pe perpendiculară, mișcarea să aibă loc într-un timp egal cu acela în care mobilul dat parcurge perpendiculara din repaus.

Fie AB o perpendiculară, iar BE planul înclinat față de ea; să determinăm pe BE spațiul pe care mobilul, după căderea pe AB, se va mișca într-un timp egal cu acela descris pe perpendiculara AB din repaus.



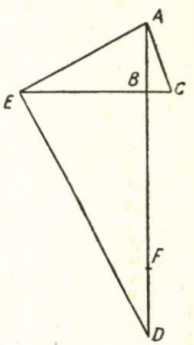
Fie AD o linie orizontală, pe care planul prelungit să o întîlnească în D și să luăm FB egală cu BA și fie după cum BD către DF, la fel FD către DE; zic că timpul pe BE după căderea pe AB este egal cu timpul pe AB din repausul în A. Într-adevăr, dacă presupunem că AB este timpul pe AB, DB va fi timpul pe DB; și fiindcă, după cum DB către DF, la fel FD către DE, DF va fi timpul pe întreg planul DE și BF pe porțiunea BE din D; dar timpul pe BE după DB va fi același ca după AB; prin urmare, timpul pe BE după AB va fi BF, adică egal cu timpul AB din repausul în A; ceea ce trebuia demonstrat.

PROBLEMA V. PROPOZIȚIA XVIII

Fiind dat pe o perpendiculară un spațiu oarecare luat de la începutul mișcării, care este parcurs într-un timp dat, și fiind dat un alt timp oarecare mai mic, să găsim un alt spațiu pe aceeași perpendiculară care să fie descris într-un timp dat mai mic.

Fie AD o perpendiculară, pe care fie dat spațiul AB, al cărui timp de la punctul de plecare A fie AB, și fie CBE o

orizontală și un timp mai mic decît AB, care să fie egal cu BC luată pe orizontală; să găsim pe perpendiculară un spațiu egal cu AB, care să fie descris în timpul BC. Să unim linia AC și fiindcă BC este mai mică decît BA, unghiul BAC va fi mai mic decît unghiul BCA; să luăm CAE egal cu el și linia AE să întîlnească orizontala în punctul E pe care să construiască perpendiculara ED, tăind verticala în D și linia DF să o tăiem egală cu BA; zic că FD este o parte a perpendicularei pe care parcursul de la începutul mișcării în A are loc în timpul BC dat. Într-adevăr, deoarece în triunghiul dreptunghic AED s-a dus din unghiul drept E perpendiculara EB pe latura opusă AD, AE va fi media între DA, AB iar BE media între DB, BA, sau între FA, AB (căci FA este egală cu DB); și deoarece am presupus că AB este timpul pe AB, AE sau EC va fi timpul pe întreaga AD și EB timpul pe AF; așadar BC rămasă va fi timpul pe FD rămasă; ceea ce am afirmat.

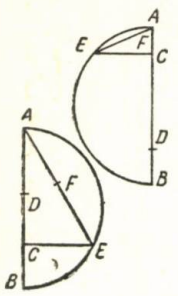


PROBLEMA VI. PROPOZIȚIA XIX

Fiind dat pe o perpendiculară un spațiu oarecare parcurs de la începutul mișcării și fiind dat timpul de cădere, să găsim timpul în care un alt spațiu egal, luat oriunde pe aceeași perpendiculară, este descris apoi de același mobil.

Fie pe perpendiculara AB un spațiu oarecare AC luat de la începutul mișcării în A, cu care să fie egal un alt spațiu DB luat oriunde, fie dat timpul de mișcare pe AC și fie acesta AC; să găsim timpul de parcurs pe DB după căderea din A. Să descriem în jurul întregului AB semicercul AEB și fie CE perpen-

diculara din C pe AB și să unim AE care va fi mai mare decît EC; să tăiem EF egală cu EC; zic că FA rămasă este timpul de cădere pe DB. Într-adevăr, deoarece AE este media între BA, AC, și AC este timpul de cădere pe AC, AE va fi timpul pe întreaga AB; și fiindcă CE este media dintre DA, AC (căci DA este egală cu BC), CE, adică EF, va fi timpul pe AD; așa dar, AF rămasă este timpul pe DB rămasă; ceea ce trebuia demonstrat.



COROLAR

De aici rezultă că dacă luăm un spațiu, timpul de repaus este precum spațiul însuși, timpul de parcurs al aceluia după ce a fost parcurs un spațiu adăugat, va fi excesul mediei proporționale față de suma părții adunate și a spațiului față de media proporțională între primul spațiu și cel adăugat; căci presupunînd că timpul pe AB din repausul în A este AB, adăugînd AS, timpul pe AB, după ce a fost parcursă SA, va fi excesul mediei proporționale între SB, BA față de media între BA, AS.

PROBLEMA VII. PROPOZIȚIA XX

Fiind dat un spațiu oarecare și o porțiune a aceluia după începutul căderii, să găsim o altă porțiune către sfîrșit, care să fie parcursă în același timp ca porțiunea dată.

Fie CB un spațiu și CD o porțiune a lui, luată de la începutul mișcării din C; să găsim o altă porțiune spre capătul B care să fie descrisă în același timp ca CD dată. Să luăm media

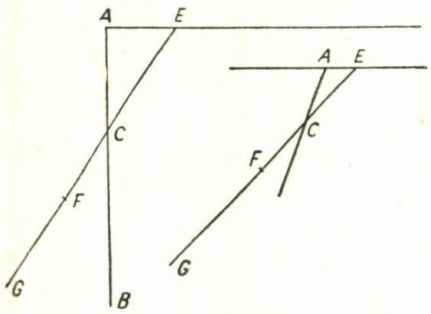
între BC, CD și BA egală cu ea; și fie CE a treia medie proporțională între BC, CA : zic că EB este spațiul care după căderea din C este descris în același timp ca însuși CD. Căci dacă presupunem că timpul pe întreaga CB este precum CB, timpul pe CD va fi BA (adică media între BC, CD); și deoarece CA este media între BC, CE, CA va fi timpul pe CE; dar întreaga BC este timpul pe întreaga CB; prin urmare, BA rămasă va fi timpul pe EB rămasă după căderea din CE : într-adevăr BA a fost timpul pe CD; așadar CD și EB sînt descrise în timpuri egale din repausul în A; ceea ce trebuia făcut.

TEOREMA IV. PROPOZIȚIA XXI

Dacă căderea are loc din repaus pe o perpendiculară, pe care la începutul mișcării se ia o parte, descrisă în orice timp, după care urmează mișcarea îndreptată după un plan înclinat oricum, spațiul descris pe un astfel de plan într-un timp egal cu timpul de cădere efectuat deja pe perpendiculară, către spațiul parcurs deja pe perpendiculară, va fi mai mare decît dublul, și mai mic decît triplul.

Sub orizontala AE să luăm perpendiculara AB, pe care din punctul A să aibă loc căderea, pe care să luăm o porțiune oarecare AC; apoi din C să luăm un plan înclinat oarecare CG, pe care după căderea pe AC să se continue mișcarea : zic că spațiul descris cu o astfel de mișcare pe CG într-un timp egal cu timpul de cădere pe AC, este mai mare decît dublul și mai mic decît triplul spațiului AC. Într-adevăr, să punem CF egală cu AC și prelungind planul GC pînă la orizontală în E, fie precum CE către EF, la fel FE către EG. Așadar, dacă presupunem că timpul de cădere pe AC este precum linia AC, CE va fi timpul pe EC și CF sau CA, timpul de mișcare pe CG; prin urmare, trebuie să de-

monstrăm că spațiul CG este mai mare decît dublul lui CA și mai mic decît triplul lui. Într-adevăr, după cum CE către EF, la fel FE către EG și la fel va fi CF fătre FG; dar EC este mai mică decît EF; de aceea și CF va fi mai mică decît FG și GC mai mare decît dublul lui FC sau AC. Și fiindcă FE de asemenea este mai mică decît dublul lui EC (căci EC este mai mare decît CA, sau CF), GF va fi mai mică decît dublul lui FC și GC mai mică decît triplul lui CF sau al lui CA: ceea ce trebuia demonstrat.



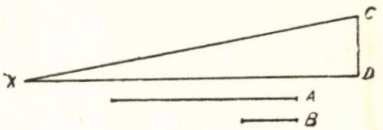
Același lucru se poate exprima mai general: căci ceea ce se întîmplă pe perpendiculară și pe planul înclinat, se va întîmpla dacă după mișcarea pe un plan înclinat oarecare mobilul se îndreaptă pe unul mai înclinat, după cum se vede în cealaltă figură; demonstrația este aceeași.

PROBLEMA VIII. PROPOZIȚIA XXII

Fiind date două intervale de timp inegale și spațiul pe care îl descrie pe perpendiculară din repaus în timp mai scurt decît cele date, să ducem din punctul cel mai înalt al perpendicularei un plan înclinat pînă la orizontală, pe care mobilul să se coboare într-un timp egal cu cel mai lung din cele două date.

Fie timpurile inegale A mai lung iar B mai scurt; iar spațiul care este descris pe perpendiculară din repaus în timpul B fie CD; trebuie, ca din capătul C să ducem un plan înclinat pînă la orizontală, care să fie descris în timpul A. Fie după cum B către A,

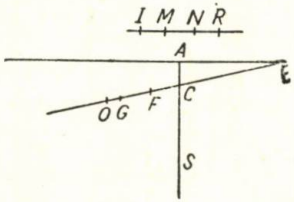
tot astfel CD către altă linie, cu care să fie egală linia CX dusă din C la orizontală : este evident că planul CX este acela pe care mobilul se coboară în timpul dat A. Într-adevăr , s-a demonstrat că timpul pe planul înclinat către timpul pe înălțime are același raport, pe care îl are lungimea planului către înălțimea sa ; așadar timpul pe CX către timpul pe CD este precum CX către CD ; adică precum timpul A către timpul B : căci timpul B este acela în care se descrie perpendiculara CD din repaus ; așa dar timpul A este acela în care este descris planul CX.



PROBLEMA IX. PROPOZIȚIA XXIII

Fie dat un spațiu parcurs într-un timp oarecare din repaus pe perpendiculară, din capătul de jos al acestui spațiu să ducem un plan înclinat, pe care după căderea pe perpendiculară să se descrie în același timp un spațiu egal cu un spațiu oarecare dat, care totuși să fie mai mare decît dublul, și mai mic decît triplul spațiului parcurs pe perpendiculară.

Fie pe perpendiculara AS un spațiu AC descris în timpul AC din repausul în A iar IR să fie mai mare decît dublul și mai mic decît triplul lui : trebuie, ca din capătul C să ducem un plan înclinat pe care mobilul să descrie în același timp AC după căderea pe AC, un spațiu egal cu IR. Fie RN, NM egale cu AC și restul IM să aibă același raport către MN, ca și AC către o altă linie, căreia să-i aplicăm o linie egală CE din C la orizontala AE, care să se extindă pînă la O. și să se ia CF, FG, GO egale cu RN, NM, MI ; zic că timpul pe planul înclinat CO după căderea

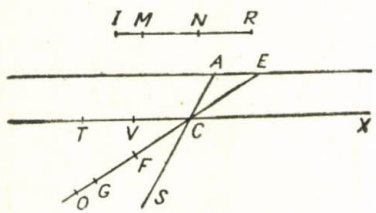


AC este egal cu timpul AC din repausul în A Într-adevăr, deoarece după cum OG către GF, la fel FC către CE, va fi, prin compunere, după cum OF către FG, sau FC, la fel FE către EC și după cum una dintre antecedente către una dintre consecvente, la fel toate către toate, anume întreaga OE către EF, precum FE către EC. Așadar OE, EF, EC sînt în proporție continuă: ceea ce fiind compus, timpul pe AC este precum AC iar timpul pe EC va fi ca CE și EF timpul pe întreaga EO și restul CF pe restul CO; dar CF este egală cu CA; prin urmare, s-a făcut ceea ce trebuia. Căci timpul CA este timpul de cădere pe AC din repausul în A iar CF (care este egală cu CA) este timpul pe CO după coborîrea pe EC sau după căderea pe AC; ceea ce ne-am propus.

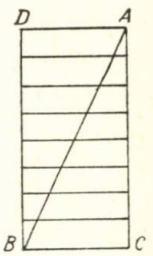
Trebuie însă să remarcăm, că același lucru se întîmplă, dacă căderea precedentă nu are loc pe perpendiculară, ci pe un plan înclinat, după cum arată figura următoare, în care căderea precedentă să aibă loc pe planul înclinat AS sub orizontala AE; demonstrația este aceeași.

OBSERVATIE

Dacă observăm cu atenție, va fi evident, că cu cît se deosebește mai puțin linia dată IR de triplul lui AC, cu atît mai mult planul înclinat pe care trebuie să aibă loc căderea a doua, adică CO, se apropie de perpendiculară, în care în sfîrșit în timpul egal AC se descrie un spațiu de trei ori mai mare decît AC. Într-adevăr, dacă IR este foarte apropiată de triplul lui AC, IM va fi aproape egală cu MN; și fiindcă IM către MN, după cum reiese din figură, la fel este AC către CE, iar CE găsim că este cu ceva mai mare decît CA și că, în consecință, punctul E



se găsește în vecinătatea punctului A și CO formează un unghi foarte ascuțit cu CS și aproape coincid. Dimpotrivă, dacă IR dată este cu foarte puțin mai mare decît dublul lui AC, IM va fi linia cea mai scurtă; de unde rezultă că și AC va fi foarte mică față de CE, care va fi foarte lungă și se va apropia foarte mult de paralela cu orizontala prelungită prin C. De aici putem deduce că dacă în figura alăturată, după căderea pe planul înclinat AC, are loc reflexia pe linia orizontală, care să fie CT, spațiul pe care mobilul îl va parcurge în timpul egal timpului de coborîre pe AC, mișcîndu-se în continuare, este exact dublul spațiului AC. Se vede însă că și aceasta rezulta dintr-un raționament analog; într-adevăr, deoarece după cum OE către EF, la fel FE către EC, însăși FC determină timpul pe CO. Și dacă partea orizontală TC, dublul lui CA, se înjumătățește prin V, prelungită spre infinit, după cum pretinde întîlnirea cu prelungita AE, raportul infinitei TX către infinita VX nu va fi altul decît raportul infinitei VX către infinita XC.



La același rezultat putem ajunge pe alt drum, urmînd raționamentul pe care l-am folosit în demonstrația din propoziția întîi. Căci reluînd triunghiul ABC și reprezentînd prin paralelele sale la baza BC gradele de viteză ce cresc încontinuu cu creșterea timpului, ele sînt în număr infinit, fiindcă pe linia AC sînt infinit de multe puncte ce corespund momentelor în orice timp, deci ele ocupă toată suprafața triunghiului; dacă însă presupunem că mișcarea se continuă într-un timp tot atît de lung, dar nu în mod accelerat, ci uniform, cu cea mai mare viteză cîștigată, grad pe care îl reprezentăm prin linia BC; din astfel de grade se formează un agregat asemenea cu paralelogramul ADBC, care este dublul triunghiului ABC: din care cauză spațiul care este parcurs cu grade asemenea în același timp va fi dublul spațiului parcurs cu gradele de viteză reprezentate prin triunghiul ABC. Dar pe un plan orizontal mișcarea este uniformă, fiindcă acolo nu există nici

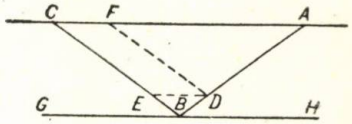
o cauză de accelerare sau întîrziere; prin urmare, conchidem că spațiul CD parcurs într-un timp egal cu timpul AC este dublul spațiului AC. Acesta însă este descris cu o mișcare accelerată pornind din repaus, după paralelele triunghiului sau după paralelele paralelogramului, care, fiindcă sînt în număr infinit, sînt dublele paralelelor în număr infinit ale triunghiului.

Afară de aceea trebuie să observăm că gradul de viteză al mobilului este imprimat în el însuși indestructibil, atîta timp cît cauze externe nu fac să-și schimbe accelerația sau întîrzierea, ceea ce se observă numai pe planul orizontal; căci la coborîrea pe plane înclinate există o cauză a accelerației, la urcare una a întîrzierii; de aici urmează, de asemenea, că mișcarea pe orizontală este eternă; căci dacă ,este uniformă, nu se slăbește și cu atît mai puțin nu se oprește. Apoi, dacă există un grad de viteză cîștigată de mobil în urma căderii naturale, prin natura sa indestructibilă și eternă, trebuie să considerăm că, dacă după căderea pe planul înclinat are loc o deviație pe alt plan ce urcă, în acesta există deja cauza întîrzierii: căci pe un astfel de plan mobilul cade în mod natural; din care cauză ia naștere un amestec al proprietăților contrare, căci gradul de viteză cîștigat în căderea precedentă, care prin sine mișcă mobilul în mod uniform la infinit, și propulsia naturală la mișcarea în jos se asociază în aceeași proporție a accelerației după care se mișcă întotdeauna. Din care cauză, atunci cînd căutăm cauzele pentru care corpul după coborîrea pe un plan înclinat se îndreaptă în sus pe un alt plan înclinat se pare rațional ca, să admitem că gradul cel mai mare de viteză cîștigat în cădere îl păstrează în urcarea pe planul înclinat; și totuși în urcarea lui intervine înclinarea naturală în jos, adică mișcarea accelerată din repaus în raportul pe care-l cîștigă încontinuu. Căci dacă aceasta din întîmplare s-ar putea înțelege, se va explica mai clar printr-un desen.

Să presupunem așadar că căderea are loc pe planul înclinat AB, din care mișcarea se reflectă pe planul ascendent BC și fie, mai întîi, planele egale și înclinate sub unghiuri egale

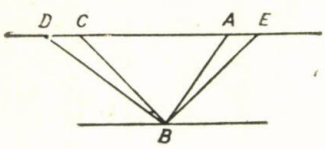
BIBLIOTECA „GHEORGHE LAZĂR" București

deasupra orizontalei GH : într-adevăr, se constată că mobilul ce se coboară din repaus în A pe AB cîștigă un grad de viteză proporțional cu creșterea timpului ; iar în B gradul de viteză cîștigat este maxim ; și, prin natura sa, imprimat în mod indestructibil, adică înlăturînd cauzele unei noi accelerații sau întîrzieri : zic a accelerației dacă de aci înainte se va mișca pe un plan orizontal și se va mișca întîrziat dacă reflexia are loc pe un plan ascendent BC : iar pe planul orizontal GH cu o mișcare uniformă, cu gradul de viteză cîștigat din A pînă în B, se va deplasa la infinit ; iar viteza este astfel că în timpuri egale cu timpul de coborîre pe AB pe orizontală va descrie un spațiu dublu cu AB. Să ne închipuim acum că mobilul se mișcă cu aceeași viteză în mod uniform pe planul BC, astfel încît și pe acesta, într-un timp egal cu timpul de coborîre pe AB, descrie un spațiu egal cu dublul lui AB ; în realitate vedem că imediat începe să se urce și la natura sa se adaugă iarăși acela care corespunde din A pe planul AB ; anume o cădere oarecare din repaus cu aceleași grade de accelerație, în virtutea cărora, după cum se întîmplă pe AB, în același timp coboară tot atît de mult în planul reflectat cît coboară pe AB : este evident că din amestecul aceluiași fel de mișcare uniform întîrziată și uniform accelerată se deplasează corpul pînă la capătul C pe planul BC cu grade de viteză egale. Într-adevăr, luînd două puncte oarecare D, E, îndepărtate în mod egal de unghiul B, putem demonstra că parcursul pe DB are loc într-un timp egal cu timpul de reflexie pe BE. Dreapta DF dusă va fi paralelă la BC ; într-adevăr, constatăm că coborîrea pe AD se reflectă pe DF ; căci dacă dincolo de D mobilul se mișcă pe orizontala DE, viteza în E va fi aceeași cu viteza în D ; așadar, din E se urcă pînă în C ; prin urmare, gradul de viteză în D este egal cu gradul din E.



În concluzie, putem afirma în mod rațional că dacă coborîrea are loc pe un plan înclinat oarecare, după care urmează reflexia

pe planul de ascensiune, mobilul, în urma impulsului primit, se urcă pînă la aceeași înălțime sau la același nivel de la orizontală; iar dacă coborîrea are loc pe AB, mobilul se mișcă pe planul de reflexie BC pînă la orizontala ACD, nu numai dacă cele două plane sînt egal înclinate, ci și dacă sînt inegal înclinate,

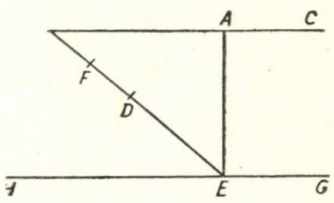


cum este planul BD: într-adevăr, mai înainte am aflat că gradele de viteză ce se cîștigă pe planele inegal înclinate sînt egale atîta timp cît înălțimea celor două plane este egală. Dacă însă înclinarea planelor EB, BD este aceeași, coborîrea pe EB este în stare să împingă mobilul pe planul BD pînă în D; deoarece un astfel de impuls provine din impulsul cîștigat în punctul B și impulsul în B este același, mobilul se va coborî sau pe AB sau pe EB; rezultă că mobilul este împins la fel pe BD după coborîrea pe AB sau pe EB. Se întîmplă însă că timpul de ascensiune pe BD să fie mai lung decît pe BC, după cum și coborîrea pe EB se face în timp mai lung decît pe AB: dar am demonstrat că raportul acestor timpuri este același cu al lungimilor planelor. Acum urmează să căutăm raportul spațiilor descrise în timpuri egale pe plane diferit înclinate, însă de aceeași înălțime, adică, plane cuprinse între aceleași orizontale. Aceasta o vom face prin următorul raționament.

TEOREMA XV. PROPOZIȚIA XXIV

Fiind date între aceleași paralele orizontale o perpendiculară și un plan ridicat din punctul ei cel mai de jos, spațiul descris pe planul înclinat, după căderea pe perpendiculară, într-un timp egal cu timpul de cădere, este mai mare decît perpendiculara, dar mai mic decît dublul perpendicularei.

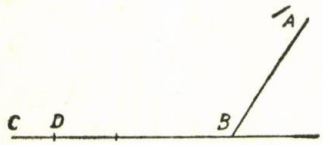
Între paralelele orizontale BC, HG să ducem perpendiculara AE și să ridicăm planul EB, pe care, după căderea pe perpendiculara AE, din capătul E să aibă loc reflexia spre B: zic că spațiul pe care mobilul se ridică în timp egal timpului de coborîre AE, este mai mare decît AE și mai mic decît dublul lui AE. Să luăm ED egală cu AE și, după cum EB către BD, la fel fie DB către BF: să demonstrăm, mai întîi, că punctul F este locul în care mobilul, după reflexia pe EB, va ajunge într-un timp egal cu timpul AE; apoi că EF este mai mare decît EA și mai mică decît dublul ei. Dacă presupunem că timpul de coborîre pe AE este ca AE, timpul de coborîre pe BE, sau de urcare pe EB va fi ca linia BE; și fiindcă DB este media proporțională între EB, BF și BE, timpul de cădere pe întreaga BE, BD va fi timpul de cădere pe BF și DE rămasă timpul de coborîre pe FE rămasă; căci timpul pe FE din repausul în B, este același cu timpul de urcare pe EF, în timp ce gradul de viteză în E va fi cel cîștigat în coborîrea pe BE sau AE; prin urmare, timpul DE va fi acela în care mobilul, după căderea din A pe AE, ajunge prin mișcarea reflexă pe EB, în punctul F; căci am admis că ED este egal cu AE; ceea ce trebuia demonstrat mai întîi. Și din cauză că, după cum întreaga EB către întreaga BD, la fel va fi dreapta scăzută DB către BF scăzută, întreaga EB va fi către întreaga BD precum cea rămasă ED către DF: însă EB este mai mare decît BD: deci ED este mai mare decît DF și EF mai mică decît dublul lui DE, sau AE: ceea ce trebuia arătat. Același lucru se întîmplă dacă mișcarea precedentă nu se face pe perpendiculară ci pe un plan înclinat; demonstrația este aceeași, numai că planul de reflexie este mai puțin înclinat, adică mai larg decît planul de coborîre.



TEOREMA XVI. PROPOZIȚIA XXV

Dacă după căderea pe un plan înclinat urmează o mișcare pe un plan orizontal, timpul de cădere pe planul înclinat va fi către timpul de mișcare pe orice linie orizontală precum dublul lungimii planului înclinat către linia orizontală descrisă.

Fie CB linia orizontală, planul înclinat AB și, după căderea pe AB, să urmeze mișcarea pe orizontală, pe care să luăm un spațiu oarecare BD : zic, că timpul de cădere pe AB către timpul de mișcare pe BD este precum dublul lui AB către BD. Într-adevăr, luînd BC dublul lui AB, rezultă din cele demonstrate mai sus, că timpul de cădere pe AB este egal cu timpul de mișcare pe BC : dar timpul de mișcare pe BC către timpul de mișcare pe DB este precum linia CB către linia BD : prin urmare, timpul de mișcare pe AB către timpul pe BD este precum dublul lui AB către BD ; ceea ce trebuia dovedit.

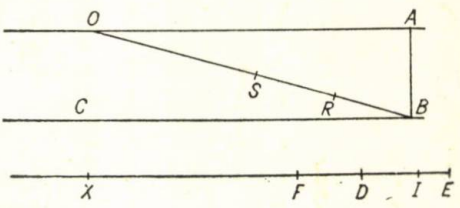


PROBLEMA X. PROPOZIȚIA XXVI

Fiind dată o perpendiculară între două linii paralele și orizontale și fiind dat un spațiu mai mare decît perpendiculara, dar mai mic decît dublul aceleia, din capătul de jos al perpendicularei să ducem un plan între aceleași paralele, pe care cu o mișcare reflectată după coborîrea pe perpendiculară mobilul va descrie un spațiu egal cu cel dat și în timp egal cu timpul de coborîre pe perpendiculară.

Să ducem între paralelele orizontale AO, BC perpendiculara AB ; fie FE mai mare decît BA și mai mică decît dublul ei : se cere să ridicăm între orizontale un plan, pe care mobilul, după căderea din A în B, cu mișcarea reflectată, într-un timp egal

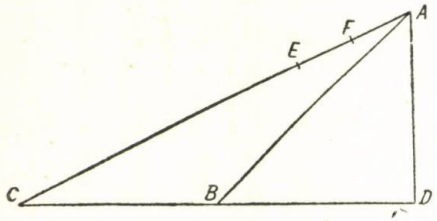
cu timpul de cădere pe AB să descrie în ascensiune un spațiu egal cu EF. Să luăm ED egală cu AB; DF rămasă va fi mai mică, deoarece întreaga EF va fi mai mică decît dublul lui AB: fie DI egală cu DF și după cum EI către ID, la fel fie DF către FX și din B să ducem dreapta de reflexie BO egală cu EX: zic că planul prin BO este acela pe care, după căderea pe AB a mobilului într-un timp egal cu timpul de cădere pe AB parcurge în urcare un spațiu egal cu spațiul dat EF. Să luăm BR, RS egale cu ED, DF. Într-adevăr, deoarece după cum EI către ID, la fel DF către FX, va fi, prin compunere, după cum ED către DI, la fel DX către XF; adică după cum ED către DF la fel DX către XF și EX către XD; adică, după cum BO către OR, la fel RO către OS. Căci dacă presupunem că timpul pe AB este AB, timpul pe OB, va fi OB și RO timpul pe OS și BR rămasă timpul pe SB rămasă, în coborîrea din O în B: însă timpul de coborîre pe SB din repausul în O este egal cu timpul de urcare din B în S după coborîrea AB; așa dar BO este planul ridicat din B, pe care după coborîrea pe AB se descrie în timpul BR, sau BA, spațiul BS egal cu spațiul dat EF: ceea ce trebuia făcut.



TEOREMA XVII. PREPOZIȚIA XXVII

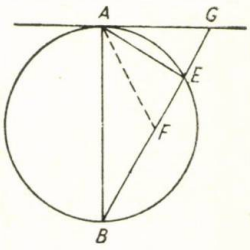
Dacă pe plane inegale, a căror înălțime este aceeași coboară un mobil, spațiul pe care îl descrie în porțiunea de jos a planului mai lung într-un timp egal cu acela în care este descris întreg planul mai scurt, este egal cu spațiul compus din planul cel mai scurt și din partea față de care același plan scurt are raportul, pe care îl are planul mai lung către excesul cu care cel mai lung întrece pe cel mai scurt.

Fie planul AC mai lung și AB cel mai scurt, a căror înălțime fie aceeași AD și din partea de jos AC să luăm CE egală cu AB și raportul întregii CA către AE, anume a excesului planului CA către AB; care să fie egal cu al lui CE către EF; zic că spațiul FC este cel descris, după căderea din A, într-un timp egal cu timpul de cădere pe AB. Într-adevăr, fiindcă întreaga CA către întreaga AE este precum porțiunea tăiată CE către porțiunea tăiată EF, EA rămasă va fi către AF rămasă precum întreaga CA către întreaga AE; așadar, cele trei CA, AE, AF sînt în proporție continue: dacă facem aceasta, timpul pe AB va fi precum AB, timpul pe AC va fi precum AC; iar timpul pe AF va fi precum AE și pe FC rămasă va fi precum EC: dar EC este egală cu AB: prin urmare, ceea ce ne-am propus este dovedit.



PROBLEMA XI. PREPOZIȚIA XXVIII

Linia orizontală AG să atingă un cerc și AB diametrul să fie în punctul de contact iar AEB două coarde oarecare: să determinăm raportul timpului de cădere pe AB către timpul de cădere pe ambele AEB. Să prelungim BE pînă la tangenta în G și să în jumătățim unghiul BAE prin AF: zic că timpul pe AB către timpul pe AEB este precum AE către AEF. Într-adevăr, deoarece unghiul FAB este egal cu unghiul FAE iar unghiul EAG, cu unghiul ABF, întregul GAF va fi egal cu cele două FAB, ABF; cu care este egal și unghiul GFA; deci linia GF este egală cu GA: și fiindcă dreptunghiul format de BGE este



egal cu pătratul lui GA, va fi egal și cu pătratul lui GF și cele trei linii BG, GF, GE vor fi proporționale. Căci presupunînd că AE este timpul pe AE, EG va fi timpul pe GE și GF timpul pe întreaga GB și EF timpul pe EB, după coborîrea din G sau din A pe AE: așadar, timpul pe AE sau pe AB către timpul pe AEB este precum AE către AEF: ceea ce trebuia arătat.

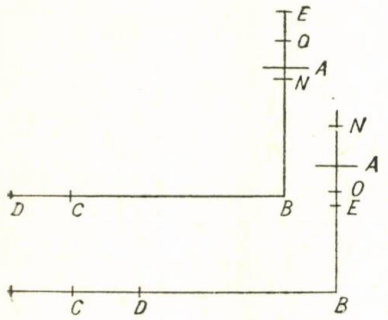
Altfel mai pe scurt. Să luăm GF egală cu GA; rezultă că GF este media proporțională între BG, GE. Restul se demonstrează ca mai sus.

TEOREMA XVIII. PREPOZIȚIA XXIX

Fiind dat un spațiu orizontal oarecare, de la capătul căruia să ridicăm o perpendiculară pe care să luăm o parte egală cu jumătatea spațiului dat pe o orizontală, un mobil coborînd de la o astfel de înălțime și continuînd pe orizontală va descrie spațiul orizontal împreună cu cel perpendicular într-un timp mai scurt, decît orice alt spațiu perpendicular împreună cu același spațiu orizontal.

Să luăm un plan orizontal, pe care fie dat un spațiu oarecare BC și din capătul B să ducem o perpendiculară, pe care BA fie jumătatea lui BC: zic că, timpul în care mobilul căzînd din A descrie ambele spații AB, BC este timpul cel mai scurt dintre toate în care mobilul ar descrie spațiul BC împreună cu o parte a perpendicularei, adică cu o porțiune mai mare sau mai mică decît partea AB. Fie EB partea luată mai mare, ca în figura întîi sau mai mică, ca în a doua; trebuie să arătăm că timpul în care sînt descrise spațiile EB, BC, este mai lung decît timpul în care se va descrie AB, BC. Să presupunem, că timpul pe AB este precum AB: el va fi și timpul de mișcare pe orizontala BC, deoarece BC este dublul lui AB și pe ambele spații ABC, timpul va fi dublul lui BA. Fie BO media între EB, BA; BO va fi

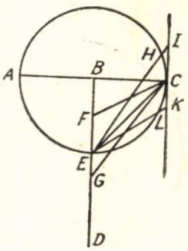
timpul de căderę pe EB : pe lîngă aceea, spațiul orizontal BD fie dublul lui BE ; rezultă că timpul după căderea pe EB este chiar BO. Fie precum DB către BC sau precum EB către BA la fel OB către BN și fiindcă mișcarea pe orizontală este uniformă, fie OB timpul pe BD după căderea din E ; NB va fi timpul pe BC după căderea de la aceeași înălțime E. De aici rezultă că OB cu BN este timpul pe EBC ; și fiindcă BA este timpul pe ABC, rămîne să arătăm că OB cu BN este mai mare decît dublul lui BA. Dar deoarece OB este media între EB, BA, raportul lui EB către BA este dublul raportului lui OB către BA ; și fiindcă EB către BA este precum OB către BN, raportul lui OB către BN de asemenea va fi dublul raportului lui OB către BA : într-adevăr, raportul lui OB către BN se compune din raportul lui OB către BA și al lui AB către BN : prin urmare, raportul lui AB către BN este același ca raportul lui OB către BA. Prin urmare, BO, BA, BN sînt în proporție continuă și OB cu BN sînt mai mari ca dublul lui BA : de unde rezultă evidența celor propuse.



TEOREMA XIX. PROPOZIȚIA XXX

Dacă dintr-un punct oarecare al orizontalei coborîm o perpendiculară, iar dintr-un alt punct luat pe aceeași orizontală ducem un plan la perpendiculară, pe care un mobil să se coboare în timpul cel mai scurt pînă la perpendiculară ; un astfel de plan va fi acela care din perpendiculară taie o parte egală cu distanța punctului luată pe orizontală pînă la capătul perpendicularei.

Fie BD perpendiculara ce coboară din punctul B al liniei orizontale AC, pe care C să fie un punct oarecare şi pe perpendiculară să luăm distanţa BE egală cu distanţa BC şi să ducem CE: zic că dintre toate planele înclinate din punctul C pînă la perpendiculară, CE este acela pe care coborîrea pînă la perpendiculară are loc în timpul cel mai scurt dintre toate. Într-adevăr, să înclinăm, deasupra şi dedesubt, planele CF, CG şi să ducem IK, atingînd în C cercul descris cu semidiametrul BC, care va fi echidistant cu perpendiculara; şi fie EK paralelă cu CF, trasată pînă la tangentă, tăind circumferinţa cercului în L; rezultă că timpul de cădere pe LE este egal cu timpul de cădere pe CE, dar timpul pe KE este mai lung decît pe LE, aşadar timpul pe KE este mai lung decît pe CE. Dar timpul pe KE este egal cu timpul pe CF, deoarece sînt egale şi amîndouă au aceeaşi înclinare; la fel, deoarece CG şi EI sînt egale şi au aceeaşi înclinare, timpurile de mişcare pe acestea vor fi egale, dar timpul pe HE, care este mai scurtă decît IE, este mai mic decît timpul pe IE; prin urmare şi timpul pe CE (care este egal cu timpul pe HE) va fi mai scurt decît timpul pe IE. Aşadar, ceea ce ne-am propus este dovedit.

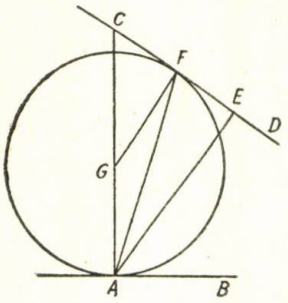


TEOREMA XX. PROPOZIŢIA XXXI

Dacă o linie dreaptă este înclinată oricum deasupra orizontalei, un plan dus de la un punct dat pe orizontală la dreapta înclinată, pe care coborîrea să aibă loc în timpul cel mai scurt, este acela care înjumătăţeşte unghiul cuprins de două perpendiculare duse din punctul dat, una la linia orizontală, cealaltă la cea înclinată.

Fie CD o linie înclinată oricum deasupra orizontalei AB şi fie A un punct oarecum dat pe orizontală. Să ducem din

AC o perpendiculară la AB și AE o perpendiculară la CD și linia FA să înjumătățească unghiul CAE: zic că dintre toate planele înclinate din orice punct al liniei CD la punctul A, cel dus prin FA este acela pe care mișcarea are loc în timpul cel mai scurt. Să ducem FG paralelă cu AE; unghiurile GFA, FAE vor fi egale ca alterne interne: dar EAF este egal cu FAG; deci laturile FG, GA ale triunghiului vor fi egale. Așadar, dacă din centrul G și cu distanța GA descriem un cerc, acesta va trece prin F și va atinge orizontala și înclinata în punctele A, F; căci unghiul GFC este drept, fiindcă GF și AE sînt echidistante; de aici rezultă, că toate liniile duse din punctul A pînă la cea înclinată trec dincolo de periferia cercului și, în consecință, rezultă că mișcările pe acestea au loc în timp mai lung decît pe FA. Ceea ce trebuia demonstrat.

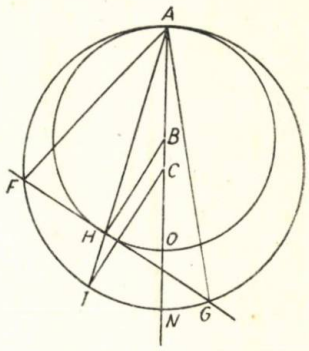


LEMĂ

Dacă două cercuri se ating în interior și pe cel interior îl atinge o linie dreaptă oarecare iar pe cel exterior îl taie trei linii duse de la punctul de contact al cercurilor la trei puncte ale liniei tangente, adică la punctul de contact al cercului interior și la intersecțiile exterioare, ele vor cuprinde unghiuri egale în punctul de contact al cercurilor.

Fie două cercuri care să se atingă în punctul A și fie B centrul celui mai mic și C al celui mai mare; pe cercul interior să-l atingă o linie dreaptă oarecare FG în punctul H iar pe cel mare să-l taie în punctele F, G; și să trasăm trei linii AF, AH, AG; zic că unghiurile FAH, GAH formate de ele sînt

egale. Să prelungim pe AH pînă la circumferință în I și din centre să ducem BH, CI și prin aceleași centre să ducem BC, care prelungită trece prin punctul de contact A și prin circumferința cercurilor în O și N: fiindcă unghiurile ICN, HBO sînt egale între ele, căci fiecare din ele este egal cu dublul lui IAN, BH, CI vor fi paralele. Și fiindcă BH, de la centru la punctul de contact, este perpendiculară pe FG, CI de asemenea va fi perpendiculară pe ea și arcul FI va fi egal cu arcul IG, de unde rezultă că unghiul FAI este egal cu unghiul IAG. Ceea ce trebuia arătat.

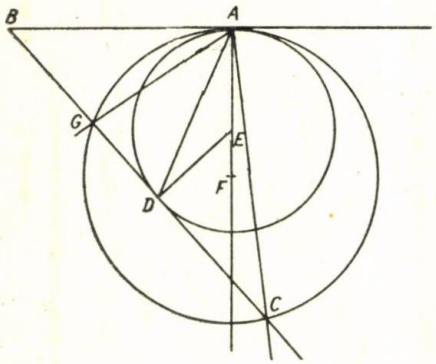


TEOREMA XXI. PROPOZIȚIA XXXII

Dacă pe o orizontală se iau două puncte și de la unul din ele se duce o linie înclinată înspre celălalt, din care se duce la cea înclinată o linie dreaptă, și dacă din acea parte se taie o porțiune egală cu cea cuprinsă între punctele de pe orizontală, căderea pe dreapta dusă va avea loc mai repede, decît pe oricare alte drepte duse din același punct la oricare dreaptă înclinată. Pe altele însă, care sînt duse sub unghiuri egale de la aceasta, căderea va avea loc în timpuri egale între ele.

Fie A, B două puncte pe orizontală și din B să ducem dreapta înclinată BC, pe care din capătul B să luăm distanța BD egală cu BA și să unim AD; zic că, căderea pe AD are loc mai repede decît pe orice dreaptă dusă din A la înclinata BC. Într-adevăr, din punctele A, D să ducem la BA, BD perpendicularele AE, DE, care se taie în E și fiindcă în triunghiul isoscel

ABD unghiurile BAD, BDA sînt egale, unghiurile complimentare DAE, EDA vor fi egale; prin urmare, cercul descris cu centrul E și intervalul EA va trece și prin D și va fi tangent dreptelor BA, BD în punctele A, D. Și fiindcă A este capătul perpendicularei AE, căderea pe AD va fi mai rapidă decît pe oricare altele din același capăt A duse pînă la linia BC dincolo de circumferința cercului, ceea ce trebuia arătat mai întîi.



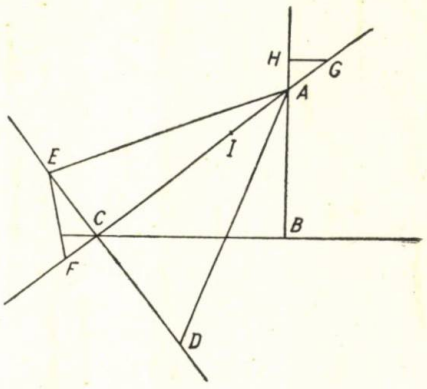
Într-adevăr, dacă prelungim perpendiculara AE și luăm pe ea un centru oarecare F și cu intervalul FA descriem cercul AGC, tăind dreapta tangentă în punctele G, C, din cele demonstrate mai sus rezultă că dreptele AG, AC formează unghiuri egale cu mediana AD; pe acestea, căderile vor avea loc în timpuri egale, deoarece pornind din punctul cel mai înalt A se termină la circumferința cercului AGC.

PROBLEMA XII. PROPOZIȚIA XXXIII

Fiind dată o perpendiculară și un plan înclinat față de ea, avînd aceeași înălțime și același punct superior comun, să găsim punctul pe perpendiculară, deasupra capătului comun, din care dacă lăsăm să cadă un mobil, care după ce se îndreaptă pe planul înclinat, va descrie planul înclinat în același timp ca și perpendiculara din repaus.

Fie AB, AC perpendiculara și planul înclinat care au aceeași înălțime: pe perpendiculara BA, prelungită în partea

lui A, trebuie să găsim punctul din care, coborînd, mobilul să descrie spațiul AC în același timp în care parcurge perpendiculara AB din repausul în A. Să ducem DCE sub unghiuri drepte la AC și să luăm CD egală cu AB și să unim AD: unghiul ADC va fi mai mare decît unghiul CAD (căci CA este mai mare decît AB sau CD). Unghiul DAE să fie egal cu unghiul ADE și fie EF perpendiculară la AE, întîlnind planul înclinat și prelungit în ambele părți în F și să luăm ambele AI, AG egale cu CF și prin G să ducem GH, echidistantă la orizontală; zic că H este punctul căutat.



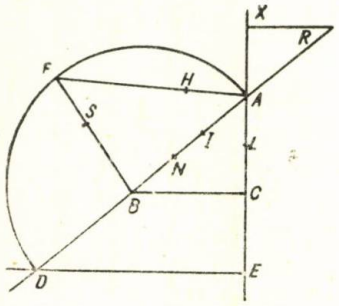
Într-adevăr, să presupunem că timpul de cădere pe perpendiculara AB este AB; timpul pe AC din repausul în A va fi însăși AC: și fiindcă în triunghiul dreptunghic AEF perpendiculara din E, sub unghiuri drepte, la baza AF fie dreapta dusă EC, AE va fi media între FA, AC și CE media între AC, CF, adică între CA, AI: și deoarece pe AC timpul din A este AC, AE va fi timpul pe întreaga AF, și EC timpul pe AI. Căci în triunghiul echilateral AED latura AE este egală cu latura ED, ED va fi timpul pe AF: și EC timpul pe AI, așadar CD, adică AB, va fi timpul pe IF din repausul în A: adică, cu alte cuvinte, AB este timpul pe AC din G sau H; ceea ce trebuia făcut.

PROBLEMA XIII. PROPOZIȚIA XXXIV

Fiind dat un plan înclinat și o perpendiculară, care au același punct superior, să găsim punctul cel mai de sus pe perpendiculară din care mobilul să se

coboare și, îndreptîndu-se pe planul înclinat, să descrie totul în același timp ca și planul înclinat singur din repausul în punctul superior.

Fie AB, AC planul înclinat și perpendiculara care au aceeași extremitate A: se cere să găsim punctul cel mai înalt pe perpendiculara prelungită în partea lui A din care, mobilul căzînd și îndreptîndu-se pe planul AB, să descrie porțiunea luată din perpendiculară și planul AB în același timp ca și planul AB singur din repausul în A. Fie BC o linie orizontală și să luăm din ea AN egală cu AC; și, după cum AB către BN, la fel fie AL către LC; să punem AL egală cu AI și fie CE a treia proporțională a lui AC, BI, notată pe perpendiculara AC prelungită: zic că CE este spațiul căutat, astfel încît, prelungind perpendiculara deasupra lui A și luînd AX egală cu CE, mobilul să descrie din X spațiul întreg XAB în același timp ca și singură AB din A.



Să luăm orizontala XR echidistantă cu BC, pe care să o întîlnească BA prelungită în R; apoi, prelungind pe AB pînă în D, să ducem ED echidistantă cu CB și pe AD să descriem un semicerc și din B să ridicăm pe DA perpendiculara BF pînă la circumferință: este evident că FB este media între AB, BD și FA dusă media între DA, AB. Să punem BS egală cu BI și FA egală cu FB: și fiindcă după cum AB către BD, la fel AC către CE și BF este media între AB, BD și BI media între AC, CE, BA va fi către AC precum FB către BS; și deoarece precum BA către AC sau către AN, la fel FB către BS, prin conversiunea raportului, BF va fi către FS precum AB către BN, adică AL către LC. Prin urmare, dreptunghiul sub FB, CL este egal cu dreptunghiul sub AL, SF; dar dreptunghiul AL,

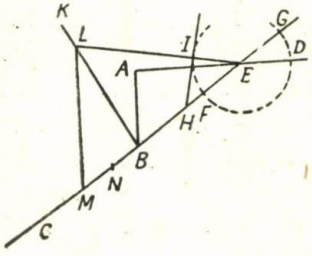
SF este excesul dreptunghiului sub AL, FB sau AI, BF, față de dreptunghiul AI, BS sau AIB; iar dreptunghiul FB, LC este excesul dreptunghiului AC, BF față de dreptunghiul AL, BF; dar dreptunghiul AC, BF este egal cu dreptunghiul ABI (căci precum BA către AC, la fel FB către BI): așadar, excesul dreptunghiului ABI față de dreptunghiul AI, BF sau AI, FH este egal cu excesul dreptunghiului AI, FH față de dreptunghiul AIB; deci dublul dreptunghiului AI, FH este egal cu cele două ABI, AIB, anume cu cele două AIB împreună cu pătratul lui BI. Să luăm pătratul comun AI: dublul dreptunghiului AIB va fi împreună cu cele două pătrate AI, IB, anume pătratul lui AB, egal cu dublul dreptunghiului AI, FH împreună cu pătratul lui AI. Adăugînd iarăși pătratul luat BF, vom avea două pătrate AB, BF, adică pătratul unic AF egal cu dublul pătratelor AI, FH cu cele două pătrate AI, FB, adică AI, FH. Într-adevăr, pătratul AF este egal cu dublul dreptunghiului AHF împreună cu pătratele lui AI, FH este egal cu dublul dreptunghiului AHF, împreună cu pătratele lui AH, HF; și, scăzînd din pătratul comun HF, dublul dreptunghiului AI, FH împreună cu pătratul lui AI vor fi egale cu dublul dreptunghiului AHF împreună cu pătratul lui AH. Și fiindcă toate dreptunghiurile au latura comună FH, linia AH va fi egală cu linia AI: căci dacă este mai mare sau mai mică, dreptunghiurile FHA și pătratul lui HA vor fi de asemenea mai mari sau mai mici decît dreptunghiul FH, IA și pătratul lui IA, contrar cu ceea ce am demonstrat. Dacă însă presupunem că timpul de cădere pe AB este precum AB, timpul pe AC va fi ca AC și IB, media între AC, CE, va fi timpul pe CE, sau pe XA din repausul în X: și deoarece între DA, AB sau RB, BA media este AF, între AB, BD, adică între RA, AB, media este BF, care este egală cu FH, din cele demonstrate mai sus rezultă că excesul AH este timpul pe AB din repausul în R sau după căderea din X, pe cînd timpul pe AB din repausul în A fusese AB. Așadar, timpul pe XA este IB; pe AB, după RA sau după XA, este

AI; *în consecință, timpul pe XAB va fi ca AB, anume același cu timpul pe singura AB din repausul în A. Ceea ce ne-am propus.*

PROBLEMA XIV. PROPOZIȚIA XXXV

Fiind dată o înclinată la o perpendiculară dată, să luăm o parte din înclinată, pe care singură, din repaus, să aibă loc mișcarea în același timp ca și pe perpendiculară.

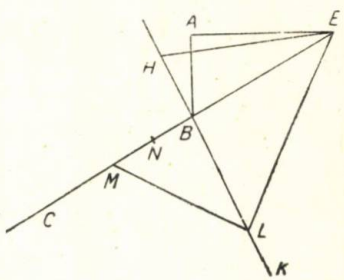
Fie perpendiculara AB și BC înclinată la ea: trebuie să luăm pe BC o porțiune pe care singură, din repaus, mișcarea să aibă loc în același timp ca pe perpendiculara AB. Să ducem orizontala AD, pe care înclinata CB prelungită să o întîlnească în E și să luăm BF egală cu BA și din centrul E, cu intervalul EF, să descriem cercul FIG și să prelungim EF pînă la circumferință în G și precum GB către BF, la fel BH către HF și HI să atingă cercul în I; apoi să ridicăm BK din B perpendiculară la FC, pe care să o întîlnească în L linia EIL; în sfîrșit, să ducem LM perpendiculară la EI care să întîlnească pe BC în M: zic că pe linia BM din repausul în B mișcarea are loc în același timp ca din repausul în A pe ambele AB, BM. Să luăm EN egală cu EL; și fiindcă precum GB către BF, la fel BH către HF, permutînd, vom avea precum GB către BH, la fel BF către FH și, împărțind, GH către HB precum BH către HF; din care cauză, dreptunghiul GHF va fi egal cu pătratul HB; însă același dreptunghi este egal și cu pătratul lui HI, așa dar, BH și HI sînt egale. Și deoarece în patrulaterul IL, BH laturile HB, HI sînt egale și unghiurile B, I drepte, latura BL, de asemenea, va fi egală cu LI; însă EI este egală cu EF, deci, întreaga LE sau NE este egală cu cele două LB, EF. Să scoatem EF comună: cea rămasă FN va



fi egală cu LB : şi cea dată FB este egală cu BA : deci LB este egală cu cele două AB, BN. Iar dacă presupunem că timpul pe AB este însuşi AB, timpul pe EB va fi egal cu EB ; iar timpul pe întreaga EM va fi EN, adică media între ME, EB : prin urmare, timpul de cădere pe BM rămasă după EB sau după AB va fi BN : dar am presupus că timpul pe AB este AB : deci timpul de cădere pe ambele ABM este ABN. Deoarece însă timpul pe EB din repausul în E este EB, timpul pe BM din repausul în B va fi media proporţională între BE, BM ; aceasta însă este BL ; aşadar, timpul pe ambele ABM din repausul în A este ABN : iar timpul pe BM singură din repausul în B este BL ; dar s-a demonstrat că BL este egală cu cele două AB, BN ; aşadar, ceea ce ne-am propus am demonstrat.

Altfel, mai pe scurt.

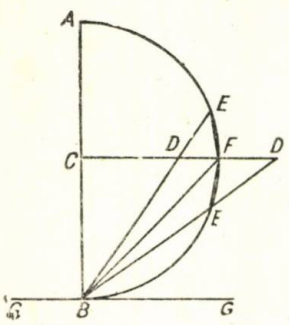
Fie BC un plan înclinat iar BA perpendiculara. Să ducem o perpendiculară prin B la EC şi, prelungind-o în ambele sensuri, să punem BH egală cu excesul BE faţă de BA şi să luăm unghiul BHE egal cu unghiul HEL ; iar EL prelungită să întîlnească BK în L şi din L să ridicăm perpendiculara LM la EL ce întîlneşte pe BC în M ; zic că BM este spaţiul căutat în planul BC. Într-adevăr, deoarece unghiul MLE este drept, BL va fi media între MB, BE şi LE media între ME, EB şi să tăiem pe EL egală cu EN ; şi fie cele trei linii NR, EL, LH, egale, HB va fi excesul lui NE faţă de BL ; într-adevăr, aceeaşi HB este şi excesul lui NE faţă de NB, BA ; deci cele două NB, BA sînt egale cu BL. Dacă facem aceasta,



EB este timpul pe EB, timpul pe BM din repausul în B va fi BL şi BN va fi timpul acesteia după EB sau după AB şi AB va fi timpul pe AB ; deci timpurile pe ABM, anume ABN, sînt egale cu timpul pe singura BM din repausul în B ; ceea ce ne-am propus.

LEMĂ

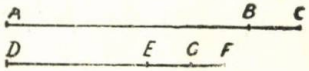
Fie DC perpendiculară pe diametrul BA și la capătul B



să ducem BED oarecum și să unim FB: zic că FB este media între DB, BE. Să unim EF și prin B să ducem tangenta BG, care va fi paralelă cu CD; din care cauză unghiul DEG va fi egal cu unghiul FDB: dar GBD este egal și cu unghiul EFB în cele două alternative; așadar, triunghiurile FBD, FEB sînt asemenea și precum BD către BF, la fel FB către BE.

LEMĂ

Fie linia AC mai mare decît DF și raportul AB către BC să fie mai mare decît al lui DE către EF; zic că AB este mai mare decît DE. Într-adevăr, deoarece raportul AB către BC este mai mare decît al lui DE către EF; raportul lui AB către BC va fi egal cu raportul lui DE către dreapta mai mică decît EF. Să aibă același raport către EG: și deoarece AB către BC este precum DE către EG, va fi, prin compunerea și conversiunea raportului, precum CA

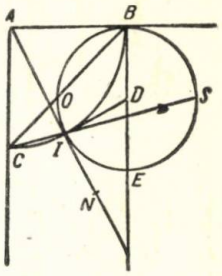


către AB, la fel GD către DE: însă CA este mai mare decît GD: prin urmare, BA este mai mare decît DE.

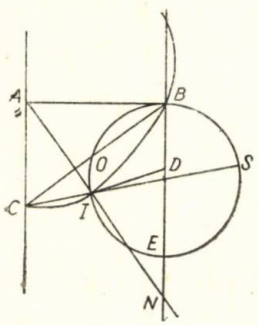
LEMĂ

Fie ACIB un cadran de cerc și din B să ducem BE paralelă cu AC; și dintr-un centru oarecare luat pe ea, să descriem cercul BOES, atingînd AB în B și tăind circumferința cadranului

în I; să unim CB și să prelungim pe CI pînă în S: zic că linia CI este întotdeauna mai mică decît CO. Să unim AI, care atinge cercul BOE. Căci dacă ducem DI, va fi egală cu DB; cum însă DB atinge cadranul, va atinge și DI și va fi perpendiculară pe diametrul AI; din care cauză și AI atinge cercul BOE în I. Și deoarece unghiul AIC este mai mare decît unghiul ABC, fiindcă subîntinde o periferie mai mare, și unghiul SIN va fi mai mare decît ABC: din această cauză porțiunea IES este mai mare decît porțiunea BO și linia CS, mai apropiată de centru, este mai mare decît CB: de aceea, CO este mai mare decît CI, fiindcă precum SC către CB, la fel OC către CI.



Aceasta are loc îndeosebi dacă (ca în figura a doua) BIC va fi mai mic decît cadranul. Într-adevăr, perpendiculara DB va tăia cercul CIB; de aceea și DI este egală cu DB; și unghiul DIA va fi obtuz și astfel AIN va tăia și cercul BIE. Fiindcă unghiul ABC este mai mic decît unghiul AIC, care este egal cu SIN; acesta însă este mai mic decît acela pe care îl formează SI cu tangenta în I; așadar, porțiunea SEI este cu mult mai mare decît porțiunea BO: de unde etc. Ceea ce trebuia demonstrat.

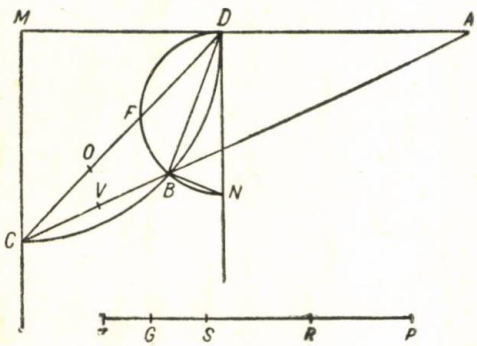


TEOREMA XXII. PROPOZIȚIA XXXVI

Dacă într-un cerc ridicat pe orizontală din punctul cel mai de jos ridicăm un plan ce nu subîntinde o circumferință mai mare decît un cadran, de la capetele căruia se înclină alte două plane la un punct oarecare al circumferinței coborîrea va avea loc pe ambele plane

înclinate într-un timp mai scurt decît pe planul ridicat anterior sau numai pe unul din cele două, anume pe cel inferior.

Din punctul cel mai de jos al circumferinței CBD a unui cerc ridicat pe orizontală, care nu este mai mare decît un cadran, să ridicăm planul CD și două plane înclinate, din capetele D, C, duse la un punct oarecare B luat pe circumferință: zic că timpul de coborîre pe ambele plane DBC este mai scurt decît timpul de coborîre pe DC singur, sau pe BC singur din repausul în B. Să ducem prin D orizontala MDA, pe care CB prelungită să o întîlnească în A; și fie DN, MC către MD și BN către BD perpendiculare și în jurul triunghiului dreptunghic DBN să descriem semicercul DFBN, ce taie DC în F: și fie DO media proporțională între CD, DF și AV media între CA, AB. Fie însă PS timpul în care se descrie întreaga DC sau BC (deoarece rezultă că ambele sînt parcurse în același timp) și după cum CD către DO, la fel timpul SP către timpul PR; timpul PR va fi acela în care mobilul parcurge DF din D; iar RS acela în care descrie FC rămasă. Deoarece PS este și timpul în care mobilul descrie BC din B, dacă precum BC către CD, la fel SP către PT, PT va fi timpul de cădere din A în C, fiindcă din cele demonstrate mai sus DC este media între AC, CB. Fie în sfîrșit precum CA către AV, la fel TP către PG: PG va fi timpul în care mobilul ajunge din A în B iar GT restul de timp al mișcării BC ce urmează după mișcarea din A în B. Într-adevăr, deoarece DN este diametrul cercului DFN, ridicat pe

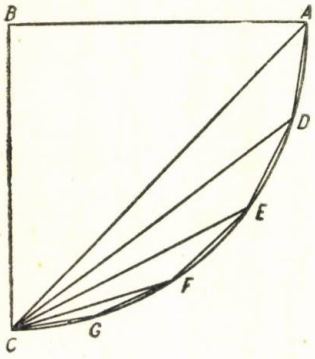


orizontală, liniile DF și DB vor fi descrise în timpuri egale: din această cauză dacă vom demonstra că mobilul parcurge mai repede BC după căderea DB decît FC după ce a parcurs DF, vom avea ceea ce ne-am propus. Dar mobilul ce vine din D pe DB va descrie cu aceeași viteză BC ca și cînd ar veni din A pe AB, fiindcă din căderea pe amîndouă DB, AB primește momente de viteză egale, prin urmare, va fi demonstrat că descrie BC după AB în timp mai scurt decît FC după DF. Dar s-a explicat, că timpul în care parcurge BC după AB este GT; iar timpul pe FC după DF este RS: în consecință, trebuie să arătăm că RS este mai mare decît GT. Aceasta se demonstrează astfel: fiindcă după cum SP către PR, la fel CD către DO, prin conversiunea raportului, precum RS către SP, la fel OC către CD, dar după cum SP către PT, la fel DC către CA; și fiindcă după cum TP către PG, la fel CA către AV, prin conversiunea raportului va fi și după cum TP către TG, tot astfel AC către CV; deci, prin egalitate, precum RS către GT, la fel OC către CV: dar OC este mai mare decît CV, după cum vom demonstra imediat: așadar timpul RS este mai mare decît timpul GT; ceea ce trebuia demonstrat. Dar fiindcă CF este mai mare decît CB iar FD este mai mică decît BA, raportul lui CD către DF va fi mai mare decît al lui CA către AB; dar după cum CD către DF, la fel pătratul lui CO către pătratul lui OF deoarece CD, DO, DF sînt proporționale; iar după cum CA către AB, la fel pătratul lui CV către pătratul lui VB; prin urmare, CO are către OF un raport mai mare decît CV către VB: așadar, din lema precedentă, CO este mai mare decît CV. Mai rezultă că timpul pe DC către timpul pe DBC este precum DOC către DO împreună cu CV.

OBSERVAȚIE

Din cele demonstrate se poate deduce că mișcarea cea mai rapidă dintre toate, de la un capăt la celălalt, nu are loc pe linia cea mai scurtă, adică pe o dreaptă, ci pe o porțiune de cerc.

Într-adevăr, pe cadranul BAEC, a cărui latură BC este ridicată pe orizontală, să împărțim arcul AC în oricîte părți egale AD, DE, EF, FG, GC și să ducem din C drepte la punctele A, D, E, F, G și să ducem dreptele AD, DE, EF, FG, GC: este evident că mișcarea pe cele două ADC se face mai repede decît pe una AC, sau DC din repausul în D. Însă din repausul în A are loc mai repede pe DC decît pe două ADC: dar pe cele două DEC din repausul în A într-adevăr coborîrea are loc mai repede decît pe CD singură; așadar, coborîrea pe cele trei ADEC se face mai repede de cît pe cele două ADC. La fel în căderea precedentă pe ADE, mișcarea se face mai repede pe EFC decît pe singura EC; așadar, pe cele patru ADEFC mișcarea se face mai repede decît pe cele trei ADEC. Și în sfîrșit, pe cele două FGC, după coborîrea precedentă pe ADEF, mișcarea se face mai repede decît pe FC singură; prin urmare, pe cele cinci ADEFGC căderea se face într-un timp mai scurt decît pe cele patru ADEFC. Și deci cu cît ajungem mai repede prin poligoanele înscrise la circumferință, cu atît mai repede are loc mișcarea între cele două extremități notate A, C.

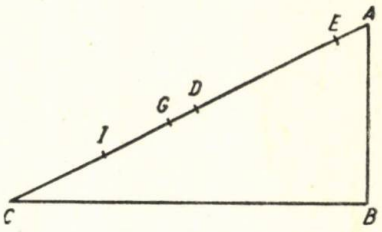


Dar ceea ce s-a demonstrat pentru cadran este valabil și pentru circumferința mai mică decît cadranul: raționamentul este identic.

PROBLEMA XV. PROPOZIȚIA XXXVII

Fiind dată o perpendiculară și un plan înclinat, avînd aceeași înălțime, să găsim porțiunea pe planul înclinat care să fie egală cu perpendiculara și să fie descrisă în același timp ca perpendiculara.

Fie AB perpendiculara și AC planul înclinat; trebuie să găsim pe perpendiculară porțiunea egală cu perpendiculara AB care, după repausul în A, să fie descrisă în timp egal cu timpul în care se descrie perpendiculara. Să luăm AD egală cu AB și DC rămasă să fie înjumătățită în I; și după cum AC către CI, la fel CI către AE și să luăm DG egală cu ea: este evident că EG este egală cu AD și AB. Mai zic că EG este porțiunea descrisă de mobilul ce vine din repausul în A, într-un timp egal cu timpul în care mobilul cade pe AB. Într-adevăr, deoarece,



precum AC către CI, la fel CI către AE sau ID către DG, prin conversiunea raportului precum CA către AI, la fel DI către IG: și după cum întreaga CA către întreaga AI, tot astfel CI scăzută către IG scăzută, IA rămasă va fi către AG rămasă precum întreaga CA către întreaga AI. Prin urmare, AI către media între CA, AG și CI media între CA, AE. Așadar, dacă luăm timpul pe AB precum AB, AC va fi timpul pe AC și CI sau ID timpul pe AE; și fiindcă AI este media între CA, AG, CA va fi timpul pe întreaga AC; AG va fi timpul pe AI; și IC rămasă pe GC rămasă: dar DI a fost timpul pe AE; deci ambele DI, IC sînt timpurile pe ambele AE, CG; așadar, DA rămasă va fi timpul pe EG, adică egal cu timpul pe AB. Ceea ce trebuia dovedit.

COROLAR

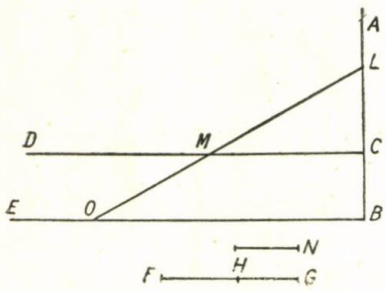
De aici rezultă că spațiul căutat este intermediar între partea superioară și inferioară, care sînt descrise în timpuri egale.

PROBLEMA XVI. PROPOZIȚIA XXXVII

Fiind date două plane orizontale tăiate de o perpendiculară, să găsim pe perpendiculară punctul cel mai înalt din care mobilele, căzînd și reflectîndu-se în

planele orizontale, să descrie în timpuri egale cu timpurile de cădere, pe aceste orizontale, adică pe cel superior și inferior, spații care să aibă între ele orice raport dat al celui mai mic către cel mai mare.

Să tăiem orizontalele CD, BE cu perpediculara ACB și fie dat raportul celei mai mici către cea mai mare, N către FG:



Trebuie să găsim pe AB punctul cel mai de sus din care, căzînd un mobil și reflectîndu-se pe planul CD, într-un timp egal cu timpul său de cădere să descrie un spațiu care să aibă către spațiul descris de celălalt mobil, care vine din același punct superior, într-un timp egal cu timpul căderii sale, în mișcarea reflectată pe planul BE, același raport ca al dreptei date N către FG. Să luăm GH egală cu N; și după cum FH către HG, la fel BC către CL: zic că L este punctul superior căutat. Într-adevăr, să luăm CM dublul lui CL, să ducem LM, care întîlnește planul BE în O; BO va fi egală cu dublul lui BL; și fiindcă precum FH către HG, la fel BC către CL, prin compunere și conversiune vom avea precum HG, adică N, către GF, la fel CL către LB, adică CM către BO. Dar fiindcă CM este dublul lui LC, este evident că spațiul CM este cel descris în planul CD de către mobilul ce vine din L după căderea pe LC; din același motiv BO este cel descris după căderea LB într-un timp egal cu timpul de cădere pe LB, fiindcă BO este dublul lui BL. Prin urmare propoziția este demonstrată.

Sagr. Mi se pare că putem să îi concedem Academicianului nostru, că el, fără exagerare, la începutul acestui tratat al său ar fi putut să-și atribuie meritul că ne dă o nouă știință referitor la un subiect foarte vechi. Și constatarea că, cu atîta

uşurinţă şi claritate, dintr-un singur principiu foarte simplu, deduce demonstraţiile atîtor propoziţii, mă face să mă mir mult cum se poate că un astfel de material a fost neglijat de către Archimede, Apolloniu, Euclid şi atîţia alţi matematicieni şi filozofi iluştri, mai ales că despre mişcare s-au scris volume mari şi multe.

Salv. La Euclid se găseşte un fragment referitor la mişcare, dar nu se găseşte nici o urmă ca el să se fi ocupat cu cercetarea raportului acceleraţiei şi a variaţiei sale cu înclinarea. Astfel că, într-adevăr, se poate spune că abia acum s-a deschis drumul pentru o nouă contemplare, plină de concluzii infinite şi minunate, care în timpurile viitoare vor putea stimula alte minţi.

Sagr. Într-adevăr, eu cred că, după cum puţinele proprietăţi, ca de exemplu ale cercului, demonstrate de Euclid în Cartea a treia a Elementelor sale, formează începutul la altele nenumărate propoziţii mai ascunse, tot astfel cele prezentate şi demonstrate în acest scurt tratat, dacă ar ajunge în mîinile unor minţi speculative, ar deschide drumul la altele şi altele mai admirabile ; şi putem crede că aşa se va întîmpla, datorită superiorităţii subiectului faţă de toate celelalte.

Lungă şi laborioasă a fost această zi, în care am gustat mai mult simplitatea propoziţiilor decît demonstraţiile lor, multe din care cred că pentru a le înţelege bine, îmi vor răpi mai mult decît o oră pentru fiecare : studiu pe care mi-l rezerv să-l fac în linişte, lăsîndu-mi domnia voastră cartea, după ce vom fi văzut partea care rămîne referitoare la mişcarea corpurilor aruncate ; ceea ce va avea loc, dacă vă convine, în ziua următoare.

Salv. Nu voi pregeta să stau la dispoziţia dumneavoastră.

Sfîrşitul zilei a treia

ZIUA A PATRA

Salv. Soseşte la timp şi dl. Simplicio; de aceea, fără a face pauză, să revenim la mişcare : iată textul Autorului nostru.

DESPRE MIŞCAREA PROIECTILELOR

Am considerat mai sus proprietăţile mişcării uniforme şi ale mişcării natural accelerate pe un plan înclinat. Astăzi voi supune meditaţiei fenomenele mai importante şi cele demne de cunoscut şi voi demonstra, riguros, ce se întîmplă cu un mobil ce se mişcă cu o mişcare compusă dintr-o mişcare dublă, adică uniformă şi natural accelerată : este clar că de aceeaşi natură este mişcarea proiectilelor; a cărei generare mi-o imaginez astfel.

Îmi imaginez mişcarea unui corp aruncat orizontal, care nu întîmpină nici o piedică; din cele spuse mai pe larg în altă parte, rezultă că mişcarea lui pe plan va fi uniformă şi perpetuă, dacă planul se întinde la infinit; dacă însă presupunem că planul este finit şi aşezat la o anumită înălţime, mobilul, care presupun că este greu, ajuns la capătul planului şi mergînd mai departe, va primi, pe lîngă mişcarea uniformă şi continuă ce a avut-o în mişcarea anterioară, o propulsie în jos datorită propriei sale greutăţi, deci se va naşte o mişcare compusă din cea orizontală şi uniformă şi din cea natural accelerată în jos, pe care o numesc aruncare. Vom demonstra unele proprietăţi ale acesteia : cea dintîi fie următoarea.

TEOREMA I. PROPOZIŢIA I

Proiectilul, în timp ce se mişcă cu mişcare compusă din cea orizontală uniformă şi din cea natural accelerată în jos, în mişcarea lui va descrie o linie semiparabolică.

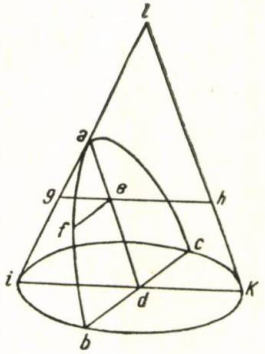
Sagr. Vă rog, d-le Salviati, pentru a-mi face plăcere atît mie cît şi d-lui Simplicio cred, să facem o scurtă pauză; din întîmplare eu nu am aprofundat atît de mult geometria încît să fi studiat pe Apolloniu, ştiu numai că el s-a ocupat cu parabole şi cu alte secţiuni conice, fără cunoaşterea cărora, precum şi a proprietăţilor lor, nu cred că se pot înţelege demonstraţiile altor propoziţii în legătură cu ele. Şi fiindcă deja în prima şi frumoasa propoziţie Autorul ne propune să demonstrăm că linia descrisă de proiectil este parabolică, îmi închipui că, netratîndu-se despre alte linii decît despre parabolă, este absolut necesară înţelegerea perfectă, dacă nu a tuturor proprietăţilor acestor figuri demonstrate de Apolloniu, cel puţin a celor necesare studiului de faţă.

Salv. Domnia voastră sînteţi foarte modest, arătînd că vi se par noi cunoştinţele pe care nu de mult le consideraţi bine cunoscute, deci zic că în tratatul despre rezistenţă am avut nevoie de cunoaşterea unei anumite propoziţii a lui Apolloniu care nu v-a făcut nici o dificultate.

Sagr. Se poate că am cunoscut-o întîmplător sau că am presupus-o odată atît cît era necesar pentru acel tratat: dar aici, unde îmi închipui că trebuie să aud toate demonstraţiile referitoare la aceste linii, nu trebuie, cum s-ar zice, să o sorb din plin, neţinînd seama nici de timp nici de oboseală.

Simpl. În ceea ce mă priveşte, dacă, după cum mi se pare, d-l Sagredo este bine înarmat cu tot ceea ce îi este necesar, mie îmi sînt necunoscuţi însăşi primii termeni; deoarece, deşi filozofii noştri au tratat subiectul mişcării proiectilelor, nu-mi aduc aminte ca ei să fi descris aceste linii decît numai în general ca fiind întotdeauna linii curbe, cu excepţia aruncării

perpendiculare, *sursum**). De aceea, dacă puţina geometrie pe care am învăţat-o din Euclid, de cînd am început să discutăm altceva, nu este suficientă pentru a-mi servi drept cunoştinţe necesare în înţelegerea demonstraţiilor ce urmează, va trebui să mă mulţumesc cu propoziţiile crezute, dar neştiute.

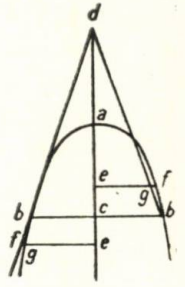


Salv. Mai degrabă aş dori să le aflaţi mulţumită aceluiaşi Autor al operei, care, cînd mi-a permis să văd acest rod al oboselilor sale, fiindcă atunci nu aveam încă la dispoziţie cărţile lui Apolloniu, s-a străduit să-mi arate două proprietăţi principale ale acestei parabole, fără alte cunoştinţe preliminare, singurele de care avem nevoie în tratatul prezent : care sînt demonstrate şi de Apolloniu, dar după multe altele, care ne-ar lua prea mult timp pentru a le cunoaşte ; şi dorinţa mea este să scurtăm cît se poate drumul, scoţînd cea dintîi imediat din simpla generare a acestei parabole şi apoi din aceasta îndată demonstraţia celei de-a doua. Să revenim deci la cea dintîi.

Să considerăm un con drept, a cărui bază fie cercul *ibkc* iar vîrful punctul *l*, în care, tăiat cu un plan paralel cu latura *lk*, să ia naştere secţiunea *bac*, numită *parabolă* ; baza acesteia *bc* să taie sub unghiuri drepte diametrul *ik* al cercului *ibkc* şi fie axa parabolei *ad* paralelă cu latura *lk* ; şi luînd un punct oarecare *f* pe linia *bfa*, să ducem dreapta *fe* paralelă cu *db* : zic că pătratul lui *bd* către pătratul lui *fe* are acelaşi raport ca axa *da* către porţiunea *ae*. Să presupunem că prin punctul *e* trece un plan paralel cu cercul *ibkc*, care va face în con o secţiune circulară, al cărui diametru fie linia *geh* : şi deoarece *bd* este perpendiculară pe diametrul *ik* al cercului *ibk*, pătratul

*) în sus.

lui *bd* va fi egal cu dreptunghiul construit cu porțiunile *id dk*: și la fel în cercul superior, care se presupune că trece prin punctele *g*, *f*, *h*, pătratul liniei *fe* este egal cu dreptunghiul format de porțiunile *geh*; așadar, pătratul lui *bd* către pătratul lui *fe* are același raport ca dreptunghiul *idk* către dreptunghiul *geh*. Și fiindcă linia *eg* este paralelă cu *hk*, *eh* va fi egală cu *dk*, care de asemenea sînt paralele: și de aceea, dreptunghiul *idk* va avea către dreptunghiul *geh* același raport ca *id* către *ge*, adică precum *da* către *ae*: așadar, dreptunghiul *idk* cu dreptunghiul *geh*, adică pătratul lui *bd* cu pătratul lui *fe*, are același raport ca axa *da* către porțiunea *ae*; ceea ce trebuia demonstrat.



Cealaltă propoziție, de asemenea necesară tratatului de față, o vom lămuri astfel. Să trasăm parabola a cărei axă *ca* să o prelungim în afară în *d* și să luăm un punct oarecare *b*, prin acesta presupunînd prelungită linia *bc*, paralelă cu baza parabolei; și punînd *da* egală cu porțiunea din axă *ca*, zic că dreapta dusă prin punctele *d*, *b* nu cade în interiorul parabolei, ci în afară, astfel că numai o atinge în punctul *b*. Într-adevăr, dacă este posibil, să cadă înăuntru, tăind-o deasupra, sau, prelungită, tăind-o dedesubt, și pe ea să luăm un punct oarecare *g*, prin care să treacă dreapta *fge*. Și fiindcă pătratul lui *fe* este mai mare decît pătratul lui *ge*, pătratul lui *fe* va avea către pătratul *bc* un raport mai mare decît pătratul lui *ge* către același *bc*; și fiindcă, potrivit celei precedente, pătratul lui *fe* către pătratul lui *bc* este precum *ea* către *ac*, prin urmare *ea* are către *ac* un raport mai mare decît pătratul lui *ge* către pătratul lui *bc* adică decît pătratul lui *ed* către pătratul lui *dc* (căci în triunghiul *dge* precum *ge* către paralela *bc*, la fel *ed* către *dc*): dar linia *ea* către *ac*, adică către *ad*, are același raport ca patru dreptunghiuri *ead* către patru pătrate ale lui *ad*, adică către pătratul lui *cd* (care este egal cu patru

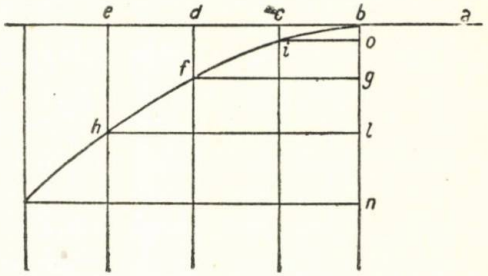
pătrate ale lui *ad*): prin urmare, 4 dreptunghiuri *ead* către pătratul lui *cd* vor avea un raport mai mare decît pătratul lui *ed* către pătratul lui *dc*: prin urmare, 4 dreptunghiuri *ead* vor fi mai mari decît pătratul lui *ed*: ceea ce este fals fiindcă sînt mai mici; astfel că porțiunile *ea*, *ad* ale liniei *ed* nu sînt egale. Deci linia *db* atinge parabola în *b* și nu o taie: ceea ce trebuia demonstrat.

Simpl. Dumneavoastră faceți demonstrații foarte savante și, după cum mi se pare, presupuneți în permanență că aș cunoaște toate propozițiile lui Euclid, ca și primele axiome, ceea ce nu este cazul. Și tocmai îmi scapă că 4 dreptunghiuri *ead* sînt mai mici decît pătratul lui *de*, fiindcă porțiunile *ea*, *ad*, ale liniei *ed* nu sînt egale, ceea ce nu mă liniștește ci mă lasă în dubiu.

Salv. Într-adevăr, toți matematicienii de seamă presupun că cititorul cunoaște bine cel puțin Elementele lui Euclid: și aici, pentru a vă ajuta, va fi suficient să vă reamintesc o propoziție din cartea a doua, în care se demonstrează că dacă o linie este tăiată în părți egale și neegale, dreptunghiul format de părțile neegale este mai mic decît dreptunghiul format din părțile egale (adică decît pătratul jumătății) cu pătratul liniei cuprinse între segmente: de aici este evident că pătratul întregii drepte, care cuprinde 4 pătrate ale jumătății, este mai mare decît 4 dreptunghiuri formate din părțile neegale. Acum, aceste două propoziții demonstrate, luate din elementele conicelor, se cuvine să le reținem pentru înțelegerea celor ce urmează în tratat: deoarece numai de acestea, și nu și de altele, se servește autorul. Acum putem să reluăm textul ca să vedem cum demonstrează prima propoziție, în care el caută să ne arate că linia descrisă de un mobil greu, care în timp ce coboară cu o mișcare compusă din cea orizontală uniformă și din căderea naturală, este o semiparabolă.

Să considerăm o linie orizontală sau un plan ab situat la înălțime, pe care un mobil se mișcă uniform din a în b; lipsin-

du-i sprijinul planului în b, mobilului i se adaugă, din cauza greutății proprii, o mișcare naturală în jos de-a lungul perpendicularei bn. Să presupunem că pe planul ab linia se prelungește în be, ca măsură a timpului, pe care după voie să notăm intervale oarecare egale de timp bc, cd, de; iar din punctele b, c, d, e, să presupunem că se duc liniile perpendiculare echidistante cu bn: pe cea dintîi din ele să luăm o porțiune oarecare ci; iar pe următoarea să luăm cuadruplul ei df, apoi eh de nouă ori mai mare; și în mod consecvent pe celelalte în raportul pătratelor cb, db eb. Căci dacă mobilului deplasat din b în c cu o mișcare uniformă presupunem că i se adaugă cantitatea ci în căderea pe perpendiculară, se va găsi la capătul i după timpul bc. Mergînd însă mai departe, în timpul db, care este de două ori mai mare decît bc, spațiul de coborîre va fi de patru ori mai mare decît spațiul primului ci; căci s-a demonstrat în primul tratat că spațiul parcurs de un corp greu, în mișcarea uniform accelerată, este proporțional cu pătratul timpului: la fel, spațiul eh, parcurs în timpul be, va fi ca 9: astfel încît în mod evident rezultă că spațiile eh, df, ci sînt între ele precum pătratele liniilor eb, db, cb. Să mai ducem din punctele i, f, h, dreptele io, fg, hl, echidistante cu eb: hl, fg, io vor fi linii respectiv egale cu eb, db, cb: iar bo, bg, bl vor fi egale cu ci, df, eh; și pătratul lui hl va fi către pătratul lui fg precum linia lui lb către bg și pătratul lui fg către pătratul lui io precum gb către bo; prin urmare, punctele i, f, h cad pe o parabolă. La fel se va demonstra că, luînd intervale oarecare de timp de mărimi oarecare, pozițiile mobilului ce se mișcă cu o mișcare compusă asemănătoare în aceleași timpuri, se găsesc pe aceeași linie parabolică. Așadar aceea ce ne-am propus este demonstrat.



Salv. Această concluzie se trage de la reciproca primei propoziții dintre cele două menționate mai sus. Într-adevăr, descriind, de exemplu, parabola prin punctele *b*, *h*, dacă vreunul dintre 2 *f*, *i* nu s-ar găsi pe linia parabolică trasată, s-ar găsi înăuntru sau în afară și, în consecință, linia *fg*, ar fi sau mai mică sau mai mare decît aceea care se termină pe linia parabolică; de aceea, pătratul lui *hl* nu către pătratul lui *fg*, ci către unul mai mare sau mai mic, ar avea același raport pe care îl are linia *lb* către *bg*; dar îl are către pătratul lui *fg*: prin urmare, punctul *f* se găsește pe parabolă: și la fel toate celelalte etc.

Sagr. Nu se poate nega că raționamentul este nou, ingenios și concludent, demonstrația sprijinindu-se *ex suppositione**) adică, presupunînd că mișcarea transversală se menține întotdeauna uniformă**) și că mișcarea naturală *deorsum****) își păstrează conținutul la fel, fiind incontinuu accelerată proporțional cu pătratul timpului, și că astfel de mișcări și vitezele lor, amestecîndu-se, nu se deranjează, nu se perturbă și nu se împiedică, astfel că în sfîrșit traiectoria nu variază și nici continuarea mișcării nu degenerează în una de alt gen: lucru care îmi pare imposibil. Într-adevăr, fiindcă axa parabolei noastre, de-a lungul căreia presupunem că are loc mișcarea naturală a corpurilor grele, fiind perpendiculară pe orizontală, se va termina în centrul pămîntului; și deoarece linia parabolică se îndepărtează încontinuu de axa ei; nici un proiectil nu se va opri în centru sau, dacă s-ar duce acolo, cum ar părea necesar, linia proiectilului ar degenera în alta, foarte diferită de cea parabolică.

Simpl. La aceste dificultăți eu mai adaug altele: una din ele este presupunerea noastră că planul orizontal, care nu este înclinat nici în sus nici în jos, ar fi o linie dreaptă, ca și cînd o linie asemănătoare ar fi în toate punctele sale egal depărtată de centru, ceea ce nu este adevărat: fiindcă, plecînd de la

*) din ipoteză.

**) Această propoziție constituie de fapt primul principiu al dinamicii newtoniene.

***) în jos.

centru, ea merge spre extremităţi, îndepărtîndu-se din ce în ce mai mult de centru şi deci urcîndu-se necontenit; de aici urmează că este imposibil ca mişcarea să se perpetueze şi nici nu rămîne constantă pe vreo distanţă, ci variază în mod continuu încetinindu-se. În afară de aceasta, după cum cred, este imposibil să înlăturăm rezistenţa mediului, astfel că nu este valabilă uniformitatea mişcării transversale şi regula acceleraţiei corpurilor în cădere. Din cauza acestor dificultăţi, este puţin probabil ca cele demonstrate prin ipoteze atît de neconstante să poată fi verificate prin experienţe practice.

Salv. Toate dificultăţile şi obiecţiile prezentate sînt atît de bine întemeiate, încît cred că este imposibil să le înlăturăm şi, în ceea ce mă priveşte, le admit pe toate, după cum cred că şi Autorul nostru le-ar admite; şi admit că concluziile demonstrate astfel în mod abstract se schimbă în realitate şi se falsifică în aşa măsură, încît nici mişcarea transversală nu este uniformă şi nici acceleraţia celei naturale nu are loc în raportul presupus şi nici traiectoria proiectului nu este parabolică etc.; ci, dimpotrivă, pretind că ele nu-l satisfac nici pe însuşi Autorul nostru, ceea ce şi alţi oameni foarte distinşi au presupus, fiindcă este fals. Şi pe oricine îl poate linişti chiar numai autoritatea lui Archimede, care, în Mecanica sa şi în prima Cuadratură a parabolei, admite ca principiu adevărat că acul balanţei este o linie dreptă, în oricare punct al său egal depărtat de centrul comun al corpurilor grele, şi că sforile de care sînt atîrnate corpurile grele sînt paralele între ele: care licenţă este scuzată de unii, fiindcă în practicile noastre instrumentele şi distanţele pe care le folosim, sînt atît de mici în comparaţie cu marea noastră distanţă de la centrul globului pămîntesc, astfel că putem considera un minut de grad de cerc mare ca şi cînd ar fi o linie dreptă şi două perpendiculare care ar atîrna de cele două extremităţi ale sale, ca şi cînd ar fi paralele. Dacă în practică am ţine seama de astfel de mărunţişuri, ar trebui să începem să criticăm pe arhitecţi, care cu ajutorul firului cu plumb

cred că ridică turnuri înalte între linii echidistante. Mai adaug, că putem spune că Arhimede și alții au presupus în meditațiile lor, că se găsesc la o distanță infinit de mare de centru, în care caz presupunerile lor nu erau false și de aceea concluziile lor erau absolut demonstrate. Dacă apoi voim să aplicăm la distanță finită concluziile demonstrate presupunînd distanțe foarte mari, trebuie să separăm din adevărul demonstrat ceea ce se adevereşte pentru distanța noastră la centru, care în realitate nu este infinită, ci atît încît se poate pretinde că este imensă în comparație cu micimea dispozitivelor noastre: dintre care cel mai mare va fi aruncarea proiectilelor și dintre acestea numai acela al tunului, care, oricît ar fi de mare nu va trece de 4 mile, din acelea din care sîntem departe de centru cu cîteva mii de mile; și acestea ajungînd la suprafața globului pămîntesc, vor putea altera numai în mod insensibil acea figură parabolică, pentru care admitem, în definitiv, că s-ar transforma ajungînd să se termine în centru.

În ceea ce privește perturbarea ce provine din rezistența mediului, aceasta este mai considerabilă și, din cauza varietății sale atît de multiple, nu poate fi cuprinsă în reguli sigure și cunoscute; astfel că, dacă luăm în considerare numai piedica pe care o opune aerul mișcărilor considerate de noi, acesta le va perturba pe toate, și anume într-o infinitate de chipuri, după cum în infinite chipuri variem figurile, greutățile și vitezele mobilului. Într-adevăr, în ceea ce privește viteza, după cum aceasta va fi mai mare, va fi mai mare și rezistența pe care i-o opune aerul; care, de asemenea, va împiedica mai mult mobilele, după cum vor fi mai puțin grele: astfel că, deși corpul greu în cădere ar trebui să fie accelerat proporțional cu pătratul timpului mișcării sale, totuși, oricît de greu ar fi mobilul, căzînd de la o înălțime foarte mare rezistența aerului va fi atît de mare încît îi va răpi posibilitatea de a-și mai crește viteza și îl va reduce la o mișcare uniformă: și această adaptare se va obține cu atît mai repede și la înălțimi mai mici cu cît

mobilul va fi mai puţin greu. Apoi mişcarea care în planul orizontal, înlăturînd toate celelalte obstacole, ar trebui să fie uniformă şi perpetuă *), va fi modificată de rezistenţa aerului, şi însfîrşit oprită: şi în acest caz iarăşi cu atît mai repede, cu cît mobilul va fi mai uşor. Aceste accidente privind greutatea, viteza şi forma, fiind variabile într-o infinitate de feluri, nu pot fi cunoscute cu precizie; de aceea, pentru a putea trata o astfel de materie în mod ştiinţific, trebuie să facem abstracţie de ele şi, regăsite şi demonstrate concluziile făcînd abstracţie de rezistenţe, să ne servim de ele în practică, ţinînd seama de limitările pe care ni le va arăta experienţa. Folosul nu va fi mic, fiindcă corpurile şi formele lor vor fi alese astfel încît să fie mai puţin supuse rezistenţei mediului, anume cît se poate de grele şi de rotunde, şi de aceea spaţiile şi vitezele nu vor fi atît de mari încît excesele lor să nu poată fi reduse printr-o uşoară corecţie la valoarea adevărată: ba chiar, în cazul proiectilelor folosite de noi, care sînt grele şi au formă rotundă, şi chiar în cazul celor mai puţin grele şi de formă cilindrică, ca săgeţile, aruncate cu praştia sau cu arcul, abaterea mişcării acestora de la forma parabolică va fi cu totul inobservabilă. Ba chiar (şi îmi permit să fac aceasta), vă pot arăta prin două experienţe că, în practica noastră, micimea lor reduce la mică importanţă rezistenţele externe şi accidentale, între care cea a mediului este dintre cele mai considerabile. Voi face consideraţii asupra mişcărilor în aer, fiindcă ne ocupăm în deosebi cu acestea; împotriva cărora aerul îşi exercită forţa în două feluri: unul constă în a împiedica mai mult corpurile mai puţin grele decît pe cele foarte grele; celălalt în a se opune mai mult vitezei mai mari decît uneia mai mici a aceluiaşi mobil. În ceea ce priveşte întîiul, faptul că experienţa ne arată că două sfere de aceeaşi mărime, dar una de 10 sau de 12 ori mai grea decît cealaltă, care ar fi, de exemplu, una de plumb şi cealaltă din tufan, căzînd de la înălţimea de 150 sau 200 de coţi, ajung

*) Vezi nota **) de la pag. 344.

la pămînt cu o diferență mică de viteză, ne asigură că rezistența aerului pentru amîndouă e mică; căci dacă sfera de plumb pornind în același moment de la înălțime cu cea de lemn, ar fi puțin întîrziată, și cealaltă mult, pe un spațiu destul de lung plumbul ar trebui, ajungînd la pămînt, să lase în urmă lemnul, fiind de 10 ori mai greu : aceasta însă nu se întîmplă, ci dimpotrivă, depășirea sa nu va fi nici măcar a suta parte din toată înălțimea; și între o sferă de plumb și una de piatră, care ar cîntări a treia parte din jumătatea aceleia, abia s-ar putea observa diferența de timp dintre sosirile lor la pămînt. Acum, deoarece impulsul pe care îl primește o sferă de plumb în căderea de la o înălțime de 200 de coți (care este atît de mare încît, continuînd mișcarea în mod uniform, ar descrie 400 de coți în același timp în care a avut loc ascensiunea sa) este foarte mare în comparație cu vitezele pe care noi le imprimăm proiectilelor cu arcuri și alte mașini (cu excepția impulsurilor ce depind de foc), putem fără mare greșală să conchidem și să considerăm ca perfect adevărate propozițiile care se demonstrează fără a ține seama de influența mediului. În ceea ce privește apoi cealaltă parte a demonstrației, anume că rezistența pe care o întîmpină mobilul din partea aerului, în timp ce el se mișcă cu mare viteză, nu este cu mult mai mare decît aceea pe care o întîmpină cînd se mișcă încet, ne-o certifică în mod sigur următoarea experiență. Să atîrnăm de două fire egale, avînd lungimea de 4 sau 5 coți, două sfere de plumb egale și, fixînd cele două fire la înălțime, să mișcăm de pe direcția perpendiculară ambele sfere; dar una să o îndepărtăm cu 80 sau mai multe grade iar cealaltă cu vreo 4 sau 5 : astfel că, lăsate liber, una coboară și, trecînd dincolo de perpendiculară, descrie arce foarte mari de 160, 150, 140 de grade etc., micșorîndu-se încetul cu încetul; cealaltă însă, mișcîndu-se liber, descrie arce mici de 10, 8, 6 etc., micșorîndu-le și ea încetul cu încetul; mai întîi zic că prima va descrie gradele sale de 180, 160 etc.; în același timp în care cealaltă pe ale sale de 10, 8 etc. De aici

este evident că viteza primei sfere va fi de 16 şi 18 ori mai mare decît viteza celei de-a doua : astfel că, dacă viteza mai mare va fi împiedicată din partea aerului mai mult decît cea mică, oscilaţiile pe arcele mai mari de 180 sau 160 de grade etc., vor fi mai rare decît pe arcele mai mici de 10, 8, 4 şi mai ales de 2 sau 1 : experienţa însă infirmă aceasta ; prin urmare, dacă două persoane se vor apuca să numere oscilaţiile, unul pe cele mari şi celălalt pe cele mici, vor vedea că vor număra nu zece, ci chiar sute, fără să difere măcar cu una. Această observaţie ne confirmă concomitent cele două propoziţii, anume că atît oscilaţiile mari cît şi cele mici au loc una cîte una în acelaşi timp şi că rezistenţa şi întîrzierea cauzate de aer nu se exercită mai mult în mişcările repezi ca în cele încete, împotriva părerii comune care exista mai înainte şi pe care de obicei o susţinem şi astăzi.

Sagr. Ba chiar, deoarece nu putem nega că aerul împiedică atît pe acestea cît şi pe acelea căci atît acestea cît şi acelea se amortizează şi în sfîrşit se opresc, putem spune că aceste întîrzieri au loc în acelaşi raport în ambele operaţii. Dar ce ? A opune o rezistenţă mai mare odată decît altădată, din ce altceva provine decît din a fi asaltat odată cu impuls şi viteză mai mare şi altădată cu unul mai mic ? Şi dacă aşa se întîmplă, aceeaşi cantitate de viteză a mobilului este cauza şi în acelaşi timp măsura rezistenţei. Prin urmare, toate mişcările, fie încete sau rapide, sînt întîrziate şi împiedicate în acelaşi raport ; lucru care, mi se pare, nu e lipsit de importanţă.

Salv. De aceea, şi în acest al doilea caz putem conchide că greşelile de concluzie care se vor demonstra făcînd abstracţie de accidentele externe sînt de mică importanţă în demonstraţiile noastre, faţă de mişcările cu viteze mari, cu care ne ocupăm îndeosebi, şi de distanţele foarte mici în comparaţie cu mărimea semidiametrului şi a cercurilor mari ale globului pămîntesc.

Simpl. Mi-ar face plăcere să aflu cauza pentru care domnia voastră face abstracţie de proiectilele supuse impulsului focului

adică, după cum cred, prafului de puşcă, care nu sînt în acelaşi fel supuse influenţei şi rezistenţei aerului ca celelalte proiectile ale praştiei, arcului sau arbaletei.

Salv. Mă impresionează excesiva, ca să-i zic aşa, furie supranaturală*) cu care sînt aruncate aceste proiectile; şi chiar, fără să exagerez, mi se pare că viteza cu care este proiectat glontele dintr-o muschetă sau dintr-un tun, se poate numi supranaturală. Într-adevăr, un astfel de glonte căzînd în mod natural în aer de la o înălţime foarte mare, viteza sa, datorită rezistenţei aerului, nu va creşte la infinit: ceea ce vedem însă că se întîmplă în corpurile nu prea grele pe o distanţă nu prea mare, anume că în sfîrşit se reduce la o mişcare uniformă, se va întîmpla, după ce parcurge în cădere cîteva mii de coţi, cu o sferă de fier sau de plumb; această viteză finală se poate spune că este cea mai mare pe care o poate obţine în mod natural un astfel de corp greu în aer: viteză pe care o consider cu mult mai mică decît cea imprimată aceleiaşi sfere de către praful de puşcă aprins. Despre aceasta ne poate convinge următoarea experienţă simplă. De la o înălţime de o sută sau mai mulţi coţi să se descarce o archebuză cu un glonte de plumb, în jos, perpendicular, pe un pavaj de piatră şi cu aceeaşi armă să tragem asupra unei pietre asemănătoare la distanţă de unul sau doi coţi şi să vedem apoi care dintre cele două gloanţe este mai turtit: astfel că, dacă cea care cade de la înălţime va fi mai puţin deformată decît cealaltă, va însemna că aerul îi va fi împiedicat şi micşorat viteza dată de foc la începutul mişcării şi că, în consecinţă, aerul nu-i va permite să cîştige o viteză atît de mare venind de la înălţimi oricît de mari; căci dacă viteza pe care i-o dă focul nu va depăşi pe aceea pe care ar putea-o cîştiga singur, căzînd cu o mişcare naturală, lovitura în jos ar trebui să fie mai curînd mai tare decît mai slabă. Eu n-am făcut o astfel de experienţă, dar înclin să cred că un

*) Galilei se referă aici la faptul că proiectilele aruncate cu ajutorul prafului de puşcă au o cantitate de mişcare foarte mare.

glonte de archebuză sau de tun, ce cade de la o înălţime oricît de mare, nu va produce lovitura pe care o va exercita într-un zid la o distanţă de cîţiva coţi, adică la o distanţă aşa de mică, încît ruperea sau sfărîmarea ce se produce în aer nu va fi suficientă să oprească excesul cauzat de puterea supranaturală a focului. Acest impuls excesiv al tragerilor forţate asemănătoare poate cauza o oarecare deviere de la traiectoria proiectilului, făcînd începutul parabolei mai puţin înclinat şi mai puţin curb decît sfîrşitul; dar aceasta, are importanţă mică sau de loc la Autorul nostru în operaţiile practice: dintre care cea mai importantă este compunerea unui tablou pentru tragerile la ţintă, care conţine distanţele de cădere ale gloanţelor trase sub diverse înclinări; şi fiindcă aceste trageri au loc cu mortiere, şi nu cu multă încărcare, impulsul lor nefiind supranatural, tragerile îşi descriu traiectoriile destul de exact.

Dar acum să mergem mai departe cu tratatul, în care Autorul vrea să ne introducă în contemplarea şi cercetarea impulsului mobilului, în timp ce se mişcă cu o mişcare compusă din două; şi mai întîi cu cea compusă din două uniforme, una orizontală şi alta perpendiculară.

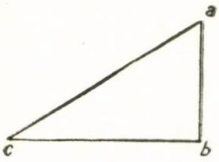
TEOREMA II. PROPOZIŢIA II

Dacă un corp oarecare se mişcă cu două mişcări uniforme, anume una orizontală şi cealaltă verticală impulsul sau momentul mişcării compuse din ambele mişcări va fi în posibilitate egal cu momentele celor două mişcări precedente.

Să presupunem că un mobil oarecare se mişcă uniform cu o mişcare dublă şi mişcării perpendiculare să-i corespundă spaţiul ab iar celei orizontale ce se face în acelaşi timp să-i corespundă bc. Aşadar, deoarece în acelaşi timp se descriu prin mişcări uniforme spaţiile ab, bc, momentele acestor mişcări vor fi între ele ca înseşi ab, bc: iar mobilul care se mişcă cu aceste două mişcări descrie diagonala ac; momentul vitezei sale va fi precum ac.

Dar ac este în posibilitate egală cu ab, bc: prin urmare, momentul compus din cele două momente ab, bc este egal numai în posibilitate celor două luate împreună: ceea ce trebuia demonstrat.

Simpl. Este cazul să mi se înlăture un scrupul pe care îl am, deoarece mi se pare că această concluzie contrazice unei alte propoziții din tratatul precedent, în care se afirma că impulsul mobilului ce vine din *a* în *b* este egal cu cel care vine din *a* în *c*; iar acum se conchide că impulsul în *c* este mai mare decît în *b*.



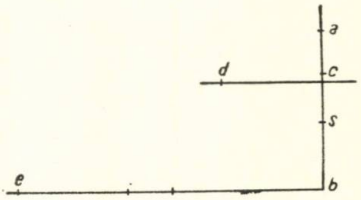
Salv. Propozițiile, d-le Simplicio, sînt ambele adevărate, dar foarte diferite între ele. Aici se vorbește de un singur mobil, ce se mișcă cu o singură mișcare, dar compusă din două, ambele egale; iar acolo se vorbește de 2 mobile, ce se mișcă cu mișcări uniform accelerate, unul pe perpendiculara *ab* și altul pe înclinata *ac*. În afară de aceasta, aici timpurile nu se presupun egale, ci timpul pe înclinata *ac* este mai mare decît timpul pe perpendiculara *ab*; dar în mișcarea despre care se vorbește acum, mișcările pe *ab*, *bc*, *ac* se presupun egale și efectuate în același timp.

Simpl. Scuzați-mi întreruperea și să continuăm deoarece sînt mulțumit.

Salv. Autorul continuă să ne facă să înțelegem ce se întîmplă cu impulsul unui mobil ce se mișcă cu o mișcare compusă din 2, anume una orizontală și uniformă, iar cealaltă perpendiculară și uniform accelerată, din care în sfîrșit este compusă mișcarea proiectilului și se descrie linia parabolică, în al cărei fiecare punct căutăm să determinăm impulsul proiectilului. Pentru înțelegerea acesteia Autorul ne demonstrează modul, adică metoda, de a determina și măsura un astfel de impuls pe însăși linia pe care are loc mișcarea corpului greu ce coboară cu o mișcare uniform accelerată, pornind din repaus, zicînd:

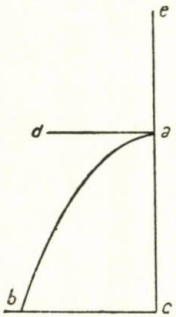
TEOREMA III. PROPOZIȚIA III

Mișcarea să aibă loc pe linia ab din repausul în a și să luăm pe ea un punct oarecare c; și să presupunem că ac este timpul sau măsura timpului de cădere pe distanța ac, precum și măsura impulsului sau momentului cîștigat în punctul c după căderea pe ac. Să mai luăm pe linia ab un alt punct oarecare, anume b, în care să determinăm impulsul cîștigat de mobil în coborîrea pe ab, în raport cu impulsul pe care l-a obținut în c, a cărui măsură am presupus că este ac. Să luăm as medie proporțională între ba, ac: vom demonstra că impulsul în b către impulsul în c este precum linia sa către ac. Să luăm orizontala cd de două ori mai mare decît ac și be de două ori mai mare decît ba: din cele demonstrate se vede că, dacă un corp după ce a căzut pe ac se îndreaptă pe orizontala cd și datorită impulsului cîștigat în c se mișcă cu o mișcare uniformă, va descrie spațiul cd în același timp ca pe ac cu o mișcare accelerată; la fel, be va fi descrisă în același timp ca și ab: dar timpul căderii pe ab este as: așadar, orizontala be va fi descrisă în timpul as. Fie după cum timpul sa către timpul ca, la fel eb către bl; și fiindcă mișcarea pe be este uniformă, spațiul bl va fi descris în timpul ac cu viteza din b: dar în același timp ac descrie spațiul cd cu viteza din c; însă valorile vitezelor sînt între ele precum spațiile, care sînt descrise în același timp cu aceleași viteze; așadar viteza în c către viteza în b este precum dc către bl. Căci după cum dc către be, la fel jumătățile lor, adică ca, către ab; dar precum eb către bl, la fel ba către as; deci, prin egalitate, precum dc către bl, la fel ca către as; adică, precum viteza în c către viteza în b, la fel ca către as; adică timpul pe ca către timpul pe ab.



Aşadar, este evidentă metoda măsurării vitezei pe linia pe care are loc mişcarea de cădere; care viteză presupunem că creşte proporţional cu timpul.

Dar, înainte de a trece mai departe, trebuie să atragem atenţia că ceea ce spunem despre mişcarea compusă din mişcarea uniformă pe orizontală şi din cea natural accelerată în jos (că dintr-un astfel de amestec se compune şi se descrie traiectoria proiectilului, adică parabola) este necesar să definim o măsură comună, după care va trebui să măsurăm vitezele, impulsurile sau momentele; şi deoarece mişcarea uniformă are o infinitate de viteze, dintre care trebuie să combinăm şi unim nu pe oricare la întîmplare, ci una din cele nenumărate cîştigate cu un grad de viteză în mişcarea natural accelerată, nu am putut găsi un drum mai uşor pentru a o trasa şi determina decît admiţînd o alta de acelaşi gen. Dar ca să mă exprim mai clar, să luăm ac perpendiculară pe orizontala cb; fie ac înălţimea iar cb amplitudinea semiparabolei ab, descrisă prin compunerea a două mişcări, dintre care una este a mobilului ce coboară pe ac cu o mişcare natural accelerată din repausul în a, cealaltă o mişcare transversală uniformă pe orizontala ad. Impulsul cîştigat în c în căderea pe ac se determină prin valoarea înălţimii ac: căci impulsul mobilului ce cade de la aceeaşi înălţime este unul şi acelaşi: pe orizontală însă se pot lua nu unul ci o infinitate de grade de viteză ale mişcării uniforme. Ca să pot alege şi separa din mulţimea acestora şi aşa-zicînd să arăt cu degetul pe aceea pe care o aleg, voi prelungi verticala ca, în sus, pe care, după cum va fi nevoie, o voi figura prin mărimea ae; de unde, dacă admit că mobilul cade din repausul în e, este evident că impulsul cîştigat în a, va fi acela cu care mobilul presupun că se mişcă de-a lungul orizontalei ad; gradul lui de viteză va fi acela cu care, căzînd pe ea, descrie pe orizontală un spaţiu egal cu



dublul lui ea. Mi s-a părut necesar să atrag atenţia asupra acestui fapt.

Să mai observăm că eu numesc orizontala cb „amplitudinea" semiparabolei ab ; iar „înălţimea" ac, axa parabolei şi linia ea, prin descrierea căreia în cădere se determină impulsul pe orizontală, o numesc „sublimitate".

După aceste explicaţii şi precizări trec la demonstraţii.

Sagr. Opriţi-vă, vă rog, fiindcă mi se pare că acest raţionament al Autorului coincide cu concepţia lui Platon referitoare la determinarea vitezelor mişcărilor uniforme ale corpurilor cereşti. Acestuia venindu-i întîmplător în minte ideea că nici un mobil nu poate trece din starea de repaus la vreun grad de viteză, pe care apoi să-l păstreze la infinit acelaşi, fără a trece prin toate celelalte grade de viteză mai mici, sau să zicem de întîrziere mai mare, cuprins între gradul determinat şi cel maxim de întîrziere, adică de repaus, spuse că Dumnezeu, după ce a creat corpurile mobile cereşti, pentru a le da acele viteze cu care apoi să se mişte etern cu o mişcare circulară uniformă, făcu ca, pornind din repaus, să se mişte pe spaţii determinate cu acea mişcare naturală în linie dreaptă cu care neîncetat vedem că se mişcă mobilele noastre din starea de repaus accelerîndu-se succesiv ; şi adause că, făcîndu-le să cîştige gradul de viteză în care îi plăcu ca apoi să se menţină mereu, le schimbă mişcarea rectilinie într-una circulară, care singură este în stare să rămînă uniformă, rotindu-se încontinuu fără a se apropia sau îndepărta de vreun capăt dorit de ele. Concepţia este într-adevăr vrednică de Platon ; şi este cu atît mai de apreciat, cu cît fundamentele nespuse de el şi descoperite de Autorul nostru, înlăturîndu-le masca sau aparenţa poetică, apar ca adevărate. Şi mi se pare verosimil că, avînd noi cunoştinţe foarte precise din astronomie despre mărimile orbitelor planetelor şi a distanţelor lor de la centru în jurul cărora se învîrtesc, precum şi despre vitezele lor, să fi putut Autorul nostru (căruia concepţia

lui Platon nu-i era necunoscută) să aibă vreodată ideea ca, pentru simpla sa curiozitate, să cerceteze dacă s-ar putea fixa o sublimitate determinată, din care corpurile planetelor pornind, ca dintr-o stare de repaus, și mișcîndu-se pe anumite spații cu o mișcare rectilinie și natural accelerată, transformînd apoi viteza cîștigată în mișcări uniforme, ar corespunde mărimilor orbitelor lor și timpurilor lor de revoluție.

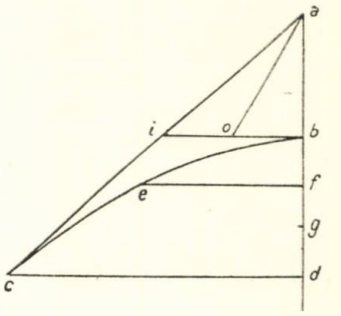
Salv. Parcă îmi reamintesc că odată mi-ar fi spus că a făcut cîndva calculul și l-a găsit destul de corespunzător observațiilor, dar nu voiește să vorbească despre el, temîndu-se că prea multele noutăți descoperite de el, care i-au provocat disprețul multora, să nu aprindă noi scîntei. Dar dacă cineva ar avea o astfel de dorință, va putea el însuși, cu ajutorul doctrinei tratatului prezent, să-și satisfacă plăcerea. Dar să continuăm subiectul nostru care este să demonstrăm :

PROBLEMA I. PROPOZIȚIA IV

În ce fel se poate determina impulsul în diversele puncte ale unei parabole date, descrisă de un proiectil.

Fie bec semiparabola a cărei amplitudine este cd, înălțimea db, care prelungită în sus, să întîlnească tangenta la parabolă ca în a ; și prin vîrful b fie bi paralelă la orizontala cd. Căci dacă amplitudinea cd este egală cu înălțimea totală da, bi va fi egală cu ba și cu bd ; și dacă presupunem că măsura timpului de cădere pe ab și a momentului vitezei cîștigate în b prin căderea ab din repausul în a, este însăși ab, dc (adică dublul lui bi) va fi spațiul care-l va descrie în același timp prin impulsul ab, îndreptat pe orizontală ; dar căzînd în același timp pe bd din repausul în b descrie înălțimea bd ; prin urmare, mobilul căzînd din repausul în a pe ab îndreptat cu impulsul ab descrie pe orizontală spațiul egal dc. Intervenind căderea pe bd, parcurge înălțimea bd și descrie parabola bc, al cărui impuls la capătul c este compus din cel uniform transversal, al cărui moment este precum ab și din celălalt moment cîștigat în coborîrea pe bd în capătul d sau c :

aceste momente sînt egale. Prin urmare, dacă presupunem că ab este măsura uneia dintre ele, cum ar fi a celei transversale uniforme; iar bi care este egală cu bd, este măsura impulsului cîştigat în d sau c; subîntinsa ia va fi cantitatea momentului compus din amîndouă; deci va fi cantitatea sau măsura momentului întreg cu care proiectilul, mişcîndu-se pe parabola bc, produce impulsul în c. Cunoscînd acestea, să luăm pe parabolă un punct oarecare, e, în care să determinăm impulsul proiectilului, să ducem orizontala ef şi să luăm bg media proporţională între bd, bf şi fiindcă am presupus că ab, sau bd, este măsura timpului sau a momentului vitezei în căderea pe bd din repausul în b, bg va fi timpul sau măsura timpului şi impulsului în f venind din b. Aşadar, dacă punem bo egală cu bg, diagonala ce uneşte ao va fi cantitatea impulsului în e; într-adevăr, ab este determinatoarea timpului şi impulsului în b, care îndreptat pe orizontală rămîne totdeauna acelaşi; iar bo determină impulsul în f sau e prin căderea din repausul în b, pe înălţimea bf; iar puterea lui ab, bo este echipolentă cu ao; aşadar, ceea ce am căutat este demonstrat.



Sagr. Contemplarea compunerii acestor impulsuri diferite şi a cantităţii impulsului ce rezultă dintr-un astfel de amestec mi se pare atît de nouă, că îmi produce în minte o mică confuzie: nu vorbesc de amestecul a două mişcări uniforme, ci a două neegale între ele, una efectuată pe linia orizontală şi cealaltă pe cea perpendiculară, deoarece înţeleg foarte bine că din acestea rezultă o mişcare egală în posibilitate cu ambele componente; dar mă încurcă amestecul unei mişcări orizontale uniforme şi a uneia perpendiculare natural accelerată. De aceea aş dori să discutăm împreună mai bine această materie.

Simpl. Eu simt cu atît mai mult nevoia, cu cît încă nu sînt complet clarificat, aşa cum trebuie, privitor la propoziţiile care sînt primele fundamente ale celor care le urmează. Vreau să conchid că şi în amestecul a două mişcări uniforme, orizontală şi perpendiculară, aş vrea să înţeleg mai bine puterea compunerii lor. Acum înţelegeţi d-le Salviati necesităţile şi dorinţa noastră.

Salv. Dorinţa dvs. este foarte raţionabilă şi voi încerca, ca, după ce am meditat mult asupra ei, să vă pot uşura înţelegerea. Dar vă rog să mă suportaţi şi să mă scuzaţi dacă în expunere voi reveni de multe ori la lucrurile stabilite pînă aici de Autor.

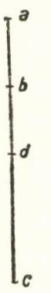
Nu putem discuta precis despre mişcări şi vitezele sau impulsurile lor, fie uniforme, fie natural accelerate, fără a determina mai întîi măsura pe care voim să o folosim pentru a măsura atare viteze, ca şi pentru a măsura timpul. În ceea ce priveşte măsura timpului, deja am acceptat-o pe cea comună de ore, minute şi secunde etc; şi după cum ca măsură a timpului o avem pe cea comună, acceptată de toţi, la fel trebuie să alegem una pentru viteze, care să fie comun înţeleasă şi acceptată de toţi, adică să fie aceeaşi pentru toţi. Autorul a considerat ca atare, după cum s-a declarat, viteza corpurilor grele ce coboară în mod natural, ale căror viteze crescătoare în toate părţile lumii păstrează acelaşi conţinut; astfel că acel grad de viteză pe care (de exemplu) îl cîştigă o sferă de plumb de o livră, care, pornind din repaus, coboară perpendicular pe o distanţă de o suliţă, este întotdeauna şi în toate locurile acelaşi şi de aceea foarte potrivit pentru a exprima cantitatea impulsului ce derivă din coborîrea naturală*). Mai rămîne să găsim modul de a determina şi cantitatea impulsului într-o mişcare uniformă, în aşa fel ca toţi acei care discută despre aceasta să-şi formeze aceeaşi idee despre viteza şi mărimea sa, astfel ca unul să nu şi-o figureze mai mult şi un altul mai puţin rapidă, de unde apoi unind şi amestecînd această mişcare considerată de el ca egală

*) Se ştie astăzi că această unitate de măsură pentru viteză nu este potrivită, deoarece acceleraţia gravităţii nu este aceeaşi în orice punct al globului.

cu cea presupusă accelerată, diferiţi oameni să-şi formeze concepţii diverse despre diversele mărimi ale impulsurilor. Pentru a determina şi reprezenta un astfel de impuls şi viteză particulară, nu a găsit Autorul nostru alt mijloc mai potrivit decît de a se servi de impulsul pe care-l cîştigă mobilul în mişcarea natural accelerată; al cărui oricare moment cîştigat, transformat în mişcare uniformă, îşi menţine viteza precis determinată şi atît de mare, încît într-un timp egal cu cel de cădere, descrie un spaţiu egal cu dublul înălţimii de la care a căzut. Dar fiindcă acesta este punctul principal al materiei pe care o tratăm, este bine să-l facem perfect înţeles printr-un exemplu particular.

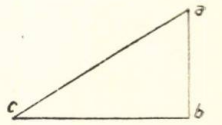
Reluînd aşadar viteza şi impulsul cîştigat de corpul greu în cădere, după cum am spus, de la înălţimea unei sulițe, viteză de care voim să ne servim pentru măsurarea altor viteze şi impulsuri în alte ocazii; şi admiţînd, de exemplu, că timpul acestei căderi este de 4 secunde; pentru a găsi din această măsură valoarea impulsului corpului ce cade de la orice altă înălţime, mai mare sau mai mică, din raportul pe care această înălţime ar avea-o cu înălţimea unei sulițe, nu trebuie să scoatem şi conchidem mărimea impulsului cîştigat în această a doua înălţime, apreciind, de exemplu, că corpul ce cade de la o înălţime cuadruplă ar fi cîştigat o viteză cuadruplă, fiindcă aceasta este fals; deoarece viteza în mişcarea natural accelerată nu creşte sau scade proporţional cu spaţiul, ci proporţional cu timpul, pe cînd spaţiul este proporţional cu pătratul timpului, după cum s-a demonstrat. Prin urmare, dacă am lua pe o linie dreaptă o porţiune ca măsură a vitezei, precum şi a timpului şi a spaţiului parcurs într-un astfel de timp (care adesea, pentru simplificare, toate trei se reprezintă prin aceeaşi linie), pentru a găsi cantitatea de timp şi gradul de viteză pe care acelaşi mobil l-ar cîştiga pe o altă distanţă, aceasta nu o vom obţine imediat din această a doua distanţă, ci din linia care este media proporţională între cele două distanţe. Dar să lămuresc aceasta mai bine printr-un exemplu. Pe linia *ac*, perpendiculară pe

orizontală, să presupunem că partea *ab* este spațiul parcurs de un corp greu ce coboară în mod natural cu o mișcare accelerată; timpul acestui parcurs, putîndu-l reprezenta printr-o linie oarecare, pentru simplificare îl voi figura prin aceeași linie *ab*; la fel, ca măsură a impulsului și vitezei cîștigate într-o astfel de mișcare, iau aceeași linie *ab*; astfel că măsura tuturor spațiilor pe care le vom considera în decursul discuției să fie porțiunea *ab*. Stabilite în mod arbitrar cu aceeași mărime *ab* aceste 3 măsuri de cantități foarte diferite, adică de spații, de timpuri și de impulsuri, ne-am propus să determinăm în spațiul și înălțimea *ac* dată, cît este timpul de coborîre al corpului ce cade din *a* în *c* și cît impulsul cîștigat în capătul *c*, în raport cu timpul și impulsul măsurate prin *ab*. Atît una cît și cealaltă întrebare se va determina luînd media proporțională *ad* a celor două linii *ac*, *ab*; deci timpul de cădere pe întreg spațiul *ac* este precum timpul *ad* în raport cu timpul *ab*, luat de la început drept cantitate a timpului în căderea *ab*. La fel vom spune, că impulsul sau gradul de viteză pe care-l va obține corpul ce cade în punctul *c*, în raport cu impulsul pe care l-a avut în *b*, este precum linia *ad* în raport cu *ab*, dat fiind că viteza crește proporțional cu timpul; această concluzie deși a fost luată ca postulat, totuși Autorul nostru a voit să explice aplicația mai sus în propoziția a treia.



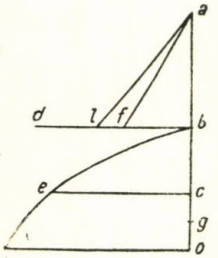
Înțeles și stabilit bine acest punct, să considerăm impulsul ce provine din 2 mișcări compuse, una din acestea fie compusă din cea orizontală și întotdeauna uniformă și din cea perpendiculară pe orizontală și de asemenea uniformă; cealaltă însă fie compusă din cea orizontală, iarăși întotdeauna uniformă, și din cea perpendiculară natural accelerată. Dacă ambele vor fi uniforme, am văzut cum impulsul rezultat din compunerea amîndurora este în posibilitate egal cu amîndouă, ceea ce pentru o înțelegere mai clară vom exemplifica în felul următor. Să presupunem că mobilul ce coboară pe perpen-

diculara *ab* are, de exemplu, 3 grade de impuls uniform, dar, deplasat pe *ab* spre *c*, viteza și impulsul vor fi de 4 grade, astfel că în timpul în care coborînd ar parcurge pe perpendiculară, de exemplu, 3 coți, pe orizontală ar parcurge 4; dar în compunerea ambelor viteze se deplasează, în același timp, din punctul *a* la capătul *c*, mergînd tot timpul pe diagonala *ac*, care nu are lungimea 7, cît ar fi compunerea celor două *ab* 3 și *bc* 4, ci este 5; care 5 în posibilitate este egal celor două 3 și 4. Deoarece, luînd pătratele lui 3 și 4, care sînt 9 și 16, și adunîndu-le împreună, dau 25 pentru pătratul lui *ac*, care este egal cu suma pătratelor lui *ab* și *bc*; de aceea *ac* va fi egală cu latura, sau să zicem rădăcina pătratului 25, care este 5. Prin urmare, printr-o regulă precisă și sigură, cînd trebuie să se afle cantitatea impulsului rezultat din 2 impulsuri date, unul orizontal și celălalt perpendicular și amîndouă uniforme, trebue să se facă pătratele ambelor și compunîndu-le împreună, să extragă rădăcina sumei, care ne va da cantitatea impulsului compus din amîndouă. În acest fel, în exemplul dat, mobilul care în virtutea mișcării perpendiculare ar fi lovit deasupra orizontalei cu 3 grade de forță și numai cu mișcarea orizontală ar lovi în *c* cu 4 grade, lovind cu ambele impulsuri unite, lovitura va fi egală cu a aceluia care se mișcă cu 5 grade de viteză și de forță; și această lovitură ar avea aceeași valoare în toate punctele diagonalei *ac*, impulsurile compuse fiind întotdeauna aceleași, fără să fi crescut sau să se fi micșorat vreodată.



Să vedem acum ce se întîmplă cînd compunem o mișcare orizontală uniformă cu o mișcare perpendiculară pe orizontală, care, pornind din repaus, se accelerează în mod natural. Deja este evident că diagonala, care este linia mișcării compuse din acestea două, nu este o linie dreaptă, ci una semiparabolică, după cum am demonstrat; în care impulsul crește incontinuu, datorită creșterii continue a vitezei în mișcarea

perpendiculară. De aceea, pentru a determina care este impulsul într-un punct dat al diagonalei parabolice, mai întîi trebuie să determinăm cantitatea impulsului uniform orizontal şi apoi să căutăm care este impulsul corpului ce cade în punctul determinat, ceea ce nu se poate determina fără considerarea timpului scurs de la începutul compunerii celor 2 mişcări, care considerare a timpului nu se cere în compunerea mişcărilor uniforme, ale căror viteze şi impulsuri sînt întotdeauna aceleaşi; aici însă, unde intră în amestec o mişcare care, pornind de la întîrzierea cea mai mare, îşi măreşte viteza proporţional cu timpul, este necesar ca intervalul de timp să ne arate gradul de viteză în punctul determinat; în ceea ce priveşte restul apoi, impulsul compus din aceste 2 este (ca în mişcările uniforme) egal în posibilitate cu ambele componente. Dar şi aceasta o lămuresc mai bine cu un exemplu. Să luăm pe perpendiculara la orizontala *ac* o porţiune oarecare *ab*, care presupun că serveşte drept măsură a spaţiului mişcării naturale descrise pe perpendiculară şi la fel fie măsura timpului şi a gradului de viteză sau să zicem a impulsurilor; mai întîi este evident că dacă impulsul corpului ce cade în *b* din repausul în *a* se va deplasa pe *bd*, paralelă la orizontală, în mişcare uniformă, cantitatea vitezei sale va fi atîta încît în timpul *ab* va parcurge un spaţiu dublu al spaţiului *ab;* şi fie acesta linia *bd*. Pusă apoi *bc* egală cu *ba* şi trasată paralela *ce* la *bd*, şi egală cu ea, vom descrie prin punctele *be* linia parabolică *bei*. Şi fiindcă în timpul *ab* cu impulsul *ab* se descrie orizontala *bd* sau *ce*, dubla lui *ab*, şi într-un timp egal se descrie perpendiculara *bc* cu impulsul cîştigat în *c* egal cu aceeaşi orizontală; deci mobilul, într-un timp egal cu *ab*, va ajunge din b în e pe parabola *be* cu un impuls compus din două, fiecare egal cu impulsul *ab*; şi fiindcă unul din ele este orizontal şi celălalt



perpendicular, impulsul compus din ele va fi în posibilitate egal cu amîndouă, adică dublul unuia; de aceea, punînd *bf* egală cu *ba* şi trasată diagonala *af*, impulsul şi lovitura în *e* va fi mai mare decît lovitura în *b* a corpului ce cade de la înălţimea *a* sau decît lovitura impulsului orizontal pe linia *bd*, în raportul lui *af* către *ab*. Dar dacă, luînd iarăşi *ba* ca măsură a spaţiului de cădere din repausul în *a* pînă în *b* şi ca măsură a timpului şi a impulsului cîştigat de corpul ce cade în *b*, înălţimea *bo* nu este egală, ci mai mare decît *ab*, luînd *bg* medie proporţională între *ab*, *bo*, această *bg* ar fi măsura timpului şi a impulsului în *o*, datorită căderii pe înălţimea *bo* cîştigată în *o*: iar spaţiul pe orizontală, care fiind parcurs cu impulsul *ab* în timpul *ab* ar fi dublul lui *ab*,va fi pe toată durata timpului *bg* cu atît mai mare cu cît *bg* este mai mare decît *ba*. Pusă deci *lb* egală cu *bg* şi trasată diagonala *al*, ea ne va da cantitatea compusă din cele 2 impulsuri, orizontal şi perpendicular, din care se descrie parabola; dintre care cea orizontală şi uniformă este cîştigată în *b* prin căderea pe *ab* iar cealaltă este cîştigată în *o*, adică în *i*, prin căderea pe *bo*, în timpul *bg*, care este şi cantitatea momentului său. Printr-un raţionament analog vom găsi impulsul în capătul extrem al parabolei, cînd înălţimea ei este mai mică decît sublimitatea *ab*, luînd media lor; care pusă pe orizontală în locul lui *bf* şi dusă diagonala, adică *af* vom avea din aceasta cantitatea impulsului la extremitatea parabolei.

La cele considerate pînă acum asupra acestor impulsuri, lovituri, sau să zicem ciocniri, ale proiectilelor, trebuie să adăugăm o altă consideraţie foarte necesară: aceasta este că nu este suficient să ne ocupăm numai cu viteza proiectilului pentru a determina forţa şi energia ciocnirii, ci trebuie să dăm atenţie şi stării şi condiţiei celui ciocnit, la eficacitatea căreia acesta participă în multe privinţe. Mai întîi, oricine înţelege că corpul ciocnit primeşte atîta violenţă din partea vitezei corpului ce ciocneşte, cu cîtă i se opune şi frînează cu

totul sau în parte mișcarea aceluia; căci dacă lovitura cade asupra unuia care cedează vitezei corpului ce ciocnește fără vreo rezistență, acestă lovitură va fi nulă; iar cel care aleargă pentru a lovi cu lancea pe inamicul său, dacă ajungîndu-l se va întîmpla ca acela să fugă cu o viteză egală, nu-l va lovi și acțiunea va fi o simplă atingere fără să-l rănească. Dacă însă ciocnirea va fi primită de un obiect care nu cedează cu totul corpului ce ciocnește, ci numai în parte, ciocnirea va provoca daune, dar nu cu impulsul întreg, ci numai cu excesul vitezei corpului ce ciocnește față de viteza retragerii și cedării corpului ciocnit; astfel că dacă, de exemplu, corpul care ciocnește va sosi cu 10 grade de viteză spre corpul ciocnit, care, cedînd în parte, se retrage cu 4 grade, impulsul și ciocnirea vor fi de 6 grade. În sfîrșit, ciocnirea va fi întreagă și maximă, din partea corpului ce ciocnește, cînd corpul ciocnit nu cedează de loc, ci se opune în întregime și oprește întreaga mișcare a acelui ce ciocnește; dacă aceasta se poate întîmpla. Am zis, *din partea corpului ce ciocnește*, căci dacă corpul ciocnit s-ar mișca cu o mișcare contrară spre corpul care ciocnește, lovitura și ciocnirea ar fi cu atît mai puternică cu cît cele două viteze contrare unite sînt mai mari decît cea singură a corpului ce ciocnește. Mai mult, trebuie să mai atragem atenția că cedarea mai mare sau mai mică poate proveni nu numai din calitatea materiei mai mult sau mai puțin dură, ca dacă ar fi din fier, din plumb sau din lînă etc., ci din așezarea corpului care primește ciocnirea: care așezare dacă ar fi astfel încît mișcarea corpului ce ciocnește să-l lovească sub unghi drept, impulsul loviturii va fi maxim; dacă însă mișcarea va fi oblică sau, cum se spune piezișă, lovitura va fi mai slabă și cu atît mai mult cu cît va fi mai oblică; fiindcă în obiectul situat în acest fel, chiar dacă este din materie foarte solidă, nu se stinge și nici nu se oprește întreg impulsul și mișcarea corpului ce ciocnește, care, deviind, trece mai departe, continuînd cel puțin într-o anumită parte să se miște pe suprafața corpului

rezistent opus. Prin urmare, cînd mai sus s-a determinat mărimea impulsului proiectilului la extremitatea liniei parabolice, trebuie să se înţeleagă ciocnirea primită pe o linie sub unghi drept la cea parabolică sau la tangenta la parabolă în punctul determinat; deoarece, dacă mişcarea este compusă dintr-una orizontală şi una perpendiculară, impulsul nici pe orizontală nici pe planul ridicat pe orizontală nu este maxim, fiind primit de amîndouă oblic.

Sagr. Reamintirea din partea domniei voastre a acestor lovituri şi ciocniri mi-a trezit în minte o problemă, adică o chestiune de mecanică, referitor la care nu am găsit la nici un autor vreo soluţie, nici vreun lucru care să-mi micşoreze mirarea sau cel puţin să-mi liniştească intelectul. Îndoiala şi mirarea mea constă în a nu putea înţelege de unde poate proveni şi de ce principiu poate depinde energia şi forţa imensă ce vedem că constă în ciocnire, în timp ce cu o simplă lovitură de ciocan, care nu are o greutate mai mare de 8 sau 10 livre, vedem că se învinge rezistenţe care nu cedează nici unei greutăţi care, fără ciocnire, îi imprimă un impuls numai călcînd pe ea şi apăsînd-o, deşi greutatea ei trece de multe sute de livre. Aş dori de asemenea să găsesc o modalitate de a măsura forţa acestei ciocniri; care totuşi nu cred să fie infinită, ci dimpotrivă mi se pare că are o limită pentru a putea fi echilibrată şi însfîrşit reglată cu alte greutăţi apăsătoare, sau cu pîrghii sau şuruburi sau alte instrumente mecanice, a căror forţă înţeleg foarte bine că poate fi înmulţită.

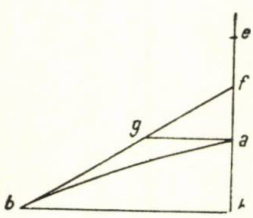
Salv. Dumneavoastră nu sînteţi singurul care vă miraţi de acest efect şi pentru care este obscură cauza unui fenomen atît de minunat. Eu m-am gîndit la aceasta mult timp fără rezultat crescîndu-mi confuzia încontinuu, pînă ce în sfîrşit, întîlnindu-mă cu Academicianul nostru, el mi-a dat o dublă satisfacţie: mai întîi, aflînd că el de asemenea a dibuit multă vreme pe întuneric; şi apoi spunîndu-mi că, după ce în viaţa sa a petrecut multe mii de ore speculînd şi filozofînd, a ajuns

la unele cunoștințe depărtate de primele noastre concepții și de aceea noi și minunate din cauza noutății. Și fiindcă acum știm că domnia voastră ar asculta cu multă plăcere acele gînduri care se îndepărtează de părerea comună, nu voi aștepta să mi-o cereți, ci vă asigur că după ce vom da citire asupra tratatului asupra proiectilelor, vă voi explica toate acele fantezii, sau să zicem extravaganțe, care mi-au rămas în memorie din expunerea Academicianului. Dar să urmărim propoziția Autorului.

PROPOZIȚIA V. PROBLEMĂ

Pe prelungirea axei unei parabole date, să găsim punctul cel mai înalt din care un corp ce cade descrie parabola.

Fie ab parabola, hb amplitudinea ei iar he prelungirea axei, în care să găsim sublimitatea, din care căzînd și îndreptînd impulsul cîștigat în a pe direcția orizontalei, să descrie parabola ab. Să ducem orizontala ag, paralelă cu bh și punînd af egală cu ah, să ducem dreapta fb, care să atingă parabola în b și orizontala ag în g; să luăm apoi ae a treia medie proporțională între fa, ag; zic, că e este punctul cel mai înalt căutat, din care corpul căzînd din repausul în e și îndreptînd pe orizontală impulsul cîștigat în a, suprapunîndu-se impulsului coborîrii în h, din repausul în a, va descrie parabola ab. Dacă însă presupunem că ea este măsura timpului de coborîre din e în a, precum și a impulsului cîștigat în a, ag (care este media între ea, af) va fi timpul și impulsul corpului ce cade din f în a sau din a în h : și fiindcă corpul ce vine din e, în timpul ea, cu impulsul cîștigat în a, în deplasarea pe orizontală descrie, cu mișcare uniformă, dublul lui ea, prin urmare, deplasat cu același impuls de asemenea va descrie în timpul ag dublul lui ga, adică media bh (căci spațiile descrise într-o mișcare uniformă sînt între ele precum timpurile acestor mișcări), și în mișcarea perpen-



diculară din repaus, în același timp ga, parcurge ah; prin urmare, mobilul descrie în același timp amplitudinea hb și înălțimea ah. Așadar parabola ab este descrisă de un corp ce cade din sublimitatea e; ceea ce se căuta.

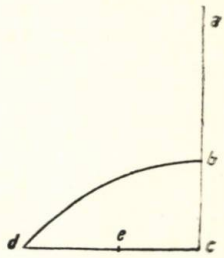
COROLAR

De aici rezultă că jumătatea bazei, adică amplitudinea, semiparabolei (care este a patra parte a amplitudinii întregii parabole) este media proporțională între înălțimea ei și sublimitatea din care căzînd o descrie.

PROPOZIȚIA VI. PROBLEMĂ

Fiind dată sublimitatea și înălțimea semiparabolei, să găsim amplitudinea.

Să luăm pe linia orizontală dc perpendiculara ac, pe care fie dată înălțimea cb și sublimitatea ba: se cere ca pe orizontala cd să găsim amplitudinea semiparabolei ce se descrie din sublimitatea ba cu înălțimea bc. Să luăm media proporțională între cb, ba, al cărui dublu fie cd: zic că cd este amplitudinea căutată. Aceasta însă este evident din propoziția precedentă.

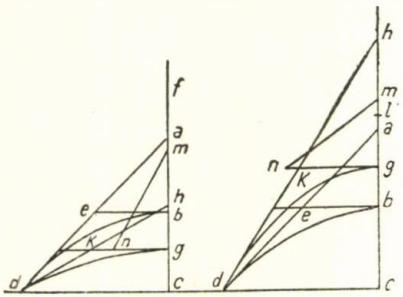


TEOREMĂ. PROPOZIȚIA VII

Dintre proiectilele ce descriu semiparabole de aceeași amplitudine, acel care descrie pe cea care are amplitudinea egală cu dublul înălțimii sale necesită un impuls mai mic decît oricare altul.

Într-adevăr, fie bd semiparabola a cărei amplitudine cd este dublul înălțimii sale cb și pe axa prelungită în sus să luăm ba

egală cu înălțimea bc și să unim ad, care atinge semiparabola în d și taie orizontala be în e, și be va fi egală cu bc sau ba; rezultă că ea va fi descrisă de proiectilul al cărui impuls uniform orizontal este egal cu impulsul în b al corpului ce cade din repausul în a iar impulsul natural în jos este egal cu cel al corpului care ajunge în c venind din repausul în b: de aici rezultă că impulsul compus din acestea și care acționează la extremitatea d este precum diagonala ae, adică egal în posibilitate cu amîndouă. Fie, într-adevăr, gd o altă semiparabolă, avînd aceeași amplitudine cd, iar înălțimea cg mai mică sau mai mare decît înălțimea bc și să o atingă hd, tăind orizontala dusă prin g în punctul k: și fie după cum hg către gk, la fel kg către gl: din cele demonstrate mai sus gl va fi înălțimea de la care, căzînd corpul, va descrie parabola gd. Fie gm media proporțională între ab și gl; gm va fi timpul și momentul sau impulsul corpului ce cad din l în g (căci am presupus că ab este măsura timpului și a impulsului). Fie iarăși gn media între bc, gc, care va fi măsura timpului și impulsului corpului ce cade din g în c. Prin urmare, dacă unim mn, ea va fi însăși măsura impulsului proiectilului pe parabola dg, care acționează în capătul d; zic că acest impuls este mai mare decît impulsul proiectilului pe parabola bd, a cărei cantitate era precum ae. Într-adevăr, deoarece am luat gn medie proporțională între bc, cg; iar bc este egală cu be, adică kg (deoarece fiecare este jumătatea lui dc); va fi după cum cg către gn, la fel ng către gk și după cum cg, sau hg, către gk, la fel pătratul lui ng către pătratul lui gk; dar după cum hg către gk, la fel am pus kg către gl: prin urmare după cum ng către pătratul lui gk, la fel kg către gl. Dar după cum kg către gl, la fel pătratul lui kg către pătratul lui gm; căci gm este media între kg, gl: deci



cele trei pătrate ng, kg, gm sînt continuu proporţionale şi cele două extremităţi ng, gm luate împreună, adică pătratul lui nm, este mai mare decît dublul pătratului lui kg, faţă de care pătratul lui ae este dublu : aşadar pătratul lui mn este mai mare decît pătratul lui ae şi linia mn mai mare decît linia ea ; ceea ce trebuia demonstrat.

COROLAR

De aici rezultă, că, invers, la aruncarea din capătul d pe semiparabola db se cere un impuls mai mic decît pe oricare alta avînd o înclinare mai mare sau mai mică decît înclinarea semiparabolei bd, a cărei tangentă ad, formează o jumătate de unghi drept cu orizontala. Aşa stînd lucrurile, se constată că dacă aruncăm cu acelaşi impuls din capătul d, sub diferite înclinaţii, proiecţia maximă sau amplitudinea semiparabolei sau a parabolei întregi, va fi cea care corespunde unei înclinări de o jumătate de unghi drept ; celelalte, corespunzătoare unghiurilor mai mari sau mai mici, vor fi mai mici.

Sagr. Minunată şi în acelaşi timp încîntătoare este puterea demonstraţiilor sigure, care sînt numai cele matematice. Deja ştiam, din povestirile mai multor artilerişti, că la toate tragerile de artilerie sau de mortiere, cea mai mare, adică aceea care aruncă glontele la distanţă maximă, este cea făcută cu înclinarea de o jumătate de unghi drept, pe care ei îl numesc al şaselea punct al măsurii unghiulare ; dar înţelegerea cauzei de unde provine aceasta, întrece cu infinit de mult cunoaşterea simplă cîştigată prin afirmaţiile altora, ba chiar din experienţe repetate.

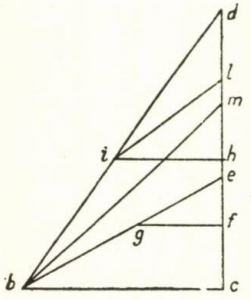
Salv. Expunerea dvs. este demnă de încredere : şi cunoaşterea unui singur efect obţinut din cauzele sale ne luminează intelectul pentru a înţelege şi a ne asigura de alte efecte fără necesitatea de a recurge la experienţe, după cum se întîmplă în

cazul de față; unde, cîștigată printr-o demonstrație siguranța că tragerea cea mai mare este cea făcută cu o înclinare de o jumătate de unghi drept. Autorul ne demonstrează ceea ce probabil nu s-a observat prin experiență : anume că dintre celelalte trageri, sînt egale între ele acelea ale căror înclinări depășesc sau sînt mai mici cu unghiuri egale decît jumătatea de unghi drept; în acest fel, gloanțele trase de pe orizontale, unul sub o înclinare de 7 puncte și celălalt de 5, vor lovi orizontala la distanțe egale și la fel vor fi tragerile de 8 și 4 puncte, de 9 și de 3 etc. Acum să ascultăm demonstrația.

TEOREMĂ. PROPOZIȚIA VIII

Amplitudinile parabolelor efectuate de proiectile aruncate cu același impuls, sub înclinări mai mari sau mai mici cu cantități egale decît o jumătate de unghi drept, sînt egale între ele.

În triunghiul mcb în jurul unghiului drept c fie orizontala bc și perpendiculara cm egale; în acest fel, unghiul mbc va fi de asemenea o jumătate de unghi drept; prelungind pe cm pînă în d, deasupra și sub diagonala mb se formează în b două unghiuri drepte, mbe, mbd : trebuie demonstrat că amplitudinile parabolelor proiectilelor aruncate sub același unghi din capătul b, după înclinările unghiurilor ebc, dbc, sînt egale. Într-adevăr, deoarece unghiul extern bmc este egal cu unghiurile interne mdb, dbm, unghiul mbc de asemenea va fi egal cu ele : căci dacă în locul unghiului dbm punem mbe, același unghi mbc va fi egal cu cele două mbe, bdc; scăzînd unghiul comun mbe, cel rămas bdc va fi egal cu cel rămas ebc : prin urmare, triunghiurile dcb, bce vor fi asemenea. Să înjumătățim dreptele dc, ec în h și f și să ducem hi, fg paralele cu orizontala cb și, după cum dh către hi, la fel fie ih către hl : triunghiul ihl va fi asemenea

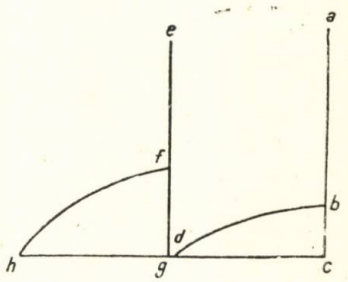


cu triunghiul ihd, care iarăși este asemenea cu egf; și fiindcă ih, gf sînt egale (căci sînt jumătatea lui bc), fe, adică fc, va fi egal cu hl; și adunate la fh comună, ch va fi egală cu fl. Așadar dacă presupunem că prin h și b trece o semiparabolă, a cărei înălțime este hc, iar sublimitatea hl, amplitudinea ei va fi cb, care este dublul lui hi, adică media între dh, sau ch, și hl; db este tangenta ei, deoarece ch, hd sînt egale. Căci dacă invers, ne închipuim parabola fb descrisă cu sublimitatea fl și înălțimea fc, a cărei medie proporțională este fg, care este dubla orizontalei cb, la fel cb va fi amplitudinea ei, iar eb tangenta ei, ef, fc fiind egale: dar unghiurile dbc, ebc (aidcă înclinările lor), diferă cu cantități egale de o jumătate de unghi drept: prin urmare propoziția este evidentă.

TEOREMĂ. PROPOZIȚIA IX

Amplitudinile parabolelor ale căror înălțimi și sublimități sînt invers proporționale între ele, sînt egale.

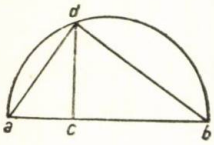
Înălțimea gf a parabolei fh să aibă către înălțimea cd a parabolei bd același raport ca înălțimea ba către sublimitatea fe: zic că amplitudinea hg este egală cu amplitudinea dc. Într-adevăr, deoarece întîia gf are către a doua cb același raport ca a treia ba către a patra fe, dreptunghiul gfe, format de întîia și a patra, va fi egal cu dreptunghiul cba, format de a doua și a treia; prin urmare, pătratele care sînt egale cu aceste dreptunghiuri vor fi egale între ele: dar dreptunghiul gfe, este egal cu jumătatea pătratului lui gh; iar dreptunghiul cba este egal cu jumătatea pătratului cd: deci aceste pătrate și laturile lor și dublul laturilor, vor fi egale. Dar acestea sînt amplitudinile gh, cd: așadar propoziția este evidentă.



LEMA CELEI PRECEDENTE

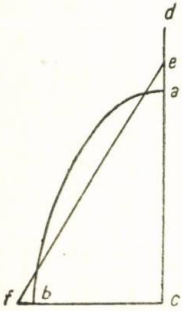
Dacă o linie dreaptă se taie într-un mod oarecare, suma pătratelor mediilor proporționale între întreaga linie și fiecare din părți este egală cu pătratul întregii linii.

Să tăiem dreapta ab într-un mod oarecare în c: zic, că pătratele mediilor proporționale între întreaga ab și părțile ac, cb, luate împreună, sînt egale cu pătratul întregii ab. Aceasta însă este evident, dacă descriem un semicerc pentru întreaga ba și din c ridicăm perpendiculara cd și unim da, db. Într-adevăr da este media între ba, ac iar db este media între ab, bc: iar pătratele liniilor da, db, luate împreună, sînt egale cu pătratul întregii ab, unghiul adb din semicerc fiind drept. Prin urmare, propoziția este evidentă.



TEOREMĂ. PROPOZIȚIA X

Impulsul sau momentul oricărei semiparabole este egal cu momentul corpului ce cade natural perpendicular pe orizontală, care este egal cu suma dintre sublimitatea și înălțimea semiparabolei.



Fie ab semiparabola a cărei sublimitate este da iar înălțimea ac, din care se compune perpendiculara dc: zic, că impulsul semiparabolei în b este egal cu momentul corpului ce cade liber din d în c. Să presupunem că dc este măsura atît a timpului cît și a impulsului și să luăm media proporțională între cd, da și să luăm cf egală cu ea. Fie apoi ce media între dc, ca: atunci cf va fi măsura timpului și a momentului corpului ce cade pe da din repausul în d; iar ce va fi timpul și momentul corpului ce cade pe ac din repausul în a; diagonala ef va fi momentul compus din ele, adică al semiparabolei în b. Și fiindcă

dc a fost tăiată arbitrar în a şi cf, ce sînt mediile proporţionale între întreaga cd şi părţile da, ac, pătratele acestora, luate împreună, vor fi egale cu pătratul întregului, potrivit lemei de mai sus; cu aceleaşi pătrate este egal şi pătratul lui ef: aşadar şi linia ef este egală cu dc. De aici rezultă că momentele pe dc şi pe semiparabola ab, în c şi în b, sînt egale; ceea ce trebuia arătat.

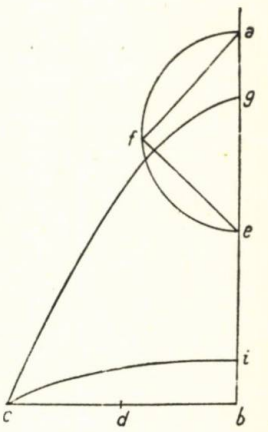
COROLAR

De aici urmează, că impulsurile tuturor semiparabolelor, ale căror înălţimi şi sublimităţi luate împreună sînt egale, de asemenea vor fi egale.

PROBLEMĂ. PROPOZIŢIA XI

Fiind dat impulsul şi amplitudinea unei semiparabole, să-i găsim înălţimea.

Să reprezentăm impulsul dat prin perpendiculara pe orizontala ab; iar amplitudinea de-a lungul orizontalei fie bc: să găsim sublimitatea semiparabolei, al cărui impuls fie ab, iar amplitudinea bc. Din cele demonstrate mai sus rezultă că jumătatea amplitudinei bc va fi media proporţională între înălţimea şi sublimitatea semiparabolei, al cărei impuls, din cele precedente, este egal cu impulsul corpului ce cade din repausul în a de-a lungul lui ab: în acest scop tăiem ba în aşa fel, încît dreptunghiul format din părţile ei să fie egal cu pătratul jumătăţii lui bc, care fie bd. De aici se vede, că este necesar ca db să nu depăşească jumătatea lui ba: căci dreptunghiul format de aceste porţiuni este maxim, fiindcă întreaga linie este tăiată în părţi egale. Prin urmare, să înjumătăţim ba în e: căci dacă bd este egală cu be, problema este

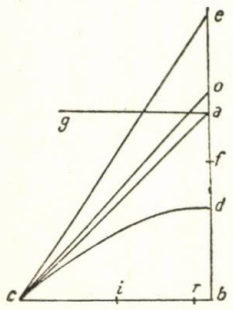


rezolvată și înălțimea semiparabolei va fi be iar sublimitatea ea (și iată că amplitudinea parabolei cu o înclinare de o jumătate de unghi drept, după cum s-a demonstrat mai sus, este cea mai mare dintre toate cele descrise cu același impuls). Dar fie bd mai mică decît jumătatea lui ba, care trebuie tăiată astfel încît dreptunghiul format de părțile ei să fie egal cu pătratul lui bd. Să descriem pe ea un semicerc, în care din a să aplicăm af, egală cu bd, și să unim fe, din care să tăiem porțiunea egală eg; dreptunghiul bga, împreună cu pătratul lui eg, va fi egal cu pătratul lui ea, care este egal cu cele două pătrate ale lui af, fe. Scăzînd deci pătratele lui ge, fe care sînt egale, rămîne dreptunghiul bga egal cu pătratul lui af, adică al lui bd, și linia bd este media proporțională între bg, ga: de aici este evident, că semiparabola a cărei amplitudine este bc iar impulsul ab are înălțimea bg și sublimitatea ga. Căci dacă luăm mai jos bi egală cu ga, ea va fi înălțimea iar ia sublimitatea semiparabolei ic.

Din cele demonstrate pînă aici este posibil:

PROBLEMĂ. PROPOZIȚIA XII

Să determinăm prin calcul amplitudinile tuturor semiparabolelor care sînt descrise de proiectilele aruncate cu același impuls și să le cuprindem în tabele.



Din cele demonstrate mai înainte rezultă că parabolele sînt descrise de proiectile cu același impuls, cînd sublimitățile lor adunate cu înălțimile ne dau perpendiculare egale pe orizontală: prin urmare, aceste perpendiculare trebuie să fie cuprinse între aceleași paralele orizontale. Să luăm deci perpendiculara ba egală cu orizontala cb și să ducem diagonala ac: unghiul acb va fi jumătatea unui unghi drept, adică 45 grade înjumătățind perpendiculara ba în d, semiparabola dc va fi aceea care este deter-

minată de sublimitatea ad şi de înălţimea db şi impulsul ei în c va fi egal cu al mobilului ce cade în b din repausul în a de-a lungul liniei ab ; şi dacă ducem ag paralelă cu bc, înălţimile adunate la sublimităţile tuturor celorlalte semiparabole, al căror impuls va fi identic cu cel de mai sus, trebuie să umple spaţiul între paralelele ag, bc. Pe lîngă aceea, deoarece s-a demonstrat că amplitudinile semiparabolelor ale căror tangente sînt egal înclinate deasupra sau dedesubtul celei de o jumătate de unghi drept sînt egale, calculele pe care le vom face pentru înclinări mai mari sînt valabile şi pentru cele mai mici. Afară de aceea, să alegem un număr de zece mii de părţi, adică 10 000, pentru amplitudinea maximă de aruncare a semiparabolei efectuată sub o înclinare de 45 grade : prin urmare, presupunem că aceasta este mărimea liniei ba şi a amplitudinii semiparabolei bc. Alegem numărul 10 000 fiindcă în calcule ne folosim de tabelele tangentelor, în care acest număr corespunde tangentei de 45 grade. Trecînd acum la efectuare, să ducem ce cuprinzînd unghiul ecb mai mare decît unghiul acb (totuşi ascuţit) şi să trasăm semiparabola a cărei tangentă este linia ec şi a cărei sublimitate împreună cu înălţimea, este egală cu ba. Din tabela tangentelor, să scoatem pentru unghiul dat bce tangenta be, pe care s-o înjumătăţim în f ; apoi să găsim a treia proporţională a lui bf, bi (jumătăţile lui bc), care în mod necesar va fi mai mare decît fa. Fie deci aceasta fo. Prin urmare, am găsit înălţimea bf şi sublimitatea fo a semiparabolei înscrisă în triunghiul ecb împreună cu tangenta ce, a cărei amplitudine este cb. Dar întreaga bo depăşeşte distanţa dintre paralelele ag, cb, pe cînd pentru noi este necesar să rămînem în cuprinsul lor ; căci astfel atît ea, cît şi semiparabola dc, sînt descrise de proiectile aruncate din c cu acelaşi impuls : prin urmare, trebuie să găsim o alta asemenea cu ea (căci pot fi trasate o infinitate în unghiul bce, mai mari sau mai mici, asemenea între ele), a cărei sublimitate împreună cu înălţimea (adică omoloagă cu bc) să fie egală cu ba. Fie aşadar după cum ob către ba, tot astfel amplitudinea bc către cr şi vom găsi cr, adică ampli-

tudinea semiparabolei potrivit unghiului de înclinare bce, a cărui sublimitate împreună cu înălțimea este egală cu spațiul cuprins de paralelele ga, cb : ceea ce se căuta. Prin urmare, operația va fi următoarea :

Să aflăm tangenta unghiului dat bce, la a cărei jumătate să adunăm a treia proporțională a ei și a jumătății bc, care să fie fo ; fie apoi după cum ob către ba, la fel bc către cealaltă, care fie cr, adică amplitudinea căutată.

Să luăm un exemplu. Fie unghiul ecb de 50 grade, tangenta lui va fi 11 918, a cărei jumătate, adică bf, 5 959 ; jumătatea lui bc este 5 000 ; a treia proporțională a acestor jumătăți este 4 195, care adunată la bf face 10 154 pentru bo. Fie iarăși precum ob către ba, adică precum 10 154 către 10 000, la fel bc, adică 10 000 (căci tangenta fiecăreia este de 45 grade) către cealaltă și vom avea amplitudinea căutată rc, de 9 848, iar a lui bc (amplitudinea maximă) este 10 000. Iar amplitudinile parabolelor întregi sînt dublul acestora, adică 19 696 și 20 000 ; aceeași valoare o are și amplitudinea parabolei cu înclinarea de 40 grade, deoarece este egal înclinată față de 45 grade.

Sagr. Pentru înțelegerea completă a acestei demonstrații, ar trebui să mai știm că a treia proporțională între *bf*, *ib* este (cum zice autorul) în mod necesar mai mare decît *fa*.

Salv. Această consecință mi se pare că se poate demonstra în felul următor. Pătratul mediei a trei linii proporționale este egal cu dreptunghiul celorlalte două ; de aceea, pătratul lui *bi* sau al lui *bd* egală cu ea, trebuie să fie egal cu dreptunghiul format de întîia *fb* cu a treia ce trebuie aflată : această a treia este necesar să fie mai mare decît *fa*, deoarece dreptunghiul format de *bf* și *fa* este mai mic decît pătratul lui *bd* iar lipsa este egală cu pătratul lui *df*, după cum demonstrează Euclid în Cartea a doua. Mai atragem atenția că punctul *f*, care împarte tangenta *eb* în mijloc, va cădea de multe ori deasupra punctului *a* și numai o dată în punctul *a* ; în aceste cazuri este de la sine

înţeles că a treia proporţională a jumătăţii tangentei şi a lui *bi* (care ne dă sublimitatea) stă întreagă deasupra lui *a*. Autorul însă a considerat cazul cînd nu era evident că a treia proporţională menţionată ar fi întotdeauna mai mare decît *fa* şi că, pusă deasupra punctului *f*, trece dincolo de paralela *ag*. Dar să continuăm.

Nu va fi inutil, cu ajutorul acestei tabele, să compunem alta, care să completeze înălţimile semiparabolelor descrise sub acelaşi impuls. Construcţia va fi următoarea :

	Amplitudinile semiparabolelor descrise cu acelaşi impuls				Înălţimile semiparabolelor al căror impuls este acelaşi			
	gr.		gr.		gr.		gr.	
	45	10.000			1	3	46	5 173
	46	9 994	44		2	13	47	5 346
	47	9 976	43		3	28	48	5 523
	—	—	—		—	—	—	—
	48	9 945	42		4	50	49	5 698
	49	9 902	41		5	76	50	5 868
	50	9 848	40		6	108	51	6 038
	—	—	—		—	—	—	—
	51	9 782	39		7	150	52	6 207
	52	9 704	38		8	194	53	6 379
	53	9 612	37		9	245	54	6 546
	—	—	—		—	—	—	—
Gradele	54	9 511	36	Gradele	10	302	55	6 710
de înclinare	55	9 396	35	de înclinare	11	365	56	6 873
	56	9 272	34		12	432	57	7 033
	—	—	—		—	—	—	—
	57	9 136	33		13	506	58	7 190
	58	8 989	32		14	585	59	7 348
	59	8 829	31		15	670	60	7 502
	—	—	—		—	—	—	—
	60	8 659	30		16	760	61	7 649
	61	8 481	29		17	855	62	7 796
	62	8 290	28		18	955	63	7 939
	—	—	—		—	—	—	—
	63	8 090	27		19	1 060	64	8 078
	64	7 880	26		20	1 170	65	8 214
	65	7 660	25		21	1 285	66	8 346

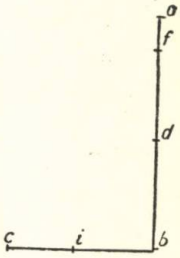
(continuare)

Gradele de înclinare	Amplitudinile semiparabolelor descrise cu același impuls			Gradele de înclinare	Înălțimile semiparabolelor al căror impuls este același			
	gr.		gr.		gr.		gr.	
	—	—	—		—	—	—	—
	66	7 431	24		22	1 402	67	8 474
	67	7 191	23		23	1 527	68	8 597
	68	6 944	22		24	1 685	69	8 715
	—	—	—		—	—	—	—
	69	6 692	21		25	1 786	70	8 830
	70	6 428	20		26	1 922	71	8 940
	71	6 157	19		27	2 061	72	9 045
	—	—	—		—	—	—	—
	72	5 878	18		28	2 204	73	9 144
	73	5 592	17		29	2 351	74	9 240
	74	5 300	16		30	2 499	75	9 330
	—	—	—		—	—	—	—
	75	5 000	15		31	2 653	76	9 415
	76	4 694	14		32	2 810	77	9 493
	77	4 383	13		33	2 967	78	9 567
	—	—	—		—	—	—	—
	78	4 067	12		34	3 128	79	9 636
	79	3 746	11		35	3 289	80	9 698
	80	3 420	10		36	3 456	81	9 755
	—	—	—		—	—	—	—
	81	3 090	9		37	3 621	82	9 806
	82	2 756	8		38	3 793	83	9 851
	83	2 419	7		39	3 962	84	9 890
	—	—	—		—	—	—	—
	84	2 079	6		40	4 132	85	9 924
	85	1 736	5		41	4 302	86	9 951
	86	1 391	4		42	4 477	87	9 972
	—	—	—		—	—	—	—
	87	1 044	3		43	4 654	88	9 987
	88	698	2		44	4 827	89	9 998
	89	349	1		45	5 000	90	10 000

PROBLEMĂ. PROPOZIȚIA XIII

Din amplitudinile semiparabolelor date, cuprinse în tabela precedentă, menținînd impulsul comun cu care este descrisă fiecare, să determinăm înălțimile diverselor semiparabole.

Fie bc amplitudinea dată; fie ob măsura impulsului, care presupunem că este aceeași, anume suma înălțimii și a sublimității: să găsim și să determinăm înălțimea: aceasta o facem astfel că împărțim do în așa fel încît dreptunghiul format de părțile ei să fie egal cu pătratul jumătății amplitudinii bc. Această împărțire să se facă în f; și să înjumătățim cele două ob, bc în d, i. Prin urmare, pătratul lui ib este egal cu dreptunghiul bfo; iar pătratul lui do este egal cu același dreptunghi împreună cu pătratul lui fd: așadar, dacă din pătratul lui do se scoate pătratul lui bi, care este egal cu dreptunghiul bfo, va rămîne pătratul lui fd, a cărui latură df adunată la linia bd va da înălțimea căutată bf. Prin urmare, din cele date rezultă următoarele:



Din pătratul jumătății lui bo cunoscută, să scoatem patratul lui bi de asemenea cunoscută; din rest să scoatem rădăcina pătrată, pe care să o adăugăm la bd cunoscută și vom avea înălțimea căutată bf.

Exemplu. Să aflăm înălțimea semiparabolei descrisă sub înclinarea de 55 grade. Amplitudinea, din tabela precedentă, este de 9 396; jumătatea ei este 4 698; pătratul ei 22 071 204; scăzînd aceasta din pătratul jumătății lui bo, care este întotdeauna aceeași, anume 25 000 000, restul este 2 928 796, a cărei rădăcină pătrată este aproximativ 1 710. Aceasta adunată la jumătatea lui bo adică la 5 000, se obține 6 710; aceasta este înălțimea bf.

Nu va fi inutil să lămurim a treia tabelă, ce conține înălțimile și sublimitățile semiparabolelor, a căror amplitudine va fi aceeași.

Sagr. Mi-ar face mare plăcere să o văd, fiindcă prin ea voi putea cunoaște, diferența impulsurilor și a forțelor necesare pentru a arunca proiectilul la distanța maximă a tragerilor; care diferență cred că este foarte mare pentru diversele înclinări: astfel că, de exemplu, dacă cineva ar voi ca pentru înclinarea

de 3 sau 4 grade sau de 87 sau 88, glontele să cadă acolo unde a fost aruncat sub înclinarea de 45 (pentru care am arătat că este necesar impulsul minim), cred că s-ar găsi un exces imens de forță.

Salv. Domnia voastră apreciază foarte corect; și va vedea că pentru a urmări mersul întreg pentru toate înclinările, trebuie să mergem cu pași mari spre impulsul infinit. Acum să vedem construcția tabelei.

Tabelă conținînd înălțimile și sublimitățile semiparabolelor ale căror amplitudini sînt aceleași, adică de 10 000 părți, calculate la diversele grade de înclinare

gr.	înălț.	subl.	gr.	înălț.	subl.
1	87	286 533	—	—	—
2	175	142 450	25	2 332	10 722
3	262	95 802	26	2 439	10 253
—	—	—	27	2 547	9 814
4	349	71 531	—	—	—
5	437	57 142	28	2 658	9 409
6	525	47 573	29	2 772	9 020
—	—	—	30	2 887	8 659
7	614	40 716	—	—	—
8	702	35 587	31	3 008	8 336
9	792	31 565	32	3 124	8 001
—	—	—	33	3 247	7 699
10	881	28 367	—	—	—
11	972	25 720	34	3 373	7 413
12	1 036	23 518	35	3 501	7 141
—	—	—	36	3 633	6 882
13	1 154	21 701	—	—	—
14	1 246	20 056	37	3 768	6 635
15	1 339	18 663	38	3 906	6 395
—	—	—	39	4 049	6 174
16	1 434	17 405	—	—	—
17	1 529	16 355	40	4 196	5 959
18	1 624	15 389	41	4 346	5 752
—	—	—	42	4 502	5 553
19	1 722	14 522	—	—	—
20	18 20	13 736	43	4 662	5 362
21	1 919	13 024	44	4 828	5 177
—	—	—	45	5 000	5 000
22	2 020	12 376	—	—	—
23	2 123	11 778	46	5 177	4 828
24	2 226	11 230	47	5 363	4 662

gr.	înălţ.	subl.	gr.	înălţ.	subl.
48	5 553	4 502	—	—	—
—	—	—	70	13 237	1 819
49	5 752	4 345	71	14 521	1 721
50	5 959	4 196	72	15 388	1 624
51	6 174	4 048	—	—	—
—	—	—	73	16 354	1 528
52	6 399	3 906	74	17 434	1 433
53	6 635	3 765	75	18 660	1 339
54	6 882	3 632	—	—	—
—	—	—	76	20 054	1 246
55	7 141	3 500	77	21 657	1 154
56	7 413	3 372	78	23 523	1 062
57	7 699	3 247	—	—	—
—	—	—	79	25 723	972
58	8 002	3 123	80	28 356	881
59	8 332	3 004	81	31 569	792
60	86 00	2 887	—	—	—
—	—	—	82	35 577	702
61	9 020	2 771	83	40 222	613
62	9 403	2 658	84	47 572	525
63	9 813	2 547	—	—	—
—	—	—	85	57 150	437
64	10 251	2 438	86	71 503	349
65	10 722	2 331	87	95 405	262
66	11 230	2 226	—	—	—
—	—	—	88	143 181	174
67	11 779	2 122	89	286 499	87
68	12 375	2 020	90	infinit	
69	13 025	1 919			

PROPOZIŢIA XIV

Să găsim înălţimile şi sublimităţile semiparabolelor, ale căror amplitudini vor fi egale pentru diferitele grade de înclinare.

Această problemă se poate rezolva uşor; căci luînd amplitudinea semiparabolei întotdeauna de 10 000 de părţi, jumătatea tangentei oricărui grad de înclinare ne dă înălţimea. De exemplu, înălţimea unei semiparabole, a cărei înclinare este de 30 de grade iar amplitudinea, după cum am spus, de 10 000 de părţi, va fi 2 887; căci aceasta este aproximativ jumătatea tangentei. Găsind înălţimea, sublimitatea o aflăm astfel. Deoarece s-a demonstrat

că jumătatea amplitudinii semiparabolei este media proporțională între înălțime și sublimitate și înălțimea a fost găsită iar jumătatea amplitudinii este întotdeauna aceeași, adică de 5 000 de părți, dacă pătratul acesteia îl împărțim cu înălțimea dată, vom obține sublimitatea căutată. În exemplul dat, înălțimea găsită a fost 2 887; pătratul celor 5 000 de părți este 25 000 000; împărțind aceasta cu 2 887, ne dă aproximativ 8 659 pentru sublimitatea căutată.

Salv. De aici se vede mai întîi cît de adevărată este concepția menționată mai sus, că în diversele înclinări, cu cît se îndepărtează mai mult de cea mijlocie, fie în sus fie în jos, cu atît se cere impuls și forță mai mari pentru a arunca proiectilul la aceeași distanță. Deoarece, impulsul constînd în amestecul celor două mișcări, una orizontală uniformă, iar cealaltă perpendiculară natural accelerată, din care impuls se măsoară suma înălțimii și a sublimității, din tabela precedentă se vede că această sumă este minimă pentru înclinarea de 45 de grade, cînd înălțimea și sublimitatea sînt egale, adică fiecare de 5 000, iar suma lor 10 000 : căci dacă vom căuta o înclinare mai mare, ca de exemplu de 50 de grade, vom găsi că înălțimea este de 5 959 și sublimitatea de 4 196, care adunate ne dau suma de 10 155; și la fel vom găsi că același este impulsul de 40 de grade, cele două înclinări fiind egal îndepărtate de cea mijlocie. Aici trebuie să notăm în al doilea rînd că este adevărat că impulsurile egale corespund la cîte două înclinări egal depărtate de cea mijlocie, cu deosebire în plus că înălțimile și sublimitățile înclinărilor superioare corespund invers cu sublimitățile și înălțimile celor inferioare; astfel că dacă, în exemplul dat, pentru înclinarea de 50 de grade, înălțimea este de 5 959 și sublimitatea de 4 196, pentru înclinarea de 40 de grade se întîmplă inversul, înălțimea fiind 4 196 și sublimitatea 5 959 : același lucru se întîmplă la toate celelalte fără vreo altă deosebire, decît că, pentru a scăpa de plictiseala calculului, nu s-a ținut

seama de unele fracţii, care la sume atît de mari nu au nici o importanţă şi nici nu prejudiciază nimic.

Sagr. Eu observ că dintre cele două impulsuri orizontal şi perpendicular, în aruncări, cu cît sînt mai înalte, cu atît mai mic este cel orizontal şi cu atît mai mare cel perpendicular; dimpotrivă, în cele puţin înclinate, este mai necesară forţa impulsului orizontal, care va arunca proiectilul la înălţime mică. Dar deşi înţeleg foarte bine că la înclinarea totală de 90 grade, pentru a arunca proiectilul la o distanţă de un singur deget de la perpendiculară nu este suficientă toată forţa din lume, ci în mod necesar el trebuie să cadă în acelaşi loc de unde a fost aruncat; nu aş îndrăzni însă să afirm cu aceeaşi siguranţă că şi pentru înclinarea nulă, adică pe linia orizontală, proiectilul nu ar putea fi împins de o forţă oarecare, deşi nu infinită, la o oarecare distanţă, astfel că, de exemplu, nici măcar o culevrină nu ar fi în stare să arunce un glonte de fier orizontal, sau cum se zice, dintr-un punct alb, adică fără nici o înclinare. Zic că în acest caz îmi rămîne o anumită ambiguitate: şi ca să nu neg în mod hotărît faptul, mă reţine un alt fapt, care apare nu mai puţin straniu, dar care totuşi are demonstraţia concludentă necesară; şi faptul constă în aceea că este imposibil să întinzi o sfoară în aşa fel încît să rămînă întinsă dreaptă şi paralelă cu orizontala; ci întotdeauna atîrnă şi se îndoaie şi nu există forţă suficientă să o întindă drept.

Salv. Aşadar, d-le Sagredo, în cazul sforii văd că nu vă mai miraţi de extravaganţa efectului, fiindcă aveţi demonstraţia; dar dacă considerăm bine, probabil vom găsi vreo corespondenţă între fenomenul aruncării şi al sforii. Curbura liniei la aruncarea orizontală pare că derivă din două forţe, dintre care una (care este a aruncătorului) o aruncă orizontal şi cealaltă (care este greutatea proprie) o trage vertical în jos. La întinderea sforii însă contribuie forţele celui care o trag orizontal, precum şi greutatea sforii, care tinde în mod natural în jos. Prin urmare, aceste două cauze sînt foarte asemănătoare. Şi dacă atribuiţi

greutății sforii puterea și energia de a se putea opune și învinge o forță oricît de mare ce vrea să o întindă drept, de ce voiți să negați aceasta greutății glontelui? Mai mult, vreau să vă spun, producîndu-vă în același timp mirare și plăcere, că sfoara întinsă astfel și trasă puțin sau mult, se îndoaie în linii, care se apropie foarte mult de cele parabolice și asemănarea este atît de mare, încît dacă veți desena pe o suprafață plană și ridicată pe orizontală o linie parabolică și ținînd-o întoarsă, adică cu vîrful în jos și cu baza paralelă la orizontală, făcînd să atîrne un lănțișor susținut la extremitatea bazei parabolei menționate, veți observa că lănțișorul, slăbindu-l mai mult sau mai puțin, se va curba și adapta la parabolă și această adaptare va fi cu atît mai precisă cu cît parabola va fi mai puțin curbă, adică mai întinsă; în acest fel la parabolele descrise cu înclinări sub 45 grade, lănțișorul va acoperi aproape *ad unguem**) parabola.

Sagr. Așadar, cu un astfel de lanț lucrat cu finețe s-ar putea repede puncta multe linii parabolice pe o suprafață plană.

Salv. S-ar putea și încă cu oarecare folos, după cum vă voi arăta în curînd.

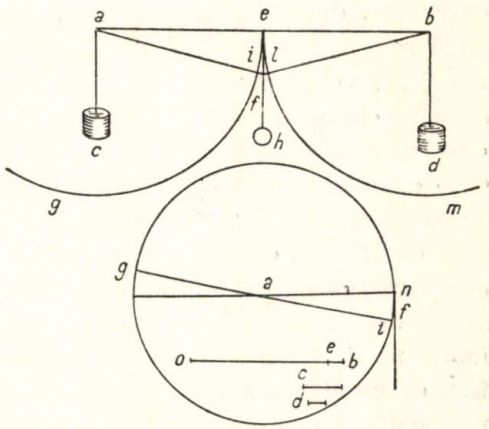
Simpl. Dar înainte de a trece mai departe, aș dori ca și eu să fiu convins cel puțin de propoziția despre care spuneți că este o demonstrație sigur concludentă; vorbesc despre aceea care spune că este imposibil, printr-o forță oricît de imensă, să întindem o coardă drept și paralel cu orizontala.

Sagr. Să văd dacă-mi reamintesc demonstrația; pentru înțelegerea căreia este necesar, d-le Simplicio, să admiteți ca adevărat ceea ce se verifică la toate instrumentele mecanice, nu numai prin experiență, ci și prin demonstrație: aceasta este că viteza celui care produce mișcarea, chiar dacă are putere slabă, poate depăși rezistența, chiar foarte mare, a unui corp ce opune rezistență și care trebuie mișcat încet, ori de cîte ori viteza celui care mișcă are un raport mai mare către înceti-

*) Cu mare precizie.

neala corpului rezistent, decît rezistenţa mobilului către forţa celui care-l mişcă.

Simpl. Aceasta îmi este foarte cunoscută şi demonstrată de Aristotel în Chestiunile Mecanice; se vede în mod evident aceasta la pîrghie şi la balanţă, la care romanul*), care nu cîntăreşte mai mult de patru livre, va ridica o greutate de 400 în timp ce distanţa romanului de la centru, în jurul căruia se învîrteşte balanţa, este de 100 de ori mai mare decît distanţa centrului de la punctul de care atîrnă greutatea cea mare; aceasta se întîmplă, fiindcă în coborîrea pe care o produce romanul, parcurge un spaţiu de o sută de ori mai mare decît spaţiul pe care se urcă în acelaşi timp greutatea cea mare; aceasta este ca şi cînd am spune că micul roman se mişcă cu o viteză de o sută de ori mai mare decît viteza greutăţii mari.



Sagr. Dvs. raţionaţi foarte bine şi nu ezitaţi să recunoaşteţi că, oricît de mică ar fi forţa ce pune în mişcare, va întrece o rezistenţă oricît de mare, ori de cîte ori acela avansează cu o viteză mai mare decît cît cedează din vigoare şi greutate. Să trecem acum la cazul sforii: şi făcînd o figură, închipuiţi-vă că linia *ab*, trecînd prin două puncte fixe şi stabile *a*, *b*, are atîrnate la extremităţi, după cum vedeţi, două greutăţi imense *c*, *d*, care, trăgînd-o cu o forţă foarte mare, o menţin întinsă drept, ea fiind o linie simplă, fără nici o greutate. Mai adaug

*) Prin roman se înţelege greutatea constantă ce se deplasează de-a lungul braţului balanţei romane.

şi zic că dacă din mijlocul ei, care să fie punctul *e*, atîrnaţi o greutate oricît de mică, cum ar fi *h*, linia *ab* va ceda şi, înclinîndu-se spre punctul *f* şi în consecinţă alungîndu-se, va constrînge cele două greutăţi mari *cd* să se ridice : ceea ce voi demonstra în felul următor. În jurul celor două puncte *a*, *b* ca centre, descriu două cadrane, *eig*, *elm* ; şi dat fiindcă cele două semidiametre *ai*, *bl* sînt egale cu cele două *ae*, *eb*, excesele *fi*, *fl* vor fi cantităţile alungirilor părţilor *af*, *fb* faţă de *ae*, *eb* şi în consecinţă determină ridicările greutăţilor *c*, *d*, ori de cîte ori greutatea *h* ar fi avut facultatea de a se coborî în *f* : ceea ce ar putea să se întîmple atunci cînd linia *ef*, care este valoarea coborîrii greutăţii *h*, ar avea un raport mai mare faţă de linia *fi*, care determină urcarea celor două greutăţi *c*, *d*, decît are greutatea ambelor greutăţi către greutatea *h*. Dar aceasta se va întîmpla în mod necesar dacă se ia greutăţile *c*, *d* foarte mari şi *h* foarte mică : deoarece excesul greutăţilor *c*, *d*, faţă de greutatea *h* nu este atît de mare, încît proporţional să nu poată fi mai mare excesul tangentei *ef* faţă de porţiunea secantei *fi*. Ceea ce vom demonstra astfel. Fie cercul cu diametrul *gai* ; şi atît cît este raportul greutăţilor *c*, *d* către greutatea *h* atît să fie raportul liniei *bo* către o alta, care să fie *c*, decît care *d* să fie mai mică, astfel încît raportul lui *bo* va fi mai mare către *d* decît către *c*. Să luăm *be* a treia proporţională între *ob*, *d* şi după cum *oe* către *eb*, la fel diametrul *gi* (prelungindu-l) către *if* şi din capătul *f* să ducem tangenta *fn* ; şi fiindcă după cum *oe* către *eb*, la fel *gi* către *if*, vom avea, compunînd, după cum *ob* către *be*, la fel *gf* către *fi* ; dar media între *ob* şi *be* este *d* şi între *gf*, *fi* media este *nf* : prin urmare, *nf* are către *fi* acelaşi raport ca *ob* către *d*, care raport este mai mare decît al greutăţilor *c*, *d* către greutatea *h*. Aşadar, coborîrea sau viteza greutăţii *h* avînd un raport mai mare către ridicarea sau viteza greutăţilor *c*, *d*, decît greutăţile *c*, *d* către greutatea *h* ; este evident că greutatea *h* se va coborî, adică linia *ab* se va înclina de la orizontală. Ceea ce se întîmplă

cu dreapta *ab* lipsită de greutate, cînd atîrnăm în *e* o greutate oricît de mică *h*, se întîmplă și cu sfoara *ab* presupunînd că are greutate, fără a-i adăuga orice alt corp greu ; deoarece atîrnă însăși greutatea materiei din care este formată sfoara *ab*.

Simpl. Sînt pe deplin satisfăcut : totuși dl. Salviati, după cum mi-a promis, va putea să-mi explice care este folosul care se poate trage dintr-un astfel de lănțișor și, după aceasta să-mi arate ce speculații au fost făcute relativ la forța de percuție de către Academicianul nostru.

Salv. Astăzi ne-am ocupat deajuns cu meditațiile din trecut : ora, care este deja tîrzie, nu ne-ar permite să ne descurcăm în aceste materii ; de aceea vom amîna discuția pentru alt timp mai potrivit.

Sagr. Sînt de aceeași părere cu dvs. fiindcă din diverse discuții avute cu prieteni intimi ai Academicianului nostru am dedus că problema forței de percuție este foarte obscură și pînă acum, nici unul din cei care s-au ocupat cu ea, nu i-au pătruns adîncimile, pline de întuneric și cu totul străine de primele închipuiri omenești. Printre concluziile pe care le-am auzit spunîndu-se mi-a rămas în minte una extravagantă, anume că forța de percuție este nemărginită, ca să zic infinită. Așadar vom aștepta complezența d-lui Salviati. Între timp spuneți-mi ce materii sînt acestea care au fost scrise după tratatul asupra corpurilor aruncate.

Salv. Acestea sînt cîteva propoziții privitoare la centrul de greutate al solidelor, pe care Academicianul nostru le-a găsit în tinerețea sa, părîndu-i-se că ceea ce a scris în această materie Federigo Comandino suferă de oarecare imperfecțiune. Crezu deci că, prin propozițiile pe care le vedeți scrise, se poate completa ceea ce lipsea în cartea lui Comandino ; s-a dedicat acestui studiu la îndemnul ilustrisimului domn marchizul Guid' Ubaldo Dal Monte, mare matematician al timpurilor sale, după cum ne arată diversele sale opere publicate și căruia i-a dat o copie cu intenția să urmărească această materie și la alte cor-

puri solide nestudiate de Comandino ; dar găsind aceste lucruri, după cîtva timp, în cartea d-lui Luca Valerio, celebru geometru şi văzînd că acesta rezolvă întreaga chestiune fără a neglija nimic, nu a mai continuat, deşi procedeul său este mult diferit de al d-lui Valerio.

Sagr. Ar fi aşadar bine ca în intervalul dintre întrunirile noastre trecute şi cele viitoare, domnia voastră să-mi lase cartea, astfel că între timp se văd şi să studiez rînd pe rînd propoziţiile scrise în ea.

Salv. Vă îndeplinesc cu plăcere dorinţa şi sper că domnia voastră va prinde gust pentru aceste propoziţii.

APENDICE

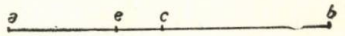
Care conține acele teoreme împreună cu demonstrațiile lor care au fost scrise de același autor odinioară privitor la centrul de greutate al solidelor.

POSTULAT

Pretindem că greutăți egale fiind așezate la fel pe pîrghii diferite, dacă centrul de greutate al tuturor împarte o pîrghie într-un raport oarecare, centrul de greutate al fiecăruia de asemenea împarte pîrghia după același raport.

LEMĂ

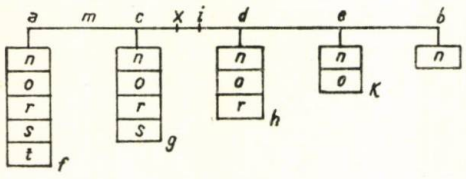
Fie linia *ab* înjumătățită prin *c*, a cărei jumătate *ac* fie împărțită prin *e*, în așa fel încît raportul lui *be* către *ea* să fie egal cu al lui *ae* către *ec*. Zic că *be* este dublul lui *ea*. Într-adevăr, fiindcă *be* către *ea* este egal cu *ea* către *ec*, compunînd și permutînd vom avea *ba* către *ac*, precum *ae* către *ec*; dar după cum *ae* către *ec*, adică precum *ba* către *ac*, la fel *be* către *ea*: din această cauză *be* este dublul lui *ea*.



Admițînd acestea, vom demonstra: *Dacă mărimi oarecare diferă la fel una de cealaltă și surplusurile lor sînt egale cu cea mai mică dintre ele, dacă se așază în așa fel pe o pîrghie încît*

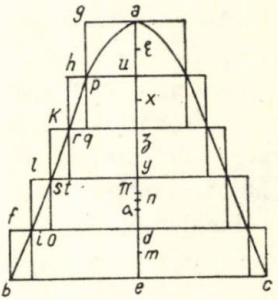
să atîrne la distanțe egale, centrul de greutate al tuturora va împărți în așa fel pîrghia încît porțiunea de partea celor mai mici este dublul celei rămase.

Să atîrne deci pe linia *ab*, la distanțe egale, un număr oarecare de mărimi *f*, *g*, *h*, *k*, *n*, de care am vorbit, dintre care cea mai mică fie *n*; fie *a*, *c*, *d*, *e*, *b* punctele de suspensie și *x* centrul de greutate al mărimilor astfel așezate. Trebuie să arătăm că porțiunea *bx* a pîrghiei, de partea mărimilor mai mici, este dublul restului *xa*.



Să înjumătățim pîrghia în punctul *d*, care în mod necesar coincide fie cu un punct oarecare de suspensie, fie cu mijlocul a două suspensii, căci distanțele rămase ale suspensiilor, ce se găsesc între *a* și *b*, sînt înjumătățite de punctele *m*, *i*, de aceea toate mărimile de partea lui *n* se împart în mod egal: iar părțile lui *f* sînt în număr egal cu al mărimilor ce atîrnă de pîrghie; părțile lui *g* vor fi cu una mai puțin; și la fel celelalte. Fie deci *n*, *o*, *r*, *s*, *t* părțile lui *f*; iar *n*, *o*, *r*, *s* ale lui *g*, iar *n*, *o*, *r*, ale lui *h*; în sfîrșit, *n*, *o* ale lui *k*: și fie suma tuturor mărimilor *n* egală cu *f*; suma tuturor mărimilor *o* fie egală cu *g*; suma mărimilor *r* fie egală cu *h*; iar a mărimilor *s* egală cu *k*; mărimea *t* este egală cu *n*. Prin urmare, deoarece toate mărimile *n* sînt egale, vor cîntări la fel față de punctul *d*, care înjumătățește pîrghia *ab*; din aceeași cauză, toate mărimile egale cu *o* vor cîntări la fel față de *i* iar acelea egale cu *r* față de *c*; cele egale cu *s* sînt în echilibru față de *m*; iar *t* este suspendată în *a*. Așadar, de pîrghia *ad*, la distanțele egale *d*, *i*, *e*, *m*, *a*, sînt atîrnate mărimi ce diferă între ele în mod egal, și a căror diferență este egală cu cea mai mică; cea mai mare, care se compune din toate greutățile *n*, este atîrnată în *d*; cea mai mică, care este *t*, atîrnă în *a*; iar celelalte sînt atîr-

nate ordonat. Fie *ab* o altă pîrghie, în care alte mărimi, egale în număr și mărime cu cele de mai sus, sînt situate în aceeași ordine, din care cauză pîrghiile *ab*, *ad* se împart de către centrele de greutate ale tuturor mărimilor în același raport. Dar centrul de greutate al mărimilor menționate este *x*: de aceea *x* împarte pîrghiile, *ba*, *ad* în același raport, astfel că după cum *bx* către *xa*, la fel *xa* către *xd*; din această cauză, *bx* este dublul lui *xa*, potrivit lemei de mai sus. Ceea ce trebuia demonstrat.



Dacă într-un conoid parabolic înscriem și circumscriem cîte o figură formată din cilindri de aceeași înălțime și împărțim axa conoidului menționat în așa fel încît porțiunea de la vîrf să fie dublul porțiunii de la bază, centrul de greutate al figurii înscrise va fi mai aproape de baza porțiunii decît punctul de diviziune; iar centrul de greutate al figurii circumscrise va fi mai departe de baza conoidului decît același punct; iar distanța ambelor centre de la acest punct va fi egală cu o linie care este a șasea parte a înălțimii cilindrului din care sînt formate figurile.

Fie așadar conoidul parabolic și figurile după cum s-a spus: una fie înscrisă, cealaltă circumscrisă; axa conoidului, care să fie *ae*, să o împărțim în *n*, astfel încît *an* să fie dublul lui *ne*. Trebuie să arătăm că centrul de greutate al figurii înscrise este pe linia *ne* iar a celei circumscrise este pe *an*. Să tăiem figurile, astfel situate, cu un plan prin axă și fie *bac* secțiunea parabolei; iar secțiunea dintre planul secant și baza conoidului fie linia *bc*; iar secțiunile cilindrilor fie figuri dreptunghiulare; după cum se vede pe figură. Prin urmare, primul cilindru dintre cele înscrise, a cărui axă este *de*, are către cilindrul, a cărui axă este *dy*, același raport ca pătratul lui *id* către pătratul lui *sy*, adică precum *da* către *ay*; iar cilindrul a cărui

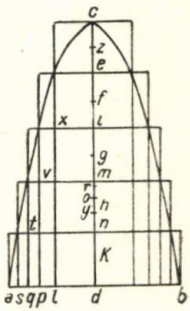
axă este *dy* către cilindrul *yz* este precum pătratul lui *sy* către pătratul lui *rz*, adică precum *ya* către *az*; din aceeași cauză, cilindrul a cărui axă este *zy* este către acela a cărui axă este *zu* precum *za* către *au*. Așadar, cilindrii sînt între ei precum liniile *da*, *ay*, *za*, *au* : acestea însă diferă între ele în mod egal și diferența este egală cu cea mai mică, astfel că *az* este dublul lui *au*; dar *ay* este triplul ei și *da* cuadruplul. Cilindrii menționați sînt deci mărimi oarecare și diferă între ele în mod egal, ale căror diferențe sînt egale cu cea mai mică; și linia *xm* este aceea de care sînt atîrnate la distanțe egale (căci fiecare cilindru își are centrul de greutate pe mijlocul axei) : de aceea, potrivit celor demonstrate mai sus, centrul de greutate al mărimii compuse din toate împarte linia *xm* în așa fel încît porțiunea pînă la *x* este dublul celei rămase. Prin urmare, să se împartă și fie *xα* dublul lui *αm*; așa dar, *α* este centrul de greutate al figurii înscrise. Să înjumătățim *au* în *ε*; *εx* va fi dublul lui *me* : dar *xα* este dublul lui *αm*; de aceea *εe* va fi triplul lui *eα*. Dar *ae* este egală cu triplul lui *en*; rezultă deci că *en* este mai mare decît *eα*, și de aceea *α*, care este centrul figurii înscrise, este mai apropiat de baza conoidului decît *n*. Și fiindcă după cum *ae* către *en* tot astfel *εe* scăzută către *ea* scăzută, va fi și restul către rest, adică *aε* către *nα*, precum *ae* către *en*. Prin urmare, *αn* este a treia parte a lui *aε* și a șasea a lui *au*. La fel se poate demonstra că figurile circumscrise cilindrului diferă între ele în mod egal și diferențele sînt egale cu cea mai mică și au centrele de greutate pe linia *εm* la distanțe egale. Prin urmare, dacă împărțim *εm* în *π*, în așa fel încît *επ* să fie dublul lui *πm*, iar *π* centrul de greutate al întregii figuri circumscrise : și fiindcă *επ* este dublul lui *πm* iar *aε* este mai mică decît dublul lui *em* (fiind egală cu ea), întreaga *ae* va fi mai mică decît triplul lui *eπ*; de aceea *eπ* va fi mai mare decît *en*. Și fiindcă *εm* este triplul lui *mπ* și *me* împreună cu de două ori *εa* de asemenea este triplul lui *me*, întreaga *ae* împreună cu *aε* va fi triplul lui *eπ*. Dar *ae* este triplul lui *en*; de aceea restul *aε*

va fi triplul lui πn. Aşadar, $n\pi$ este a şasea parte a lui *au*. Dar aceasta trebuia demonstrată.

Din cele de mai sus este evident că la un conoid parabolic se poate înscrie o figură şi circumscrie alta, astfel că centrele de greutate ale acelora să fie la o distanţă mai mică de punctul *n* decît orice linie dată. Căci dacă luăm o linie de şase ori mai mare decît linia dată, şi axele cilindrilor, din care se compun, figurile, sînt mai mici decît linia dată; vor exista linii ce cad între centrele de greutate ale acelor figuri şi punctul *n* mai mici decît linia dată.

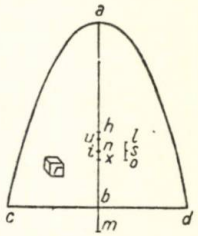
ACEEAŞI ALTFEL

Fie *cd* axa conoidului pe care să o împărţim în *o* în aşa fel încît *co* să fie dublul lui *od*. Trebuie să arătăm că centrul de greutate al figurii înscrise este pe linia *od*; a celei circumscrise pe *co*. Să tăiem figurile cu un plan ce trece prin axă şi *c*, după cum s-a spus. Aşadar, fiindcă cilindrii *sn*, *tm*, *vi*, *xe* sînt între ei precum pătratele liniilor *sd*, *tn*, *vm*, *xi*; acestea însă sînt între ele precum liniile *nc*, *cm*, *ci*, *ce*; acestea diferă între ele în mod egal şi diferenţa este egală cu cea mai mică, anume *ce*; iar cilindrul *tm* este egal cu cilindrul *qn*; însă cilindrul *vi* este egal cu *pn* şi *xe* este egal cu *ln*; aşadar, cilindrii *sn*, *qn*, *pn*, *ln* diferă între ei în mod egal şi diferenţa este egală cu cel mai mic dintre ei, anume cu cilindrul *ln*. Dar excesul cilindrului *sn* faţă de cilindrul *qu* este inelul *qn*, a cărui înălţime este *qt*, adică *nd*, iar înălţimea *sq*; excesul cilindrului *qn* faţă de *pn* este un inel, a cărui lăţime este *qp*; iar excesul cilindrului *pn* faţă de *ln* este un inel, a cărui lăţime este *pl*. De aceea inelele menţionate *sq*, *qp*, *pl* sînt egale între ele şi cu cilindrul *ln*. Prin urmare, inelul *st* este egal cu cilindrul *xe*, inelul *qv*, care



este dublul lui *st*, este egal cu cilindrul *vi*, care la fel este dublul cilindrului *xe*; din aceeași cauză inelul *px* va fi egal cu cilindrul *tm* și cilindrul *le* va fi egal cu cilindrul *sn*. Așadar, pe pîrghia *vf*, unind punctele mijlocii ale dreptelor *ei*, *dn*, și împărțind-o în părți egale prin punctele *h*, *g*, se obțin anumite mărimi, anume cilindrii *sn*, *tm*, *vi*, *xe*; centrul de greutate al primului cilindru este *k*, al celui de-al doilea *h*, al celui de-al treilea *g*, al celui de-al patrulea *f*. Dar avem și cealaltă pîrghie *mk*, care este jumătatea lui *fk*, divizată prin tot atîtea puncte în părți egale, anume *mh*, *hn*, *nk*; și pe ea alte mărimi, egale în număr și mărime cu cele ce se găsesc pe pîrghia *fk*, avînd centrele de greutate în punctele *m*, *h*, *n*, *k*, și sînt așezate în aceeași ordine. Într-adevăr, cilindrul *le* are centrul de greutate în *m* și este egal cu cilindrul *sn*, avînd centrul în *k*; inelul *px* are centrul în *h*, și este egal cu cilindrul *tm*, al cărui centru este *h*; inelul *qv*, avînd centrul *n*, este egal cu cilindrul *vi*, al cărui centru este *g*; și, în sfîrșit, inelul *st*, avînd centrul *k*, este egal cu cilindrul *xe*, al cărui centru este *f*. Așadar, centrul de greutate al mărimilor menționate împarte pîrghia în același raport; acestea au un singur centru și de aceea un punct oarecare comun ambelor pîrghii, care este *y*. Prin urmare, *fy* va fi către *yk* precum *ky* către *ym*; deci *fy* este dublul lui *yk*; și înjumătățind *ce* în *z*, *zf* va fi dublul lui *kd* și de aceea *zd* triplul lui *dy*. Dreapta *cd* este triplul lui *do*: prin urmare, dreapta *do* este mai mare decît *dy*; de aceea centrul *y* al figurii înscrise este mai aproape de bază decît punctul *o*. Și fiindcă după cum *cd* către *do*, la fel scăzuta *zd* către scăzuta *dy* și tot astfel *cz* rămasă către *yo* rămasă, precum *cd* către *do*: prin urmare, *yo* este a treia parte a lui *cz*, adică a șasea parte a lui *ce*. La fel se poate demonstra că cilindrii figurii circumscrise diferă între ei în mod egal iar diferența este egală cu cel mai mic și centrele lor de greutate se găsesc la distanțe egale cu pîrghia *kz*; și de asemenea inelele acelorași cilindri sînt așezate în mod asemănător pe cealaltă pîrghie *kg*, jumăta-

tea lui *kz*; de aceea, centrul de greutate al figurii circumscrise, care este *r*, împarte pîrghia în aşa fel că, după cum *zr* către *rk*, tot astfel *kr* către *rg*. Aşadar, *zr* este dublul lui *rk*; iar *cz* este egală cu *kd* şi nu dublul ei; întreaga *cd* va fi mai mică decît triplul lui *dr*; de aceea dreapta *dr* este mai mare decît *do*, adică centrul figurii circumscrise este mai departe de bază decît punctul *o*. Şi fiindcă *zk* este triplul lui *kr* şi *kd* împreună cu de două ori *zc* este triplul lui *kd*, întreaga *cd* împreună cu *cz* este triplul lui *dr*. Dar *cd* este triplul lui *do* de aceea *cz* rămasă este triplul lui *ro* rămasă; adică *or* este a şase parte a lui *ec*. Ceea ce ne-am propus.

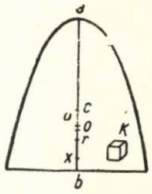


După aceste demonstraţii preliminare, se demonstrează, că centrul de greutate al conoidului parabolic împarte axa în aşa fel încît partea dinspre vîrf este dublul celei rămase spre bază.

Fie dat un conoid parabolic, a cărui axă fie *ab*, împărţit în *n* în aşa fel încît *an* să fie dublul lui *nb*. Trebuie arătat că centrul de greutate al conoidului este punctul *n*. Într-adevăr, dacă nu este *n*, va fi sau sub el, sau deasupra lui. Fie, mai întîi, dedesubt, şi fie *x*; să punem linia *lo* egală cu *nx*; iar *lo* să o împărţim oarecum prin *s*; şi raportul pe care îl au ambele *bx*, *os* către *os* să-l aibă şi conoidul către solidul *r*; să înscriem în conoid o figură formată din cilindri avînd aceeaşi înălţime, în aşa fel încît aceea care se găseşte între centrul de greutate şi punctul *n* să fie mai mică decît *ls*, iar excesul conoidului faţă de figura înscrisă să fie mai mic decît solidul *r*. Este evident că aceasta este posibil. Fie aşadar figura înscrisă, al cărui centru de greutate fie *i*: atunci *ix* este mai mare decît *so*; şi fiindcă, după cum *xb* împreună cu *so* către *so*, la fel conoidul către *r* (iar *r* este mai mare decît excesul cu care conoidul depăşeşte figura înscrisă), raportul conoidului către excesul menţionat va fi mai mare decît al fiecăreia dintre *bx*, *os* către *so*; şi, prin

împărțire, figura înscrisă va avea către excesul menționat un raport mai mare decît *bx* către *so*. Dar *bx* are către *xi* un raport mai mic decît către *so* : așadar, figura înscrisă va avea către porțiunile rămase un raport mai mare decît *bx* către *xi*. Prin urmare, raportul figurii înscrise către porțiunile rămase va fi același ca la celelalte linii către *xi* ; acesta va fi în mod necesar mai mare decît *bx*. Fie așadar *nx*. Prin urmare, *x* este centrul de greutate al conoidului ; iar *i* este centrul de greutate al figurii înscrise în el : centrul de greutate al porțiunilor rămase, cu care conoidul întrece figura înscrisă va fi pe linia *xm* și, în punctul în care dreapta se termină, în așa fel încît raportul pe care îl are figura înscrisă către excesul prin care este depășită de conoid să fie egal cu acela pe care îl are către *xi*. Dar am arătat că acest raport este egal cu raportul lui *mx* către *xi* ; deci *m* va fi centrul de greutate al porțiunilor cu care conoidul depășește figura înscrisă : ceea ce desigur nu se poate, căci, dacă prin *m* ducem un plan paralel cu baza conoidului, toate porțiunile menționate vor fi de aceeași parte și nu vor fi împărțite prin el. Prin urmare, centrul de greutate al conoidului nu se va găsi sub punctul *m*. Dar nici deasupra. Într-adevăr, dacă se poate, fie acesta *h* ; și iarăși, ca mai sus, să luăm linia *lo* egală cu *hn* și divizată în *s* ; raportul pe care îl au ambele *bn*, *so* către *sl* este egal cu raportul conoidului către *r* ; și să circumscriem conoidului o figură formată din cilindri, după cum s-a spus, astfel încît cantitatea cu care îl depășește să fie mai mică decît solidul *r* ; iar linia dintre centrul de greutate al figurii circumscrise și punctul *n* fie mai mică decît *so* : restul *nh* va fi mai mare decît *lf* ; și fiindcă după cum suma *bn*, *os* către *sl*, la fel conoidul către *r* (dar *r* este mai mare decît excesul cu care conoidul este depășit de figura circumscrisă), prin urmare *bn*, *so* are către *sl* un raport mai mic decît conoidul către excesul menționat. Dar *bu* este mai mic decît suma lui *bn*, *so* ; însă *uh* este mai mare decît *sl* ; deci conoidul are un raport mai mare către porțiunile menționate decît *bu* către *uh*.

Așadar, raportul conoidului către aceste porțiuni, va fi egal cu raportul liniei mai mari *bu* către *uh*. Fie acest raport *mu*; și fiindcă centrul de greutate al figurii circumscrise este *u* iar centrul conoidului este *h* și raportul conoidului către porțiunile rămase este egal cu al lui *mu* către *uh*, *m* va fi centrul de greutate al porțiunilor rămase; ceea ce de asemenea este imposibil. Prin urmare, centrul de greutate al conoidului nu se găsește deasupra punctului *n*: s-a demonstrat însă că nu este nici dedesubt; așadar în mod necesar se găsește în *n*. Același raționament se poate aplica la un conoid tăiat cu un plan care nu este ridicat pe axă. În cele următoare vom demonstra altfel același lucru, anume că centrul de greutate al conoidului parabolic se găsește între centrul figurii circumscrise și centrul celei înscrise.

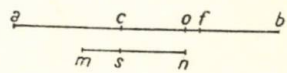


Să considerăm un conoid a cărei axă fie *ab*; centrul figurii circumscrise fie *c* iar al celei înscrise *o*. Zic că centrul conoidului se găsește între punctele *c*, *o*. Căci în caz contrar va fi sau dedesubt sau deasupra sau în unul din ele. Fie dedesubt de exemplu în *r* și fiindcă *r* este centrul de greutate al conoidului întreg iar centrul de greutate al figurii înscrise este *o*, prin urmare centrul de greutate al porțiunilor rămase, prin care figura înscrisă este depășită de conoid, va fi pe linia *or* prelungită în partea lui *r* și în punctul în care se termină, în așa fel încît raportul porțiunilor menționate către figura înscrisă este egal cu raportul lui *or* către linia cuprinsă între *r* și acel punct. Fie acest raport egal cu al lui *or* către *rx*. Așadar, *x* se găsește sau în afara conoidului sau în interiorul lui, sau pe bază. Dacă se găsește în afară sau pe bază, deja este evident că este absurd. Să cadă în interior: și fiindcă *xr* către *ro* este precum figura înscrisă către excesul cu care este depășit de conoid, *br* are către *ro* același raport pe care îl are figura înscrisă către solidul *k*, care în mod necesar va fi mai mic decît excesul menționat; să înscriem acum o altă figură, care să fie

depășită de conoid cu o cantitate mai mică decît *k*, al cărui centru de greutate să cadă între *oc*. Fie aceasta *u*; și fiindcă prima figură se raportează către *k* precum *br* către *ro* iar figura a doua, al cărui centru este *u*, este mai mare decît întîia și este depășită de conoid cu o cantitate mai mică decît *k*, raportul pe care îl are figura a doua către excesul cu care este depășită de conoid îl va avea și linia mai mare *br* către *ru*. Dar *r* este centrul de greutate al conoidului; iar al figurii a doua înscrise este *u*: centrul de greutate al porțiunilor rămase va fi deci în afara conoidului, sub *b*; ceea ce este imposibil. În același fel se poate demonstra că centrul de greutate al conoidului nu este pe linia *ca*. Este însă evident că nu poate fi nici vreunul din punctele *c*, *o*. Căci dacă aceasta ar fi posibil, descriind alte figuri, una înscrisă mai mare decît cea al cărui centru este *o* și alta circumscrisă mai mică decît aceea al cărui centru este *c*, centrul conoidului va cădea în afara centrului acestor figuri; dar mai sus s-a arătat că aceasta nu se poate. Așadar, rezultă că se găsește între centrul figurii circumscrise și al celei înscrise. Dacă este așa, în mod necesar se va găsi în punctul care împarte axa în așa fel încît porțiunea dinspre vîrf este dublul celeilalte. Într-adevăr, deoarece se pot circumscrie și înscrie figuri în așa fel încît liniile care se află între centrul lor și punctul menționat să fie mai mici decît orice linie, afirmînd altceva ajungem la concluzia absurdă: anume că centrul conoidului nu se găsește între centrele figurilor înscrise și circumscrise.

Fiind date trei linii proporționale, dacă raportul pe care îl are cea mai mică este excesul cu care cea mai mare depășește pe cea mai mică, îl are și o linie oarecare către două treimi ale excesului cu care cea mai mare depășește pe cea mijlocie și, iarăși, dacă raportul sumei celei mai mari și dublul celei mijlocii către suma triplului celei mai mari și a celei mijlocii este egal cu raportul altei linii către excesul cu care cea mai mare depășește pe cea mijlocie; suma ambelor linii este a treia parte a celei mai mari dintre liniile proporționale.

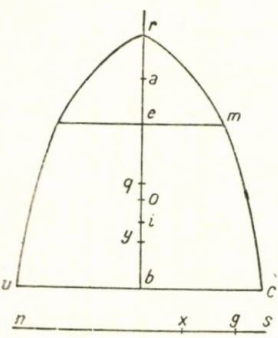
Fie *ab*, *bc*, *df* trei linii proporționale : și fie raportul lui *bf* către *af* precum *ms* către două treimi din *ca* ; iar raportul pe care îl are suma lui *ab* și a dublului lui *bc* către suma triplului ambelor *ab*, *bc* să-l aibă și cealaltă, adică *sn* către *ac*. Trebuie să demonstrăm că *mn* este a treia parte a lui *ab*. Așadar, fiindcă *ab*, *bc*, *bf* sînt proporționale, în același raport vor fi și *ac*, *cf* : prin urmare, precum *ab* către *bc*, la fel *ac* către *cf* ; și precum triplul lui *ab* către triplul lui *bc*, la fel *ac* către *cf*. Prin urmare, raportul triplului lui *ab* împreună cu triplul lui *bc* către triplul lui *bc* va fi egal cu raportul lui *ac* către linia mai mică *cf*. Fie aceasta *co*. De aceea, prin compunerea și conversiunea proporției, raportul lui *oa* către *ac* va fi egal cu suma triplului lui *ab* și a sextuplului lui *bc* către suma triplului lui *ab* împreună cu triplul lui *bc* : dar *ac* are către *sn* același raport pe care îl are suma triplului lui *ab* și a triplului lui *bc* către suma lui *ab* și dublul lui *bc* : așadar, prin egalitate, *oa* va avea către *ns* același raport ca suma triplului lui *ab* și a sextuplului lui *bc* către suma lui *ab* și a dublului lui *bc*. Dar suma tripului lui *ab* și a sextuplului lui *bc* sînt egale cu suma triplului lui *ab* împreună cu dublul lui *bc* ; prin urmare, *ao* este egală cu triplul lui *sn*.



Pe de altă parte, deoarece *oc* este către *ca* precum triplul lui *cb* către suma triplului lui *ab* și a triplului lui *cb* ; dar după cum *ca* către *cf*, la fel triplul lui *ab* către triplul lui *bc* ; deci, prin egalitate și proporție perturbată, precum *oc* către *cf*, la fel va fi triplul lui *ab* către suma triplului lui *ab* și a triplului lui *bc* și, prin conversiunea raportului, după cum *of* către *fc*, la fel triplul lui *bc* către suma triplului lui *ab* și a triplului lui *bc*. Dar după cum *cf* către *fb*, la fel *ac* către *cb* și triplul lui *ac* către triplul lui *bc* ; prin urmare, prin egalitate, prin perturbarea proporției, după cum *of* către *fb*, la fel triplul lui *ac* către triplul sumei lui *ab*, *bc*. Așadar, întreaga *ob* va fi către *bf* precum sextuplul lui *ab* către suma triplelor lui *ab*, *bc* ; și fiind-

că *fc*, *ca* au același raport ca *cb*, *ba*, va fi după cum *fc* către *ca*, tot astfel *bc* către *ba* și, compunînd, precum *fa* către *ac*, la fel suma lui *ba*, *bc* către *ba* și tot așa triplul către triplu : prin urmare, după cum *fa* către *ac*, la fel triplul lui *ba* împreună cu triplul lui *bc* către triplul lui *ab*, din care cauză, după cum *fa* către două treimi din *ac*, la fel triplul lui *ba*, împreună cu triplul lui *bc*, către două treimi ale triplului lui *ba*, adică către dublul lui *ba*. Dar după cum *fa* către două treimi ale lui *ac*, la fel *fb* către *ms* ; așadar, după cum *fb* către *ms*, la fel triplul lui *ba*, împreună cu triplul lui *bc*, către dublul lui *ba*. Dar precum *ab* către *fb*, la fel sextuplul lui *ab* către suma triplului lui *ab*, *bc* : deci, prin egalitate, raportul lui *ab* către *ms* va fi egal cu sextuplul lui *ab* către dublul lui *ba*; de aceea, *ms* va fi a treia parte a lui *ob*. Am demonstrat însă că *sm* este egal cu a treia parte a lui *ao* : rezultă așadar că *mn* este a treia parte din *ab* ; ceea ce trebuia demonstrat.

Centrul de greutate al unui conoid parabolic trunchiat se găsește pe axa figurii; dacă o împărțim pe aceasta în trei părți egale, centrul de greutate se va găsi pe cea din mijloc și o împarte în așa fel încît porțiunea dinspre baza mică către porțiunea dinspre baza mai mare este în același raport ca baza mai mare către baza mai mică.



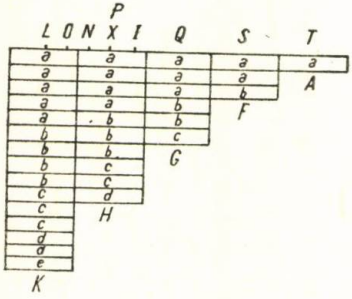
Dintr-un conoid, a cărui bază este *rb*, să tăiem un solid, a cărui axă fie *be* și planul de secțiune să fie paralel cu baza ; să-l tăiem apoi cu un alt plan ce trece prin axă și este ridicat pe bază și fie *urc* secțiunea parabolei ; fie liniile drepte *lm*, *uc* secțiunile planului secant și a bazei : *rb* va fi diametrul secțiunii sau paralel cu diametrul ; *lm*, *uc* vor fi ordonatele. Să împărțim deci *eb* în trei părți egale, cea de mijloc fiind *qy* ; să o împărțim pe aceasta prin punctul *i* în așa fel încît raportul bazei de diametru *uc* către baza de diametru *lm*, adică raportul pătratului

lui *uc* către pătratul lui *lm*, să fie egal cu raportul lui *qi* către *iy*. Trebuie să demonstrăm că *i* este centrul de greutate al trunchiului *lmc*. Să luăm linia *ns* egală cu *br* și fie *sx* egală cu *er*, să luăm apoi *sg* a treia proporțională între *ns*, *sx* și raportul lui *ng* către *gs* fie egal cu linia *bq* către *io*. Nu are însă nici o importanță dacă punctul *o* se găsește deasupra sau dedesubtul lui *lm*. Și fiindcă în secțiunea *urc* liniile *lm*, *uc* sînt ordonate, va fi precum pătratul lui *uc* către pătratul lui *lm*, la fel linia *br* către *re* : dar după cum pătratul lui *uc* către pătratul lui *lm*, la fel *qi* către *iy* și precum *lr* către *re*, tot astfel *ns* către *sx*. Deci, precum *qi* către *iy*, la fel *ns* către *sx*. De aceea, precum *qy* către *yi*, tot astfel suma lui *ns*, *sx* către *sx* și, după cum *el* către *yi*, la fel triplul lui *ns* împreună cu triplul lui *sx* către *sx* ; dar după cum *eb* către *by*, la fel triplul lui *ns* împreună cu triplul lui *sx* către suma lui *ns*, *sx* : așadar, precum *eb* către *bi*, la fel triplul lui *ns* împreună cu triplul lui *sx* către *ns* împreună cu dublul lui *sx*. Avem așadar trei linii proporționale, *ns*, *sx*, *gs* ; și raportul lui *sg* către *gn* este egal cu raportul unei anumite drepte *oi* către două treimi ale lui *eb*, adică ale lui *nx* ; dar raportul lui *ns* împreună cu dublul lui *sx* către suma triplului lui *ns* împreună cu triplul lui *sx* este egal cu raportul unei drepte oarecare *ib* către *be*, adică către *nx*. Așadar, potrivit celor demonstrate mai sus, cele două drepte luate împreună vor fi a treia parte a lui *ns*, adică a lui *rb* ; deci *rb* este triplul lui *bo* : de aceea *o* va fi centrul de greutate al conoidului *urc*. Fie însă *a* centrul de greutate al conoidului *lrm* ; prin urmare, centrul de greutate al trunchiului *ulmc* se găsește pe linia *ob* și anume în punctul în care ea se termină în așa fel încît raportul trunchiului *ulmc* către porțiunea *lrm* este egal cu al liniei *ao* către cea cuprinsă între *o* și punctul menționat. Și fiindcă *ro* este două treimi din *rb* iar *ra* două treimi din *re*, rămasa *ao* va face două treimi din rămasa *eb*. Și fiindcă precum trunchiul *ulmc* către porțiunea *lrm*, la fel *ng* către gs ; iar după cum *ng* către *gs*, la fel două treimi din *eb*

către *oi*; iar linia *ao* este egală cu două treimi din *eb*; după cum trunchiul *ulmc* către porțiunea *lrm*, tot astfel *ao* către *oi*. Rezultă deci, că centrul de greutate al trunchiului *ulmc* este punctul *i* și împarte axa în așa fel încît porțiunea dinspre baza mai mică către porțiunea dinspre baza mai mare este precum dublul bazei mai mari împreună cu cea mai mică către dublul celei mai mici împreună cu cea mai mare. Aceasta este explicarea mai elegantă a propoziției.

Dacă un număr oarecare de mărimi sînt situate în așa fel încît a doua este egală cu întîia, împreună cu dublul celei dintîi, a treia este egală cu a doua, împreună cu triplul celei dintîi, a patra este egală cu a treia, împreună cu cuadruplul celei dintîi și așa mai departe, fiecare din cele următoare este egală cu precedenta, împreună cu cea dintîi înmulțită cu numărul său de ordine; dacă zic, aceste mărimi sînt aranjate pe o pîrghie la distanțe egale, centrul de greutate al tuturor componentelor va împărți pîrghia în așa fel încît porțiunea dinspre mărimile mai mici este triplul celeilalte.

Fie LT pîrghia; și fie A, F, G, H, K mărimile, care s-a spus, că atîrnă de ea și fie A cea dintîi atîrnată în T. Zic că centrul de greutate taie pîrghia TL în așa fel încît porțiunea dinspre T este triplul celeilalte. Fie TL triplul lui LI și SL triplul lui LP și QL triplul lui LN și LP triplul lui LO; IP, PN, NO, OL vor fi egale. Să luăm în F o mărime egală cu dublul lui A, în G una egală cu triplul ei, în H una egală cu cuadruplul și așa mai departe; și să considerăm mărimile în care se găsește *a*. Să facem același lucru cu mărimile F, G, H, K: deoarece în F mărimea rămasă, adică *b*, este egală cu A, să luăm în G dublul ei, în H triplul etc.; să luăm acum mărimile în care se

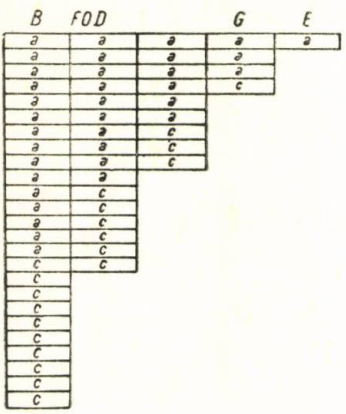


găsește b : și la fel să luăm pe acelea în care se găsește c, în care este d și e. Suma tuturor celor în care se găsește a va fi egală cu K ; suma tuturor b va fi egală cu H ; suma tuturor c, egală cu G ; suma tuturor d va fi egală cu F ; și a lui e cu A și fiindcă TI este dublul lui IL, I va fi centrul de greutate al sumei lui a ; și, la fel, deoarece SP este dublul lui PL, P va fi centrul de greutate al sumei lui b ; și, din aceeași cauză, N va fi centrul de greutate al sumei lui c ; O al sumei lui d ; iar L al sumei lui e. Prin urmare, TL este o pîrghie, de care la distanțe egale atîrnă mărimile K, H, G, F, A ; și iarăși avem o altă pîrghie LI, de care atîrnă, de asemenea, la distanțe egale, același număr de mărimi, egal cu cele de mai sus și așezate în aceeași ordine ; căci cea compusă din toate a, care atîrnă în I, este egală cu K care atîrnă în L ; și cea compusă din toate b, care atîrnă în P este egală cu H și atîrnă în P ; și la fel, cea compusă din c, care atîrnă în N, este egală cu g ; și cea compusă din d, care atîrnă de O, este egală cu F ; și c, care atîrnă în L, este egală cu A. De aceea, pîrghiile sînt divizate în același raport de către centrul de greutate al mărimilor : căci centrul de greutate al mărimilor este același : prin urmare, centrul de greutate comun dreptelor TL și LI este X. Așadar, după cum TX către XL, la fel LX către XI, și întreaga TL către LI ; O ; dar TL este triplul lui LI ; din această cauză TX de asemenea va fi triplul lui XL.

Dacă luăm un număr oarecare de mărimi în așa fel încît a doua să depășească întîia cu triplul celei dintîi, a treia să depășească pe a doua cu cvintuplul celei dintîi, a patra să depășească pe a treia cu septuplul celei dintîi și așa mai departe, creșterea fiecăreia față de cea precedentă să fie un multiplu al primei mărimi după numerele consecutiv impare, după cum progresează pătratele liniilor ce se depășesc în mod egal, al căror exces este egal cu cea mai mică ; acestea fie atîrnate de o pîrghie la distanțe egale ; centrul de echilibru al tuturor componentelor împart pîrghia în așa fel încît partea dinspre mărimile mai mici este mai mare

decît triplul celei rămase iar aceasta scăzută din aceea, este mai mică decît triplul ei.

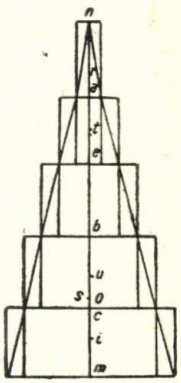
Să luăm pe pîrghia *BE* mărimile, după cum am spus, din care să luăm anumite mărimi în așa fel încît să fie aranjate ca acelea precedente ; să fie o grupă formată numai din *a* ; celelalte vor fi formate numai din *c*, aranjate în aceeași ordine, dintre care cea mai mare lipsește. Fie *ED* triplul lui *DB* și *GF* triplul lui *FB* ; *D* va fi centrul de greutate al tuturor *a* ; iar *F* centrul de greutate al tuturor componentelor *c* : de aceea, centrul de greutate al tuturor *a*, *c* se află între *D* și *F*. Fie aceasta *O*. Așadar, este evident că *EO* este mai mare decît triplul lui *OB* ; iar *GO* este mai mic decît triplul lui *OB*. Ceea ce trebuia demonstrat.



Dacă într-un con, sau într-o porțiune de con, înscriem o figură formată din cilindri avînd înălțimi egale și îi circumscriem altă figură ; apoi împărțim axa în așa fel încît partea cuprinsă între punctul de diviziune și vîrf să fie triplul celei rămase, centrul de greutate al figurii înscrise va fi mai aproape de baza conului decît punctul de diviziune ; iar centrul de greutate al celei circumscrise va fi mai aproape de vîrf decît acest punct.

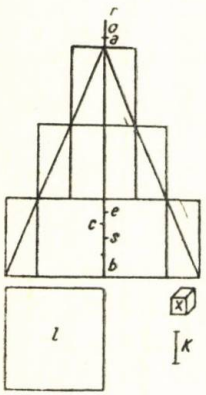
Fie așadar un con a cărui axă *nm* să o împărțim prin *s* în așa fel încît *ns* să fie triplul lui *sm* rămasă. Zic că centrul de greutate al fiecărei figuri înscrise în con, după cum s-a spus, se găsește pe axa *nm* și este mai aproape de baza conului decît punctul *s*, iar centrul de greutate al figurii circumscrise de asemenea se găsește pe axa *nm* și este mai aproape de vîrf decît *s*. Să considerăm deci figura înscrisă din cilindri ale căror axe *mc*, *cb*, *be*, *ea* sînt egale. Prin urmare, primul cilindru,

a cărui axă este *mc*, are către cilindrul a cărui axă este *cb* același raport pe care îl are baza sa către baza celuilalt (căci înălțimile lor sînt egale); acest raport însă este egal cu acela pe care îl are pătratul lui *cn* către pătratul lui *nb*. La fel se vede că cilindrul a cărui axă este *cb*, către cilindrul a cărui axă este *be*, are același raport ca pătratul lui *bn* către pătratul lui *ne*; iar cilindrul a cărui axă este *be* are către cilindrul din jurul axei *ea* același raport pe care îl are pătratul lui *en* către pătratul lui *na*. Liniile *nc*, *nb*, *ne*, *na* se depășesc însă în mod egal iar excesele lor sînt egale cu cea mai mică, adică cu *na*. Așadar avem oarecare mărimi, anume cilindrii înscriși, care au între ei în mod consecvent același raport pe care-l au pătratele liniilor ce se depășesc în mod egal și ale căror excese sînt egale cu cel mai mic; ele sînt astfel situate pe pîrghia *ti* încît centrele de greutate ale fiecăreia se găsesc pe ea și la distanțe egale. Din cele demonstrate mai sus, rezultă că centrul de greutate al tuturor celor astfel compuse împart pîrghia *ti* în așa fel încît porțiunea dinspre *t* este mai mare decît triplul celeilalte. Fie *o* acest centru; deci *to* este mai mare decît triplul lui *oi*. Dar *tn* este triplul lui *im*; prin urmare, întreaga *mo* va fi mai mică decît partea a patra a întregii *mn*, deoarece *ms* este partea a patra a ei. Constatăm deci că punctul *o* este mai aproape de baza conului decît *s*. Să considerăm acum figura circumscrisă constînd din cilindri ale căror axe *mc*, *cb*, *be*, *ea*, *an* sînt egale între ele. La fel ca despre cele înscrise, se poate arăta că aceștia se raportă între ei precum pătratele liniilor *mn*, *nc*, *bn*, *ne*, *an* care se depășesc în mod egal iar excesul este egal cu cea mai mică *an*; de aceea, potrivit ipotezei, centrul de greutate al tuturor cilindrilor astfel situați, care este *u*, împarte pîrghia *ri* astfel încît partea dinspre *r*, adică *ru*, este mai mare decît triplul restului *ui*; iar *tu* este mai mic decît triplul ei. Dar *nt*



este triplul lui *im*; deci întreaga *um* este mai mare decît a patra parte a întregii *mn*, deoarece *ms* este a patra parte a ei. Aşadar, punctul *u* este mai apropiat de vîrf decît punctul *s*. Ceea ce trebuia demonstrat.

La un con dat se poate circumscrie şi înscrie cîte o figură, formată din cilindri avînd aceeaşi înălţime, în aşa fel încît linia cuprinsă între centrul de greutate al celei circumscrise şi centrul de greutate al celei înscrise să fie mai mică decît orice linie dată.



Fie dat un con cu axa *ab*; iar *k* fie dreapta dată: Zic: să luăm cilindrul *l* egal cu cel înscris în con, de înălţime egală cu jumătatea lui *ab*, şi să împărţim *ab* în *c* în aşa fel încît *ac* să fie triplul lui *cb* şi raportul lui *ac* către *k* să fie egal cu al cilindrului *l* către solidul *x*: şi să circumscriem conului o figură de înălţime egală cu a cilindrilor şi să circumscriem alta, în aşa fel încît cea circumscrisă să depăşească pe cea înscrisă cu o cantitate mai mică decît solidul *x*; fie *e* centrul de greutate al figurii circumscrise, care să se afle deasupra lui *c*; iar centrul de greutate al celei înscrise fie *s*, care se află dedesubtul lui *c*. Zic acum că linia *es* este mai mică decît *k*. Căci dacă nu, să luăm *eo* egală cu *ca*: deoarece *oe* este către *k* în acelaşi raport ca *l* către *x* iar figura înscrisă nu este mai mică decît cilindrul *l* şi excesul, cu care figura menţionată este depăşită de cea circumscrisă, este mai mică decît solidul *x*; prin urmare, figura înscrisă va avea către excesul menţionat un raport mai mare decît *oe* către *k*. Dar raportul lui *oe* către *k* nu este mai mic decît al lui *oe* către *es*, deoarece *es* nu se ia mai mic decît *k*; prin urmare, figura înscrisă are către excesul cu care este depăşită de cea circumscrisă un raport mai mare decît *oe* către *es*. Aşadar, raportul figurii înscrise către excesul menţionat este egal cu al unei linii oarecare mai mare decît *eo* către linia *es*. Fie aceasta

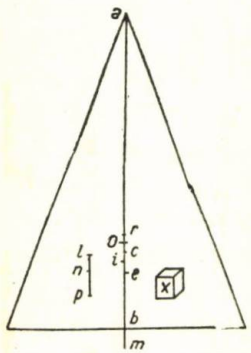
er; dar centrul de greutate al figurii înscrise este *s*; iar al celei circumscrise este *e*: rezultă deci că centrul de greutate al porţiunilor rămase, cu care figura circumscrisă depăşeşte pe cea inscrisă, se găseşte pe linia *re*, şi în punctul în care se termină în aşa fel încît raportul figurii înscrise către porţiunile menţionate este egal cu al liniei cuprinse între *e* şi acel punct către linia *es*. Acest raport este egal cu al lui *re* către *es*; prin urmare, centrul de greutate al celorlalte porţiuni, cu care figura circumscrisă depăşeşte pe cea înscrisă, va fi *r*: ceea ce este imposibil; căci planul dus prin *r* paralel cu baza conului nu taie porţiunile menţionate. Aşadar este fals că linia *es* nu este mai mică decît *k*; prin urmare, va fi mai mică. La fel se poate demonstra că acelaşi lucru este valabil şi pentru piramidă.

Din acestea este evident că într-un con dat se poate circumscrie şi înscrie cîte o figură din cilindrii avînd aceeaşi înălţime, în aşa fel încît liniile cuprinse între centrele lor de greutate şi punctul ce împarte axa conului, în aşa fel încît porţiunea dinspre vîrf să fie triplul celeilalte, sînt mai mici decît orice linie dată. Într-adevăr, după cum s-a demonstrat, punctul menţionat, împărţind axa, după cum s-a spus, se găseşte întotdeauna între centrele de greutate ale figurii înscrise şi circumscrise; se poate întîmpla ca linia ce se găseşte între aceste centre să fie mai mică decît orice linie dată; cu mult mai mică decît linia dată este aceea care este cuprinsă între centrele de greutate şi punctul menţionat care împarte axa.

Centrul de greutate al oricărui con sau piramidă împarte axa în aşa fel încît porţiunea dinspre vîrf este triplul celei dinspre bază.

Fie un con de axă *ab* şi să o împărţim în *c*, în aşa fel încît *ac* să fie triplul restului *cb*: trebuie să arătăm că *c* este centrul de greutate al conului. Căci dacă nu este aşa, centrul de greutate al conului va fi sau deasupra sau dedesubtul lui *c*. Fie dedesubt în *e*; şi să luăm linia *lp* egală cu *ce*, pe care să o

împărțim la întîmplare în n; și raportul sumei lui be, pn către pn este egal cu al conului către solidul x; să înscriem în con o figură solidă din cilindrii ce au aceeași înălțime, al cărui centru de greutate să fie mai aproape de punctul c decît linia ln; și excesul, cu care este depășită de con, să fie mai mic decît solidul x. Din cele demonstrate este evident că aceasta este posibil. Să considerăm acum figura înscrisă, după cum se cere, al cărui centru de greutate să fie i. Așadar ie este o linie mai mare decît np, căci lp este egal cu ce; și ic, mai mică decît ln: și fiindcă suma lui be, np este către np în același raport ca conul către x iar excesul, cu care conul întrece figura înscrisă, este mai mic decît solidul x, prin urmare conul va avea către excesul menționat un raport mai mare decît suma lui be, np către np. Și prin împărțire, figura înscrisă va avea către excesul cu care este depășită de con un raport mai mare decît be către np. Dar be are către ei un raport mai mic decît către np, fiindcă ie este mai mare decît np; prin urmare, figura înscrisă are către excesul cu care este întrecută de con un raport cu mult mai mare decît al lui be către ei. Așadar, raportul figurii înscrise către excesul menționat va fi egal cu al unei linii oarecare mai mare decît be către ei. Fie aceasta me: prin urmare, deoarece me are către ei același raport precum figura înscrisă către excesul cu care ea este întrecută de con și e este centrul de greutate al conului iar i este centrul de greutate al figurii înscrise, deci m va fi centrul de greutate al porțiunilor rămase, cu care conul depășește figura înscrisă în el; ceea ce este imposibil. Prin urmare, centrul de greutate al conului nu se găsește sub punctul c. Dar nici deasupra. Căci dacă s-ar găsi, fie r; și să luăm iarăși linia lp la întîmplare împărțită prin n; și raportul sumei lui bc, np către nl este egal cu al conului către x; și să circumscriem

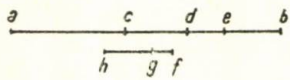


de asemenea la con o figură de care este depășit cu o cantitate mai mică decît solidul x; și linia, care este cuprinsă între centrul ei de greutate și c, este mai mică decît np. Fie figura circumscrisă, avînd centrul în o : or rămasă va fi mai mare decît nl. Și fiindcă, după cum suma lui bc, pn către nl, la fel conul către x iar excesul, cu care conul este depășit de figura circumscrisă, este mai mic decît x iar bo este mai mică decît suma lui bc, pn iar or este mai mare decît ln, prin urmare conul este față de porțiunile rămase, cu care este depășit de cea circumscrisă, într-un raport cu mult mai mare decît bo către or. Să aibă mo către or acest raport, deci mo va fi mai mare decît bc; și m va fi centrul de greutate al porțiunilor cu care conul este depășit de figura circumscrisă; ceea ce nu se poate. Prin urmare, centrul de greutate al conului nu se găsește deasupra punctului c : dar nici dedesubtul lui, după cum s-a demonstrat : prin urmare, va fi însuși c. Același lucru se poate demonstra, la fel, în cazul unei piramide.

Fiind date patru linii continuu proporționale : și raportul pe care-l are cea mai mică dintre ele către excesul cu care cea mai mare întrece pe cea mai mică îl va avea o linie oarecare luată la 3/4 a excesului cu care cea mai mare întrece pe cealaltă; dar raportul pe care-l are o linie egală cu cea mai mare, împreună cu dublul celei de-a doua și triplul celei de-a treia, către o linie egală cu cuadruplul celei mai mari, cuadruplul celei de-a doua și cuadruplul celei de-a treia, îl va avea și o altă linie oarecare către excesul cu care cea mai mare întrece pe a doua; cele două linii luate împreună vor fi egale cu a patra parte a celei mai mari dintre proporționale.

Fie într-adevăr ab, bc, bd, be patru linii proporționale; și raportul pe care îl are be către ea fie egal cu al lui fg către 3/4 din ac; iar raportul pe care-l are linia egală cu ab împreună cu dublul lui bc și cu triplul lui bd, către una egală cu cuadruplul lui ab, bc, bd, fie egal cu al lui hg către ac. Trebuie să arătăm că hf este a patra parte a lui ab. Căci ab, bc, bd be fiind pro-

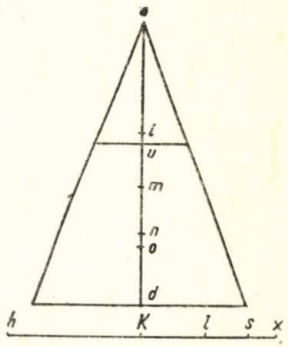
porționale, *ac*, *cd*, *de* sînt de asemenea în același raport, și după cum cuadruplele lui *ab*, *bc*, *bd* către *ab*, împreună cu dublul lui *bc* și triplul lui *bd*, la fel cuadruplele lui *ac*, *cd*, *de*, adică cuadruplele lui *ae*, către *ac* împreună cu dublul lui *cd* și triplul lui *de*; și astfel este *ac* către *hg*: prin urmare, după cum triplul lui *ae* către *ac* împreună cu dublul lui *cd* și triplul lui *de* la fel 3/4 din *ac* către *hg*. Dar precum triplul lui *ae* către triplul lui *ed*, la fel 3/4 *ac* către *gf*: deci, potrivit Propoziției 24 din Cartea V, precum triplul lui *ae* către *ac* împreună cu dublul lui *cd* și triplul lui *db*, la fel 3/4 din *ac* către *hf*; și precum cuadruplul lui *ae* către *ac* împreună cu dublul lui *cd* și triplul lui *db*, adică către *ab* împreună cu *cb* și *bd*, la fel *ac* către *hf*; și, permutînd, precum cuadruplul lui *ae* către *ac*, la fel *ab* împreună cu *cb* și *bd* către *hf*; dar precum *ac* către *ae* la fel *ab* către *ab* împreună cu *cb* și *bd*: așadar, prin egalitate, prin perturbarea raportului, după cum cuadruplul lui *ae* către *ae*, la fel *ab* către *hf*. De aici rezultă că *hf* este a patra parte a lui *ab*.



Centrul de greutate al unui trunchi de piramidă, sau de con, tăiat cu un plan paralel cu baza, se găsește pe axă; și o împarte în așa fel încît porțiunea dinspre baza mai mică către cealaltă este precum triplul bazei mai mari împreună cu dublul valorii medii între baza mai mare și cea mai mică împreună cu baza mai mică, către triplul bazei mai mici împreună cu dublul mediei aceleiași valori împreună cu baza mai mare.

Dintr-un con sau piramidă, avînd ca axă *ad*, să tăiem cu un plan paralel cu baza un trunchi, a cărui axă fie *ud*; și raportul pe care-l are triplul bazei mai mari împreună cu dublul valorii medii a celor două baze și cu cea mai mică către triplul celei mai mici împreună cu dublul mediei celor două baze împreună cu cea mai mare, îl are *uo* către *od*. Trebuie să arătăm că *o* este centrul de greutate ale trunchiului. Fie *um* a patra parte a lui *ud*. Să luăm linia *hx* egală cu *ad*, și fie *kx* egală cu *au*;

fie *xl* a treia proporţională a lui *hx*, *kx* şi *xs* a patra proporţională a lor; şi raportul lui *hs* către *sx* este egal cu raportul lui *md* către linia luată de la *o* spre *a*; care fie *on*. Şi fiindcă baza mai mare este către media proporţională dintre cea mai mare şi cea mai mică precum *da* către *au*, adică precum *hx* către *xk*, dar media menţionată este către cea mai mică precum *kx* către *xl*; cea mai mare, media proporţională, şi baza mai mică vor fi în acelaşi raport cu liniile *hx*, *xk*, *xl*. De aceea, după cum triplul bazei mai mari împreună cu dublul mediei proporţionale şi împreună cu cea mai mică către triplul celei mai mici împreună cu dublul mediei proporţionale şi cu cea mai mare, adică precum *uo* către *od*, la fel triplul lui *hx* împreună cu dublul lui *xk* şi *xl* către triplul lui *xl* împreună cu dublul lui *xk* şi *xh*, şi compunînd şi convertind vom avea *od* către *du* precum *hx* împreună cu dublul lui *xk* şi triplul lui *xl* către cuadruplul lui *hx*, *xk*, *xl*. Aşadar, *hx*, *xk*, *xl*, *xs* sînt patru linii proporţionale şi raportul lui *xs* către *xh* este egal cu al unei linii oarecare *no* către 3/4 *du*, adică către *dm*, adică către 3/4 din *hk*; dar raportul lui *hx* împreună cu dublul lui *xk* şi triplul lui *xl* către cuadruplul lui *hx*, *xk*, *xl* este egal cu raportul altei drepte oarecare *od* către *du*, adică către *hk* deci (potrivit celor demonstrate), *dn* va fi a patra parte a lui *hx*, adică a lui *ad*; de aceea, punctul *n* va fi centrul de greutate al conului sau al piramidei, a cărei axă este *ad*. Fie *i* centrul de greutate al piramidei sau al conului de axă *au*. Rezultă, prin urmare, că centrul de greutate al trunchiului se găseşte pe linia *in* prelungită de partea lui *n* şi în acel punct al ei care împreună cu punctul *n* determină o dreaptă către care *iu* este în acelaşi raport ca trunchiul către piramida sau conul de axă *au*. Aşadar, trebuia demonstrat că *in* se raportă către *no* precum trunchiul către conul de axă *au*. Dar după cum



conul a cărui axă este *da* către conul a cărui axă este *au*, la fel cubul lui *da* către cubul lui *au*, adică cubul lui *hx* către cubul lui *xk*; dar acest raport est egal cu al lui *hx* către *xs*: de aceea, prin împărțire, după cum *hs* către *sx*, la fel trunchiul a cărui axă este *du* către conul sau piramida de axă *ua*. Dar după cum *hs* către *sx*, tot așa *md* către *on*; din care cauză trunchiul către piramida de axă *au* este precum *md* către *no*. Și fiindcă *an* este 3/4 din *ad* iar *ai* este 3/4 din *au*; restul *in* este 3/4 din *ud*; de aceea *in* este egală cu *md*. Dar s-a demonstrat, că *md* este către *no* precum trunchiul către conul *au*; așadar, rezultă că același raport îl are și *in* către *no*. Astfel propoziția este evidentă.

Sfîrșit

DESPRE FORȚA DE PERCUȚIE

Început de zi

Adaus la Discuții și Demonstrații matematice privitor la două științe noi

(ZIUA A ȘASEA)

BIBLIOTECA „GHEORGHE LAZĂR" — București

Interlocutori : Salviati, Sagredo și Aproino.

Sagr. Absența domniei voastre, d-le Salviati, în aceste cincisprezece zile mi-a dat răgaz să văd propozițiile referitoare la centrele de greutate ale solidelor și să citesc cu atenție demonstrațiile atîtor propoziții noi asupra mișcărilor naturale și violente : și fiindcă între ele se găsesc multe foarte greu de înțeles, mi-a fost de mare ajutor sfatul gentilomului pe care îl vedeți aici.

Salv. Tocmai voiam să vă întreb de ce vă însoțește acest domn și de ce lipsește domnul Simplicio.

Sagr. Îmi închipui, ba chiar sînt sigur, că motivul absenței domnului Simplicio este marea dificultate pe care a întîlnit-o la unele demonstrații ale diverselor probleme privitoare la mișcare ; și mai mult, ale altora privitoare la propoziții în legătură cu centrul de greutate ; vorbesc despre acelea care prin înlănțuiri lungi ale diverselor propoziții privind elementele de geometrie, sînt de neînțeles acelora care nu posedă perfect aceste elemente. Acest gentilom, pe care îl vedeți aici, este dl. Paolo Aproino, nobil din Treviso, care a fost nu numai elev al Academicianului nostru, în timpul cît era profesor la Padova, ci chiar un foarte intim prieten al său în lungi și continue discuții, în decursul cărora, împreună cu alții (între care amintim în deosebi pe dl. Daniello Antonini, nobil din Udine, de o

inteligență și valoare excepțională, care a murit în mod glorios pentru apărarea patriei, și serenissimului său principe, primind onorurile cuvenite meritului său de la serenissima Republică Venețiană), a participat la un mare număr de experiențe ce se făceau în legătură cu diverse probleme, în casa Academicianului. Acest domn, venind de vreo zece zile la Veneția și vizitîndu-mă, ca de obicei, aflînd că am la mine aceste tratate ale prietenului comun, a dorit să le vedem împreună : și auzind de înțelegerea noastră de a ne întruni ca să discutăm asupra problemei minunate a ciocnirii, mi-a spus că a discutat despre ea de mai multe ori, dar întotdeauna nehotărît și ambiguu, cu Academicianul nostru, cu care îmi spunea că făcînd diferite experiențe privitoare la diverse probleme, a făcut și unele privitoare la forța de ciocnire și la explicarea ei ; și acum este tocmai în preajma efectuării uneia, după cum spune dînsul, foarte ingenioasă și subtilă.

Salv. Consider că este un mare noroc pentru mine de a-l întîlni pe domnul Aproino și a-l putea cunoaște personal, după ce l-am cunoscut prin renumele său și prin multele relatări ale Academicianului nostru ; îmi va face cea mai mare plăcere să pot asculta cel puțin o parte din variatele experiențe ce au fost făcute privitor la diverse propoziții, în casa prietenului nostru, prin intervenția unor minți atît de clare cum sînt acelea ale domnului Aproino și ale domnului Antonini, despre care mi-a vorbit de mii de ori cu atîtea laude și admirații prietenul nostru amintit. Și fiindcă sîntem acum aici ca să discutăm asupra particularităților percuției, domnia voastră, domnule Aproino, veți putea să ne spuneți concluziile la care ați ajuns în această materie prin experiență, promițîndu-ne să ne aduceți, cu altă ocazie, fapte noi privitoare la alte probleme ; deoarece știm că nu duceți lipsă de ele, avînd siguranța că Academicianul nostru a fost întotdeauna un experimentator nu mai puțin plin de curiozitate decît harnic.

Apr. Dacă aș voi să vă răspund corespunzător curtoaziei dvs. ar trebui să cheltuiesc atîtea vorbe, încît n-ar rămîne din

toată ziua decît foarte puţin timp sau chiar de loc ca să mai vorbim despre subiectul care ne interesează.

Sagr. Nu, nu d-le Aproino; să trecem chiar la începerea discuţiei ştiinţifice şi să lăsăm complimentele ceremonioase curtezanilor; şi eu vă rog să fiţi reciproc mulţumiţi de scurtele dar sincerele dumneavoastră complimente oficiale.

Apr. Deşi sînt sigur că nu aduc lucruri necunoscute domnului Salviati, şi că deci greul discuţiei se va sprijini pe umerii săi, totuşi, dacă nu pentru altceva, cel puţin pentru a-l uşura în parte, voi atinge primele motive împreună cu prima experienţă, care a îndemnat pe prietenul nostru să aprofundeze această minunată problemă a percuţiei.

Căutînd felul în care ar putea găsi şi măsura marea sa forţă şi, în acelaşi timp, dacă ar fi posibil, să reducă la principiile sale şi la cauzele sale prime esenţa acestui efect, care se pare că procedează în foarte diferite feluri, la cîştigarea puterii supreme, de modul în care are loc multiplicarea forţei în toate celelalte maşini mecanice (zic *mecanice* pentru a exclude puterea imensă a focului) în care se observă şi se înţelege clar în ce fel viteza unui motor slab compensează puterea unei rezistenţe mari ce se mişcă încet; dar fiindcă şi în operaţia percuţiei se observă intervenţia mişcării celui ce ciocneşte, unită cu viteza sa, împotriva mişcării celui ce rezistă şi trebuinţa acestuia de a fi mişcat puţin sau mult; prima idee a Academicianului a fost de a căuta să afle care este rolul în efectul şi operaţia percuţiei, de exemplu, al greutăţii ciocanului şi care al vitezei mai mari sau mai mici cu care se mişcă, căutînd, dacă se poate, să găsească o măsură care să le măsoare împreună şi să dea o energie sau alta: şi pentru a ajunge la această cunoaştere a imaginat, după cum mi se pare, o experienţă ingenioasă. A aşezat o bară foarte rezistentă, de lungime de aproape trei coţi, mobilă pe un sprijin, sub forma acului unei balanţe; apoi a atîrnat la extremităţile braţelor unei astfel de balanţe două greutăţi egale şi foarte mari, dintre care una era compusă din două

vase de aramă, adică din două căldări, din care una atîrnată la extremitatea acului menționat rămînea plină cu apă, și de urechile acestei căldări atîrnau două sfori de lungime de aproape doi coți fiecare, de care era atîrnată de toarte o altă căldare egală, dar goală, care atîrna vertical sub prima căldare plină cu apă; apoi la extremitatea celuilalt braț al balanței a atîrnat o contragreutate de piatră sau din oricare alt material greu, care să echilibreze exact greutatea celor două căldări, a apei și a sforilor. Căldarea superioară era perforată la fund avînd un orificiu larg de mărimea unui ou sau ceva mai puțin și acest orificiu se putea destupa și astupa. Cea dintîi idee comună amîndurora ne-a fost ca, fixînd balanța în echilibru, totul fiind pregătit în felul în care am spus, cînd apoi s-ar destupa căldarea superioară și s-ar da drumul apei, care precipitîndu-se ar lovi căldarea de jos, percuția ar trebui să adauge un astfel de moment în această parte, încît ar trebui, pentru a-i stabili echilibrul, să se adauge o nouă greutate la contragreutatea celuilalt braț, care adaus este evident că ar echilibra nouă forță de percuție a apei; astfel încît să putem spune că momentul său este echivalent cu greutatea a 10 sau 12 livre pe care ar fi trebuit să le adăugăm la contragreutate.

Sagr. Această manipulare mi se pare într-adevăr foarte ingenioasă și aștept cu nerăbdare rezultatul acestei experiențe.

Apr. Rezultatul, pe cît de neprevăzut pe atît a fost de minunat: deoarece, imediat ce am destupat orificiul și a început să iasă apa, balanța s-a înclinat de partea contragreutății; dar imediat ce apa a ajuns să lovească fundul căldării de jos, contragreutatea încetînd de a se mai înclina, a început să se ridice și cu o mișcare foarte lentă, în timp ce apa curgea, ajunse din nou la poziția de echilibru și acolo, fără a o depăși măcar cu un fir de păr, se echilibră și se opri pentru totdeauna.

Sagr. Rezultatul acestei experiențe a fost pentru mine într-adevăr neașteptat; și cu toate că a fost diferit de acela la care mă așteptam, și din care credeam că pot afla cît este de mare puterea acestei percuții, totuși mi se pare că pot deduce în

bună parte ceea ce doream, zicînd că forţa şi momentul acestei percuţii echivalează cu momentul şi greutatea acelei cantităţi de apă în cădere ce se găseşte suspendată în aer între apele celor două căldări, superioară şi inferioară, care cantitate de apă nu apasă nici pe căldarea superioară nici pe cea inferioară; nu asupra celei superioare fiindcă, părţile apei nefiind legate împreună, cele inferioare nu pot forţa şi trage în jos pe cele superioare, cum ar face, de exemplu, o materie vîscoasă, ca smoala sau cleiul; nu asupra celei inferioare, deoarece, mişcarea apei ce cade accelerîndu-se incontinuu, părţile superioare nu pot gravita sau apăsa pe cele inferioare: de aici rezultă că toată apa cuprinsă în vîna de apă este ca şi cînd nu ar fi pe balanţă. Aceasta se vede şi mai clar din următoarele: deoarece dacă această apă şi-ar exercita greutatea asupra căldărilor, acestea în urma adausului percuţiei ar înclina mult în jos, ridicînd contragreutatea; dar aceasta nu vedem că se întîmplă. Lucrul se confirmă astfel punctual: căci dacă ne imaginăm că toată apa ar îngheţa brusc, vîna de apă, transformată într-un sloi de gheaţă, ar apăsa împreună cu tot restul dispozitivului, şi, încetînd mişcarea, ar dispărea şi percuţia.

Apr. Explicaţia dvs. se potriveşte exact cu aceea dată de noi imediat ce am văzut experienţa, căci şi nouă ni s-a părut că putem conchide că numai efectul vitezei cîştigate în cădere de acea cantitate de apă de la înălţimea de doi coţi ar produce, în împreunare, fără greutatea apei, aceeaşi apăsare ca greutatea apei fără impulsul percuţiei: astfel că, dacă s-ar putea măsura şi cîntări cantitatea de apă cuprinsă în aer între vase, s-ar putea afirma cu siguranţă că o astfel de percuţie este în stare să producă, gravitînd, ceea ce produce o greutate egală cu 10 sau 12 livre de apă în cădere.

Salv. Mie îmi place foarte mult iscusita invenţie; şi mi se pare că, fără a mă îndepărta de părerea dumneavoastră, căreia îi dă oarecare îndoială dificultatea de a măsura cantitatea de apă ce cade, vom putea printr-o experienţă asemănă-

toare să ne netezim drumul pentru a ajunge la cunoașterea completă pe care o dorim. De aceea, închipuindu-ne, de exemplu, una din acele greutăți mari care pentru a bate în pământ pari groși se lasă să cadă de la o înălțime oarecare pe un astfel de par (aceste greutăți mi se pare că se cheamă berbeci), să presupunem, de exemplu, că greutatea unui astfel de berbec este de 100 de livre, că înălțimea de la care cade este de patru coți și că pătrunderea parului într-un teren dur, efectuată printr-o singură lovitură, este de 4 degete : și presupunînd că aceeași apăsare și pătrundere de 4 degete, dacă voim să o facem fără lovire, necesită suprapunerea unei greutăți de o mie de livre, pe care, operînd numai prin greutatea sa, fără mișcare precedată, o vom numi greutate moartă, mă întreb dacă noi vom putea afirma, fără echivoc și greșeală, că forța și energia unei greutăți de 100 de livre, împreună cu viteza cîștigată în căderea de la înălțimea de patru coți, este echivalentă cu apăsarea unei greutăți moarte de o mie de livre ; astfel că, forța vitezei singure face cît apăsarea a nouă sute de livre de greutate moartă, fiindcă atîtea ne rămîn dacă scoatem dintr-o mie cele o sută ale berbecului. Văd că amîndoi întîrziați cu răspunsul ; probabil fiindcă nu mi-am formulat bine întrebarea : de aceea repet pe scurt, dacă putem, din experiența menționată, să afirmăm că, îngreunarea greutății moarte va produce întotdeauna același efect, asupra unei rezistențe ca o greutate de 100 de livre ce cade de la o înălțime de patru coți ; astfel că (pentru o explicare mai clară) același berbec căzînd de la aceeași înălțime, dar căzînd pe un par mai rezistent, nu-l va înfige mai mult de două degete, dacă putem fi siguri că același efect l-ar produce, numai prin apăsare, greutatea moartă de o mie de livre ; zic să înfigă parul de două degete ?

Apr. Eu nu cred, cel puțin la prima vedere, aceasta nu ar admite-o oricine.

Salv. Dumneavoastră, d-le Sagredo, ați avea vreo îndoială în această privință ?

Sagr. Momentan, într-adevăr nu; dar fiindcă este dovedit prin multe şi multe experienţe cît de uşor ne putem înşela, nu sînt atît de temerar încît să nu am oarecare rezerve.

Salv. Acum, după ce dumneavoastră, a cărui perspicacitate am cunoscut-o foarte pătrunzătoare în mii şi mii de ocazii, sînteţi înclinat să admiteţi părerea falsă, pot să cred că între o mie abia s-ar găsi unul sau doi care să nu cadă într-o greşeală asemănătoare. Dar ceea ce vă va mira mai mult, va fi să vedeţi că greşeala este acoperită cu un văl atît de fin, încît o adiere oricît de slabă este suficientă să o descopere; şi totuşi ea rămîne acoperită şi ascunsă. Să revenim deci pentru a lăsa să cadă în felul menţionat mai întîi berbecul pe par, înfigîndu-l cu patru degete, şi să presupunem că pentru a face aceasta sînt necesare exact o mie de livre de greutate moartă; să ridicăm apoi la aceeaşi înălţime berbecul, care, căzînd a doua oară pe acelaşi par, îl înfige numai cu două degete, deoarece a întîlnit, de exemplu, un teren mai solid: trebuie să credem că tot atît îl înfige apăsarea aceleiaşi greutăţi moarte de o mie de livre?

Apr. Mi se pare că da.

Sagr. Vai nouă, d-le Paolo; trebuie să spunem cu hotărîre că nu. Deoarece, dacă la prima aşezare greutatea moartă de o mie de livre a înfipt parul patru degete şi nu mai mult, de ce credeţi că, după ce numai l-aţi înlăturat şi apoi l-aţi pus din nou deasupra, îl mai înfige cu două degete? şi de ce nu l-a înfipt înainte de a fi ridicată, pe cînd era aşezată deasupra lui? credeţi că simpla înlăturare şi reaşezare în repaus o face să efectueze ceea ce mai înainte nu a putut?

Apr. Nu pot decît să roşesc şi să declar că am fost în pericol de a mă îneca într-un pahar de apă.

Salv. Nu vă speriaţi d-le Aproino, căci vă asigur că aţi avut mulţi tovarăşi care s-au lăsat prinşi în capcane din care se poate uşor ieşi şi nu încape îndoială că orice greşeală este prin natura sa uşor de descoperit dacă cineva o dezvăluie şi o reduce în mod ordonat la principiile sale, a căror falsitate apropiată

sau îndepărtată să nu poată fi descoperită. Şi în această privinţă Academicianul nostru a avut un talent deosebit de a descoperi prin cuvinte foarte puţine concluziile absurde şi false ce au fost considerate totdeauna ca adevărate : eu însumi am o colecţie de multe şi multe concluzii naturale, considerate întotdeauna adevărate şi apoi dovedite false de dînsul cu demonstraţii scurte şi foarte uşoare.

Sagr. Aceasta este într-adevăr una din ele ; şi dacă celelalte sînt de acelaşi fel, ar fi bine ca să ni le comunicaţi ocazional. Dar pînă atunci, să continuăm discuţia începută : şi aflîndu-se pe punctul de a căuta modul (dacă există vreunul) de a determina măsura justă şi cunoscută a forţei de percuţie, cred că aceasta nu se poate găsi prin experienţa menţionată. Deoarece, repetînd loviturile berbecului asupra parului şi cu fiecare înfigîndu-l din ce în ce mai mult, după cum ne arată judicioasa experienţă, este evident că fiecare lovitură succesivă lucrează : ceea ce nu se întîmplă cu greutatea moartă, care operînd ceea ce a făcut prima apăsare, nu urmează să aibă loc efectul celei de-a doua, adică de a înfige din nou parul, cînd se pune din nou deasupra lui : dimpotrivă, se vede clar că pentru a doua înfigere este necesară o greutate mai mare de o mie de livre şi dacă se va voi să se egaleze cu greutăţi moarte înfigerile loviturii a treia, a patra şi a cincea etc., va fi nevoie de greutăţi moarte din ce în ce mai mari. Dar care din acestea va trebui să le luăm drept măsură sigură a forţei de percuţie care, prin sine însăşi, este întotdeauna aceeaşi ?

Salv. Acesta este unul dintre primele efecte miraculoase, care fără îndoială cred că a lăsat perplexe şi nehotărîte primele minţi speculative. Într-adevăr, pentru cine nu este o noutate să audă că măsura forţei de percuţie trebuie luată nu de la corpul care loveşte, ci de la cel care primeşte lovitura ? Iar în ceea ce priveşte experienţa menţionată, se pare că din ea se poate deduce că forţa de percuţie este infinită, sau să zicem indeterminată sau indeterminabilă, şi devine cînd mai mică cînd mai mare, după cum o aplicăm unei rezistenţe mai mari sau mai mici.

Sagr. Mi se pare că deja pricep că se poate ca forţa de percuţie să fie imensă sau infinită. Deoarece, rămînînd la experienţa propusă şi admiţînd că prima lovitură înfige parul cu patru degete şi a doua cu trei şi continuînd să întîlnească un teren mai dur, lovitura a treia înfige parul cu două degete, a patra cu unu şi jumătate şi consecutiv cu un singur deget, o jumătate, un sfert etc., se pare că datorită durităţii terenului rezistenţa parului nu devine infinită că lovitura repetată va înfige incontinuu parul, însă pe distanţe din ce în ce mai mici : dar fiindcă, oricît ar fi de mic spaţiul, el este întotdeauna divizibil şi subdivizibil, înfigerile vor continua şi deoarece cea următoare, trebuind să se facă prin mărirea greutăţii moarte, pretinde o greutate mai mare decît cea antecedentă, se va putea întîmpla că pentru a echilibra forţele ultimelor lovituri se cere o greutate din ce în ce mai mare.

Salv. Cred că într-adevăr aşa este.

Apr. Prin urmare, nu ar putea exista vreo rezistenţă atît de mare încît să reziste oricărei lovituri, fie ea cît de mică?

Salv. Cred că nu, dacă corpul lovit nu este cu totul imobil, adică dacă rezistenţa sa nu este infinită.

Sagr. Minunate, şi aşa zicînd prodigioase, par aceste afirmaţii şi că arta în acest singur efect întrece şi înşeală natura, lucru care la prima aparenţă mi se pare că îl fac şi alte instrumente mecanice, ridicînd greutăţi foarte mari cu o forţă mică prin mijlocirea pîrghiei, a şurubului, a scripetelui, şi a altora ; dar în acest efect al ciocnirii, în care puţine lovituri de ciocan, nu mai greu de 10 sau 12 livre, turtesc, de exemplu, un cub de aramă, pe care nu l-ar zdrobi nici nu l-ar turti greutatea nu numai a unui bloc de marmură foarte mare, dar nici măcar un turn înalt ce s-ar aşeza pe ciocan, mi se pare că depăşeşte orice explicaţie ce ar încerca să-i înlăture miraculozitatea. De aceea, d-le Salviati, puneţi mîna pe fir şi scoateţi-ne din aceste labirinte întortochiate.

Salv. Din ceea ce spuneţi dvs., se pare că punctul principal al dificultăţii face ca să nu se înţeleagă bine că operaţia de per-

cuție, ce pare infinită, nu trebuie să procedeze în mod necesar prin mijloace diferite de cele ale altor mașini, care cu foarte puțină forță înving rezistențe imense: cu toate acestea eu sper să pot explica că și aici se procedează în același fel. Voi încerca să explic procedeul și, deși mi se pare foarte complicat, poate cele spuse de mine ar putea, din îndoiala și opoziția dvs., să se slăbească și să se ascută în așa fel, încît cel puțin să lărgească dacă nu să desfacă cu totul nodul.

Este evident că puterea forței corpului mișcător și a rezistenței corpului mișcat nu este una și simplă, ci compusă din două acțiuni, a căror energie trebuie să fie măsurată; una din acestea este greutatea, atît a corpului mișcător cît și a corpului rezistent, și cealaltă este viteza, cu care unul trebuie să se miște și celălalt să fie mișcat. Și astfel, dacă corpul mișcat trebuie să se miște cu viteza corpului care mișcă, adică pentru ca spațiile parcurse de ambele în același timp să fie egale, va fi imposibil ca greutatea corpului mișcător să fie mai mică decît a corpului mișcat, ci cu ceva mai mare, dat fiindcă din egalitatea exactă se naște echilibrul și repausul, după cum se vede la balanța cu brațe egale. Dacă însă voim ca, cu o greutate mai mică să ridicăm una mai mare, va trebui să potrivim mașina astfel ca greutatea mișcătoare mai mică să se miște în același timp pe o distanță mai mare decît a celeilalte greutăți, ceea ce înseamnă că aceea se mișcă mai repede decît aceasta: și astfel, rațiunea, la fel ca și experiența, ne arată că, de exemplu, în balanța romană, pentru ca greutatea romanului să poată ridica o greutate de 10 sau 15 ori mai mare decît ea, trebuie ca distanța sa pe ac să fie departe de centrul în jurul căruia are loc mișcarea de 10 sau 15 ori mai mare decît distanța dintre același centru și punctul de suspensiune al celeilalte greutăți; aceasta este același lucru ca și cînd am spune că viteza corpului mișcător este de 10 sau 15 ori mai mare decît a corpului mișcat. Și fiindcă observăm că aceasta are loc la toate celelalte instrumente, putem stabili cu siguranță că greutatea și viteza sînt invers proporționale.

Așadar, în general, zicem că momentul celei mai ușoare echilibrează momentul celei mai grele dacă viteza celei mai mici este în același raport cu al celei mai grele ca greutatea celei mai mari către cea a celei mai mici ; orice avantaj mic ce se concede uneia, strică echilibrul și produce mișcarea.

Acestea fiind stabilite, zic că nu numai la percuție operarea ei pare infinită în ceea ce privește depășirea unei rezistențe oricît de mari, ci ea se manifestă astfel și în orice alt instrument mecanic ; de ce nu este evident că o greutate foarte mică de o livră, coborînd, va ridica o greutate de 100 și de 1 000 și oricît de mare dorim, dacă o așezăm pe brațul balanței romane la o distanță de o sută sau de o mie de ori mai mare de la centru decît cealaltă greutate mai mare, adică dacă vom face ca spațiul, pe care va coborî aceea, să fie de o sută, de o mie și de mai multe ori mai mare decît spațiul pe care se ridică cealaltă, adică dacă viteza aceleia este de o sută sau de o mie de ori mai mare decît viteza acesteia ? Dar vreau ca printr-un exemplu mai explicit să vă fac să înțelegeți mai bine în ce fel greutatea oricît de mică, coborîndu-se, face să se ridice un corp oricît de mare și de greu. Închipuiți-vă dvs., că o greutate foarte mare este atîrnată de o sfoară fixată într-un loc stabil și înalt, în jurul căruia, ca centru, presupunem că se descrie circumferința unui cerc ce trece prin centrul de greutate al corpului atîrnat ; se știe că centrul de greutate se găsește pe verticala sforii de suspensie sau, mai precis, pe dreapta ce trece din punctul de suspensie pînă la centrul de greutate comun al tuturor corpurilor grele, adică prin centrul pămîntului. Imaginați-vă apoi un alt fir foarte subțire, de care să atîrnăm o greutate oarecare, foarte mică, în așa fel încît centrul său de greutate să fie pe circumferința imaginată ; și să admitem că această greutate mică atinge și pur și simplu se sprijină pe corpul mare, nu credeți că, alăturînd noua greutate, va împinge întrucîtva pe cea mare, îndepărtînd centrul său de greutate de la linia verticală imaginată,pe care se găsea mai înainte, și fără îndoială se va mișca pe circumfe-

rința menționată și mișcîndu-se se va separa de linia orizontală care este tangenta circumferinței amintite în punctul cel mai de jos în care se găsea centrul de greutate al corpului mare? În ceea ce privește spațiul, arcul parcurs de corpul foarte greu va fi atît de mare ca și cel descris de greutatea foarte mică, ce se sprijină pe cel foarte mare; dar urcarea centrului greutății mai mari nu va fi egală cu coborîrea centrului greutății mai mici, fiindcă aceasta se coboară pe un loc sau un spațiu cu mult mai înclinat decît acela al suișului celuilalt centru, produs de contactul cercului într-un anumit fel, după un unghi mai mic decît orice unghi ascuțit. Acum, dacă aș avea de-a face cu persoane mai puțin pricepute decît dumneavoastră, în geometrie, aș demonstra, că un mobil pornind din punctul de contact cel mai de jos, se poate foarte ușor întîmpla ca ridicarea liniei orizontale a unui punct oarecare al circumferinței, deosebit de cel de contact să fie în orice raport mai mică decît coborîrea unei axe egale cu aceasta, luată în orice alt loc, cu condiția numai ca ea să nu conțină punctul de contact: dar sînt sigur că dvs. nu vă îndoiți de aceasta. Iar dacă simpla sprijinire a greutății mici de cea mare poate să miște și să o ridice, ce va fi dacă îndepărtînd-o și lăsînd-o să alerge pe circumferință o va lovi?

Apr. Într-adevăr, mi se pare că nu trebuie să ne îndoim că forța de ciocnire este infinită, după cum ne arată experiența amintită. Dar această cunoaștere nu este suficientă înțelegerii mele spre a-mi clarifica multe neclarități, care îmi întunecă mintea în așa fel încît nu înțeleg cum se întîmplă aceste percuții astfel ca să pot răspunde oricărei îndoieli ce-mi vine în minte.

Salv. Înainte de a trece mai departe, vreau să vă arăt un echivoc care este ascuns ca și la pîndă și ne face să credem că toate loviturile cu care în exemplul de mai sus se înfigea parul, sînt egale, sau să zicem identice, fiind efectuate de același berbec, ridicat deasupra parului întotdeauna la aceeași înălțime; ceea ce nu este adevărat. Pentru a înțelege aceasta, închipui-

ţi-vă că prindeţi cu mîna o minge ce cade de sus şi spuneţi-mi : dacă ajungînd ea pe mîna dvs., coborîţi mîna pe aceeaşi linie şi cu aceeaşi viteză cu care cade mingea ; spuneţi-mi vă rog ce lovitură veţi simţi ? desigur nici una. Dar dacă la sosirea mingii veţi ceda numai în parte, coborînd mîna cu o viteză mai mică decît a mingii, veţi primi o lovitură, dar nu ca de la viteza totală a mingii, ci numai ca de la excesul vitezei aceleia faţă de viteza cu care cedează mîna : astfel că, dacă mingea ar cădea cu 10 grade de viteză şi mîna ar ceda cu opt, lovitura ar fi ca şi cînd ar fi făcută de două grade de viteză ale mingii ; dacă mîna ar ceda cu 4, lovitura ar fi ca de 6 ; iar dacă cedarea ar fi de unul, lovitura ar fi ca de 9 şi întreaga lovire a vitezei de 10 grade ar fi aceea care ar lovi mîna ce nu cedează nimic. Aplicînd acum raţionamentul la loviturile berbecului, cînd parul cedează întîia dată cu 4 degete, a doua oară cu 2, şi a treia oară cu un singur deget, la impulsul berbecului, loviturile rămîn inegale şi întîia mai slabă decît a doua iar a doua mai slabă decît a treia, după cum cedarea celor 4 degete scade mai mult din viteza primei lovituri decît a doua iar aceasta este mai slabă decît a treia, ca una care scoate de două ori mai mult din aceeaşi viteză. Dacă, prin urmare, cedarea mare a parului la prima lovitură şi cedarea mai mică la a doua şi şi mai mică la a treia şi aşa mai departe este cauza că prima lovitură este mai slabă decît a doua şi aceasta decît a treia, de ce ne mirăm că se cere o cantitate mai mică de greutate moartă pentru prima înfigere de 4 degete şi este necesară una mai mare pentru a doua înfigere de două degete şi una şi mai mare pentru a treia şi apoi din ce în ce mai mult, după cum înfigerile merg descrescînd cu micşorarea cedării parului, adică în raportul creşterii rezistenţelor ?

Din cele ce am spus, mi se pare că se poate deduce uşor cît de greu se poate determina forţa de percuţie efectuată asupra unui corp rezistent care îşi variază cedarea, cum este parul care îşi măreşte rezistenţa în mod nedeterminat din ce în ce mai

mult; de aceea, cred că este necesar să medităm asupra unuia care, primind loviturile, li se opune întotdeauna cu aceeași rezistență. Pentru a stabili această rezistență, să ne imaginăm un solid greu, de exemplu de o mie de livre greutate, care să fie așezat pe un plan ce-l susține; să ne închipuim apoi o sfoară legată de acest solid care să treacă peste un scripete fixat la înălțime, la o distanță mare de la solid. Este evident că, adăugînd o forță ce trage în jos la celălalt capăt al sforii, la ridicarea acelei greutăți vom avea întotdeauna o rezistență egală, adică contragreutatea de o mie de livre; iar dacă de acestălalt capăt atîrnăm un alt solid la fel de greu cu cel dintîi, ele vor fi în echilibru; și fiind ridicate, fără ca să fie sprijinite pe vreun suport, vor sta în repaus și greutatea a doua nu se va coborî, ridicînd pe cea dintîi, decît dacă va avea vreun surplus de greutate; iar dacă vom așeza prima greutate pe planul menționat, care să o susțină, vom putea face încercarea cu alte greutăți diferite (dar fiecare mai mică decît greutatea ce stă în repaus), care să reprezinte forțele diverselor percuții, legînd una din aceste greutăți de celălalt capăt al sforii, lăsînd-o apoi să cadă de la o înălțime oarecare și observînd ce se întîmplă cu celălalt solid mare cînd simte smucitura celeilalte greutăți în cădere, care smucitură se manifestă față de greutatea mare ca o lovitură ce tinde să o arunce în sus. De aici mi se pare, mai întîi, că se poate conchide, că oricît de mică ar fi greutatea ce cade, ar trebui în orice caz să întreacă rezistența greutății foarte mari și să o ridice; care consecință mi se pare că rezultă în mod foarte concludent din siguranța pe care o avem că o greutate mai mică poate învinge una oricît de mare, ori de cîte ori viteza celei mai mici are un raport mai mare către viteza celei mai mari decît greutatea celei mai mari către greutatea celei mai mici; dar aceasta are loc în cazul de față, cînd viteza greutății ce cade depășește infinit de mult pe a celeilalte greutăți, care este zero, fiind în repaus: dar nu este nulă greutatea solidului ce cade în raport cu greutatea cealaltă, căci pe aceasta nu o presu-

punem infinită, nici pe cealaltă nulă; prin urmare, forţa acestuia care loveşte va întrece rezistenţa aceluia pe care îl loveşte. Urmează să căutăm a cerceta acum cît este de mare spaţiul la care-l va ridica lovitura primită, şi dacă eventual acesta corespunde cu acela al altor instrumente mecanice: de exemplu, după cum se vede la balanţa romană, ridicarea greutăţii mari este în acelaşi raport cu coborîrea romanului, ca şi greutatea romanului către greutatea mai mare; şi astfel, în cazul nostru trebuie să vedem dacă, fiind greutatea solidului mare în repaus, de exemplu, de o mie de ori mai mare decît greutatea ce cade de la înălţimea, de exemplu, de un cot, va fi ridicată de aceasta mai mică cu o sutime de cot, fiindcă astfel se pare că va fi observată regula celorlalte instrumente mecanice. Să ne închipuim că prima experienţă o facem lăsînd să cadă de la o înălţime, să zicem, de un cot, o greutate egală cu alta, pe care să o aşezăm pe un plan, ambele greutăţi fiind legate, una la un cap şi cealaltă la celălalt cap al aceleiaşi sfori; ce credem noi că va produce smulgerea greutăţii ce cade, în ceea ce priveşte mişcarea şi ridicarea celeilalte, care era în repaus? Mi-ar face plăcere să cunosc părerea dvs.

Apr. Fiindcă dvs. vă uitaţi la mine, ca şi cînd aţi aştepta de la mine răspunsul, mi se pare că, ambele solide fiind la fel de grele iar solidul ce cade avînd, în plus, impulsul datorit vitezei, celălalt va trebui să se ridice mult deasupra poziţiei de echilibru, deoarece pentru a-l echilibra era suficientă numai greutatea aceluia; prin urmare, după părerea mea, va depăşi greutatea care urcă pe o distanţă cu mult mai mare de un cot, care este măsura coborîrii corpului ce cade.

Salv. Dumneavoastră ce spuneţi d-le Sagredo?

Sagr. La prima vedere demonstraţia mi se pare concludentă; dar, după cum am spus mai sus, numeroasele experienţe mi-au arătat cît este de uşor să ne putem înşela şi deci cît este de necesar să fim circumspecţi înainte de a pronunţa hotărîri şi a afirma ceva. Voi spune deci (totuşi cu îndoială) că este ade-

vărat că o greutate, de exemplu, de 100 de livre a corpului care coboară este suficientă pentru a ridica o alta, care de asemenea cîntăreşte 100 de livre, pînă la echilibru, fără ca aceleia să i se dea altă viteză, şi va fi suficient numai excesul unei jumătăţi de uncie; voi considera însă că această echilibrare se va face cu mare întîrziere, căci dacă corpul care cade soseşte cu o viteză mare, va trebui să tragă în sus cu una egală pe cealaltă. Acum, cred că nu mai există îndoială că este necesară o forţă mai mare ca să ridicăm o greutate cu mare viteză în sus, decît să o împingem cu mare încetineală; de aceea se poate întîmpla că avantajul vitezei, cîştigată de corpul ce cade în căderea liberă de un cot, poate fi consumat şi, ca să zic aşa, cheltuit, pentru a o ridica pe cealaltă cu aceeaşi viteză la aceeaşi înălţime; din care pricină îmi vine să cred că cele două mişcări în jos şi în sus ar ajunge la repaus imediat după urcarea cu un cot a greutăţii care urcă, ceea ce ar corespunde la doi coţi de coborîre a celeilalte, calculînd primul cot cu care aceasta a căzut liberă şi singură.

Salv. Eu înclin să cred acelaşi lucru : fiindcă, deşi greutatea ce cade este un agregat de greutate şi de viteză, operarea greutăţii în ridicarea celeilalte este nulă, avînd opusă cu ea şi rezistentă cealaltă greutate egală, care este evident că nu s-ar fi mişcat fără adăugirea la cealaltă a altei greutăţi mici : deci, operaţia prin care greutatea ce cade trebuie să ridice pe cealaltă este în întregime datorită vitezei, care altceva decît viteză nu poate să producă; neputînd produce altceva decît ceea ce are şi neavînd o alta decît aceea pe care, pornind din repaus, a cîştigat-o în căderea pe distanţa de un cot, va împinge pe cealaltă pe aceeaşi distanţă şi cu aceeaşi viteză în sus, conformîndu-se cu ceea ce se poate şti din diverse experienţe, anume că un corp greu în cădere, pornind din repaus, în fiecare poziţie are atîta impuls cît este necesar ca să-l ridice la aceeaşi înălţime.

Sagr. Îmi reamintesc că aceasta o arată clar un corp greu ce atîrnă de un fir suspendat la înălţime; care corp greu, mişcat

de la perpendiculară pe un arc de o mărime oarecare, nu mai mare de un sfert de cerc, lăsat liber, se coboară și trece dincolo de perpendiculară, urcîndu-se pe un arc egal cu cel de la coborîre : de aici este evident că întreaga urcare derivă din viteza cîștigată în coborîre ; deoarece la urcare nici o parte nu poate avea greutatea mobilului, ci, repugnîndu-i urcarea, va lua mobilului viteza pe care a cîștigat-o la coborîre.

Salv. Dacă exemplul comportării solidului greu atîrnat de fir, despre care îmi aduc aminte că am vorbit în discuțiile din zilele trecute, s-ar potrivi atît de bine cu cazul despre care vorbim acum, după cum corespunde realității, demonstrația dvs. ar fi foarte concludentă ; eu însă găsesc o mare discrepanță între aceste două operații : zic între aceea a solidului greu atîrnat de un fir, care, lăsat de la o anumită înălțime, coborînd pe circumferința cercului, cîștigă un impuls de a se ridica pe el însuși la aceeași înălțime și cealaltă operație a corpului ce cade legat la capătul unei sfori, pentru a ridica un altul egal cu el în greutate. Deoarece corpul care cade pe un cerc cîștigă viteză pînă la perpendiculară, favorizat de propria greutate, care, depășind perpendiculara, îl împiedică în ascensiune (fiind o mișcare contrară greutății) ; astfel că o compensare nu prea mică a impulsului cîștigat în coborîrea naturală este reconducerea sa cu o mișcare împotriva naturii sau în ridicare. În cazul celălalt însă, corpul greu în cădere lovește pe cel egal cu el, ce se găsește în repaus, nu numai cu viteza cîștigată, ci și cu greutatea sa, care, menținîndu-se, învinge prin ea însăși orice rezistență a celuilalt de a se ridica ; deoarece viteza cîștigată nu întîmpină împotrivirea unui corp greu decît la ridicarea în sus, astfel că, după cum impulsul ce i se dă unui corp greu în jos nu găsește în el motiv de anihilare sau de întîrziere, la fel nu se întîlnește în cel ascendent, a cărui greutate rămîne nulă, fiind echilibrată de una egală descendentă. Și mi se pare că aici se întîmplă exact ce se întîmplă cu un mobil greu și perfect rotund, care, dacă se așază pe un plan bine netezit și întru-

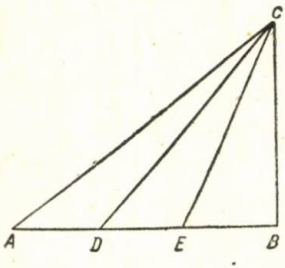
cîtva înclinat, va coborî în mod natural prin sine însuşi, cîştigînd o viteză din ce în ce mai mare; dar dacă, dimpotrivă, am voi să-l împingem în sus din partea de jos, va trebui să-i dăm un impuls, care s-ar micşora incontinuu şi în sfîrşit s-ar anihila; dar dacă planul nu este înclinat ci orizontal, un astfel de solid rotund, aşezat deasupra, va face ceea ce dorim, adică, dacă îl punem în repaus, va rămîne în repaus, iar dîndu-i un impuls spre vreo parte, se va mişca în acea parte, păstrîndu-şi întotdeauna viteza primită de la mîna noastră, neputînd nici să o mărească nici să o micşoreze, planul neavînd nici ridicare nici coborîre : şi în acelaşi fel, cele două greutăţi egale, atîrnînd de cele două capete ale sforii, punîndu-le în echilibru, vor fi în repaus, şi dacă uneia i se dă un impuls în jos, acesta se va menţine întotdeauna egal. Şi aici trebuie să avertizăm că toate aceste lucruri vor urma dacă se vor înlătura toate impedimentele externe şi accidentale, adică al rigidităţii şi greutăţii sforii, al scripeţilor şi al frecărilor de rotaţie în jurul axei şi altele care pot avea loc. Dar fiindcă am considerat viteza, pe care o cîştigă una din cele două greutăţi egale căzînd de la o înălţime, pe cînd cealaltă rămîne în repaus, este bine să determinăm care şi cît este de mare viteza cu care s-ar mişca apoi amîndouă, după căderea uneia, aceasta coborînd iar cealaltă urcînd. Din cele demonstrate ştim că, corpul greu, care, pornind din starea de repaus, coboară liber, cîştigă incontinuu un grad de viteză din ce în ce mai mare; astfel că, în cazul nostru, gradul maxim de viteză al corpului greu, în căderea liberă, este acela pe care-l are în punctul unde începe să ridice pe celălalt; şi este evident că acest grad de viteză nu mai creşte, fiindu-i înlăturată cauza creşterii, care era greutatea proprie a corpului greu în cădere,care nu mai acţionează, fiind lipsit de tendinţa de a coborî de repulsia de a se ridica a greutăţii egale a celuilalt corp. Prin urmare, se va păstra gradul maxim de viteză menţionat şi mişcarea, din accelerată, se va transforma în uniformă; este evident apoi din cele demon-

strate şi văzute în zilele trecute care va fi viteza viitoare, anume că viteza viitoare va fi astfel că într-un timp egal cu cel al coborîrii, va parcurge un spaţiu dublu celui de cădere.

Sagr. Aşadar, dl. Aproino a filozofat mai bine decît mine şi am rămas foarte mulţumit de demonstraţia dvs. şi admit ca adevărat ceea ce mi-aţi spus; dar pînă acum nu-mi dau seama să fi ajuns pînă acolo încît să mi se înlăture mirarea pe care o simt văzînd că sînt depăşite rezistenţele foarte mari de forţa de percuţie a corpului ce loveşte, cînd nici greutatea sa nu este mare, nici viteza sa nu este excesivă; şi ceea ce îmi măreşte mirarea este să vă aud afirmînd că nu există nici o rezistenţă (decît dacă ar fi infinită) care să poată rezista la lovitură fără să cedeze şi, mai mult, că pentru o astfel de percuţie în nici un fel nu putem determina o măsură. Dorinţa noastră ar fi deci ca dvs. să ne împărtăşiaţi acest întuneric.

Salv. Deoarece nu putem da nici o demonstraţie unei propoziţii ale cărei date sînt sigure, dacă însă voim să filozofăm referitor la forţa corpului care loveşte şi a aceluia care primeşte lovitura, trebuie să luăm un corp care loveşte a cărui forţă să fie întotdeauna aceeaşi, cum este aceea a unui corp greu ce cade întotdeauna de la aceeaşi înălţime şi la fel să stabilim un corp ce primeşte lovitura, a cărui rezistenţă să fie întotdeauna aceeaşi. Pentru a obţine aceasta, să presupunem că (rămînînd la exemplul de mai sus, al celor două corpuri grele ce atîrnă de capetele aceleiaşi sfori) corpul ce loveşte să fie corpul greu mic pe care-l lăsăm să cadă iar celălalt, oricît dorim de mare, să fie acela la ridicarea căruia se exercită impulsul corpului mic în cădere : de aici este evident că rezistenţa corpului mare este întotdeauna şi în toate locurile aceeaşi; ceea ce nu se întîmplă cu rezistenţa cuiului sau a parului, în care ea creşte incontinuu la penetrare, şi într-un raport necunoscut, din cauza accidentelor diferite care intervin în urma durităţii diferite a lemnului şi a terenului etc., chiar dacă cuiul şi parul ar fi întotdeauna aceleaşi. În afară de aceasta,

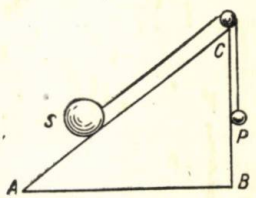
este necesar să ne reamintim cîteva concluzii adevărate, despre care s-a vorbit în zilele trecute în tratatul despre mișcare: și fie întîia din ele că, corpurile grele, ce coboară dintr-un punct înalt pînă la un plan orizontal, cîștigă grade egale de viteză, fie că ele coboară pe perpendiculară sau pe orice plane de înclinări diferite; astfel, de exemplu, AB fiind un plan orizontal, pe care din punctul C cade perpendiculara CB și din C alte drepte diferit înclinate CA, CD, CE, trebuie să înțelegem că gradele de viteză ale corpurilor ce cad de la înălțimea C pe oricare din liniile care din punctul C ajung la orizontală sînt toate egale.



În al doilea rînd, trebuie să presupunem că impulsul cîștigat în A de corpul ce cade din C este egal cu cel necesar ca să ridicăm același corp ce cade sau altul egal cu el, pînă la aceeași înălțime, de unde putem înțelege că tot atîta forță este necesară pentru a ridica de la orizontală pînă la înălțimea C același corp greu, dacă îl aruncăm din oricare din punctele A, D, E, B. Să ne reamintim, în al treilea loc, că timpurile de coborîre pe planele înclinate menționate sînt între ele în același raport ca lungimile acestor plane; astfel că, dacă, de exemplu, planul AC ar fi dublul lui CE și cuadruplul lui CB, timpul de coborîre pe CA ar fi dublul timpului de coborîre pe CE și cuadruplul căderii pe CB. În afară de aceasta, să ne aducem aminte că pentru a ridica, sau să zicem pentru a tîrî, aceeași greutate pe diverse plane înclinate, este suficientă o forță tot mai mică pentru a-l mișca pe un plan mai înclinat decît pe unul mai puțin înclinat, după cum lungimea acestuia este mai mică decît lungimea aceluia.

Acestea fiind stabilite, să ne închipuim, că planul AC este, de exemplu, de zece ori mai lung decît perpendiculara CB și că pe acest AC este așezat solidul S, greu de o sută de livre: este evident că dacă la acest solid s-ar lega o sfoară, care ar

trece peste un scripete așezat deasupra punctului C care sfoară ar avea legată la celălalt capăt al sforii o greutate de 30 de livre, cum ar fi greutatea P, este clar că această greutate P, cu un adaus oricît de mic de forță, coborînd, ar antrena greutatea S pe planul AC. Și aici trebuie notate că, deși spațiul pe care se mișcă greutatea mai mare pe planul pe care se găsește este egal cu spațiul pe care se mișcă corpul mic ce coboară (de aceea cineva ar putea să se îndoiască despre valabilitatea generală a propozițiilor mecanicii, anume că o forță mică nu învinge și mișcă o rezistență mare decît dacă mișcarea aceleia întrece mișcarea acesteia în raport invers cu greutățile lor); în cazul de față coborîrea greutății mici, care este pe perpendiculară, trebuie comparată cu ridicarea pe perpendiculară a solidului mare S, observînd cît se ridică el perpendicular de la orizontală, adică, trebuie să se observe cît se ridică pe perpendiculara BC.



Meditînd, domnilor, multă vreme asupra celor ce-mi mai rămîne de spus și care este partea cea mai importantă a acestor discuții, mi-am formulat următoarea concluzie, pe care o voi explica și demonstra.

PROPOZIȚIE

Dacă efectul pe care-l produce o percuție a aceluiași corp, ce cade de la aceeași înălțime, va deplasa un corp rezistent de rezistență întotdeauna egală pe un spațiu oarecare și dacă pentru a obține un astfel de efect ne este necesară o cantitate determinată de greutate moartă, ce apasă fără percuție, zic că dacă același corp care lovește o altă rezistență mai mare, cu o astfel de percuție îl va deplasa, de exemplu, pe jumătatea spațiului pe care a fost deplasat celălalt, pentru a face această a doua deplasare nu este suficientă apăsarea greutății moarte menționo-

nate, ci este necesară una de două ori mai mare; şi la fel pentru toate celelalte proporţii, cu cît o deplasare făcută de acelaşi corp ce loveşte este mai scurtă, cu atît, dimpotrivă, pentru a produce acelaşi efect, este necesară o greutate mai mare decît greutatea moartă ce apasă.

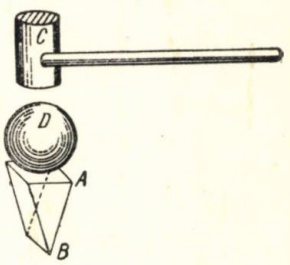
Să presupunem că rezistenţa, rămînînd la exemplul de mai sus al parului, este astfel că nu poate fi învinsă de o greutate moartă ce apasă mai mică de o sută de livre şi că greutatea corpului ce loveşte este numai de zece livre şi că căderea de la o înălţime, de exemplu, de patru coţi, înfige parul cu patru degete. Mai întîi de toate, este evident că greutatea de zece livre, trebuind să cadă pe perpendiculară, va fi suficientă să ridice o greutate de zece livre pe un plan înclinat astfel încît lungimea sa să fie de zece ori mai mare decît înălţimea, potrivit celor spuse mai sus, şi că tot atîta forţă este necesară pentru a ridica pe perpendiculară o greutate de zece livre ca şi pentru a ridica o sută pe un plan de lungime de zece ori mai mare decît înălţimea sa: şi de aceea, dacă impulsul pe care-l cîştigă corpul ce cade pe un spaţiu oarecare perpendicular se întrebuinţează la ridicarea unuia de rezistenţă egală cu el, el îl va ridica pe un spaţiu tot atît de mare; dar rezistenţa corpului de zece livre ce cade pe perpendiculară este egală cu aceea a unui corp de o sută de livre ce se ridică pe un plan de lungime de zece ori mai mare decît înălţimea sa; aşadar dacă greutatea de zece livre cade pe un spaţiu perpendicular oarecare, impulsul pe care-l cîştigă şi care se aplică la greutatea de o sută de livre, îl va deplasa pe un spaţiu egal pe planul înclinat, cărui spaţiu îi corespunde o înălţime perpendiculară mare cît a zecea parte a planului înclinat. Dar mai înainte am dedus că o forţă în stare să deplaseze o greutate pe un plan înclinat este suficientă să-l deplaseze şi pe perpendiculara corespunzătoare înălţimii planului înclinat, care perpendiculară, în cazul de faţă, este a zecea parte a spaţiului descris pe planul înclinat, care este egal cu spaţiul de cădere al primei greutăţi de zece livre;

este deci evident că, căderea greutăţii de zece livre pe perpendiculară este suficientă să ridice greutatea de o sută de livre de asemenea pe perpendiculară, dar numai pe un spaţiu egal cu a zecea parte a coborîrii corpului de zece livre. Dar forţa ce poate ridica o greutate de o sută de livre este egală cu forţa cu care aceeaşi greutate de zece livre apasă în jos şi aceasta era în stare să înfigă parul, dacă o punem pe el şi o apăsăm: iată deci explicaţia cum căderea unei greutăţi de zece livre este în stare să învingă o rezistenţă echivalentă cu rezistenţa la ridicare a unei greutăţi de o sută de livre, deplasarea însă nu va fi mai mare decît a zecea parte a coborîrii corpului ce loveşte. Şi dacă presupunem că rezistenţa parului este dublă sau triplă, astfel încît pentru a o învinge să fie necesară apăsarea a două sute sau trei sute de livre de greutate moartă, în mod analog vom găsi că impulsul celor zece livre ce cad perpendicular este în stare să deplaseze, la fel ca întîia, a doua şi a treia oară parul şi după cum întîia dată a zecea parte a coborîrii, la fel a doua oară, a douăzecea şi a treia oară a treizecea parte a coborîrii sale. Într-acest fel, mărind rezistenţa la infinit, întotdeauna o va putea învinge aceeaşi lovitură, dar deplasînd corpul rezistent pe un spaţiu din ce în ce mai mic în acelaşi raport: de aceea mi se pare că în mod raţional putem afirma că forţa de percuţie este infinită. Pe de altă parte însă, trebuie să considerăm că forţa corpului ce apasă fără lovire este de asemenea infinită: deoarece dacă ea depăşeşte rezistenţa parului, îl va înfige nu numai pe spaţiul pe care l-a deplasat lovitura, ci va continua să-l deplaseze la infinit.

Sagr. Eu observ că raţionamentul dvs. caută să afle adevărata cauză a problemei de faţă: dar fiindcă mi se pare că percuţia poate fi produsă în atîtea şi atîtea feluri şi aplicată la atîtea varietăţi de rezistenţe, cred că este necesar să explic cel puţin unele, înţelegerea cărora ne-ar putea conduce la înţelegerea tuturora.

Salv. Dumneavoastră vorbiți foarte bine și eu m-am pregătit deja ca să prezint cîte ceva. Ca un exemplu voi spune că uneori se poate întîmpla ca acțiunea corpului ciocnitor să se manifeste nu asupra celui lovit, ci în cel ce lovește : și astfel, lovind asupra unei nicovale fixe cu un ciocan de plumb, efectul se va vedea la ciocan, care se va turti, și nu la nicovală, care nu se va coborî : și asemănător cu acest efect este acela al ciocănașului cioplitorilor de piatră, care, fiind din fier necălit și de aceea moale, prin loviturile îndelungate în dalta din oțel călit nu strivesc dalta, ci se rupe și se deformează el însuși. În alt caz și în alt mod se va reflecta efectul de asemenea în corpul ce lovește ; după cum nu arareori se vede că, voind să batem un cui într-un lemn tare, ciocanul sare înapoi fără să înfigă cuiul și în acest caz se zice : lovitura nu a reușit. Asemănător este saltul pe care-l face pe o pardoseală dură și solidă mingea umflată și orice alt corp dintr-o materie astfel aranjată încît cedează ușor loviturii, dar revine, cum face un arc, la forma sa inițială : și un astfel de salt are loc nu numai atunci cînd corpul ce lovește cedează și apoi se întoarce, ci și atunci cînd aceasta se întîmplă în cel lovit ; în acest fel sare o minge, deși din material foarte dur și care nu cedează, căzînd pe pielea de oaie bine întinsă a unui tambur. Se mai observă uneori efectul minunat ce se naște cînd la împingerea fără percuție se adaugă o lovitură, producînd o compunere a celor două ; aceasta o vedem la piua de pănură sau la presa de ulei și altele asemănătoare, unde prin simpla împingere patru sau șase oameni strîng șurubul cît pot, dînd înapoi cu un pas drugul și lovind repede cu el, vor mișca din ce în ce mai mult șurubul și în așa măsură încît percuția prin forța celor patru sau șase oameni, va face ceea ce nu ar putea face doisprezece sau douăzeci prin simpla împingere : în acest caz se cere ca drugul să fie foarte gros și din lemn foarte dur, în așa fel încît să se îndoaie puțin sau de loc, fiindcă dacă acesta cedează, lovitura se va amortiza prin îndoire.

În orice mobil ce trebuie mişcat în mod violent, par a fi două specii distincte de rezistenţă : una care priveşte rezistenţa internă datorită căreia noi zicem că este mai greu să ridicăm un corp de o mie de livre decît unul de o sută ; cealaltă care se referă la spaţiul pe care se efectuează mişcarea ; şi astfel o piatră cere o forţă mai mare pentru a fi aruncată la o distanţă de o sută de paşi decît la cincizeci etc. Acestor două rezistenţe diferite le corespund proporţional două motoare diferite, dintre care unul mişcă apăsînd fără să lovească, celălalt operează lovind. Motorul care acţionează fără lovitură, nu mişcă decît o rezistenţă mai mică, deşi în mod insensibil, decît forţa sau greutatea sa apăsătoare ; o va mişca însă pe un spaţiu infinit, însoţind-o întotdeauna de aceeaşi forţă : iar cel care mişcă prin lovire, mişcă orice rezistenţă, deşi imensă, dar pe o distanţă limitată : de aceea eu cred că sînt adevărate cele două propoziţii, că corpul ce loveşte mişcă o rezistenţă infinită pe un interval finit şi limitat, iar cel care apasă mişcă o rezistenţă finită pe un interval infinit, astfel că proporţional cu corpul ce loveşte este intervalul şi nu rezistenţa iar cu cel ce apasă este rezistenţa, şi nu intervalul.



Aceste lucruri mă fac să mă îndoiesc că întrebarea d-lui Sagredo poate fi explicată, ca una care caută să compare lucruri ce nu pot fi comparate, fiindcă atare cred că sînt acţiunile lovirii şi ale apăsării : cum într-un caz particular, oricît de mare ar fi rezistenţa ce se găseşte în pana BA, ea va fi mişcată de orice corp ce loveşte C, dar pe un interval limitat, ca între punctele B, A : dar din partea corpului ce apasă D nu orice rezistenţă va fi învinsă în pana BA, ci una limitată şi nu mai mare decît greutatea D ; aceasta însă nu va fi împinsă pe intervalul limitat între punctele B, A, ci la infinit,

rezistența mobilului AB fiind întotdeauna constantă, după cum trebuie să presupunem, fiindcă nu am făcut ipoteză contrară.

Momentul unui corp greu în cazul percuției nu este altceva decît un compus și agregat de momente infinite, fiecare din ele egal cu un singur moment sau intern și natural al său însuși (care este cel al greutății proprii absolute, ce se exercită veșnic apăsînd asupra oricărei rezistențe), sau extrinsec și violent, care este acel al forței care mișcă. Astfel de momente se acumulează în timpul mișcării corpului greu, din clipă în clipă, printr-un adaus egal și păstrîndu-se în el exact în felul în care crește viteza unui corp în cădere; fiindcă după cum în infinitatea momentelor unui timp oricît de mic, un corp greu trece întotdeauna prin grade noi și egale de viteză, menținînd gradele cîștigate în timpul precedent, tot astfel în mobil se conservă din clipă în clipă și se compun momentele, fie naturale, fie violente, conferite sau de natură sau în mod artificial etc.

Forța de percuție are un moment infinit, ori de cîte ori se aplică instantaneu de către un corp greu ce lovește o materie care nu cedează; după cum vom demonstra.

Cedarea unei materii lovite de un corp greu ce se mișcă cu o viteză oarecare, nu poate avea loc într-o clipă, căci altfel ar avea loc o mișcare instantanee pe un spațiu oarecare, ceea ce este imposibil. Prin urmare, dacă cedarea în locul percuției se face în timp, se va face în timp și aplicarea momentelor cîștigate în mișcare de către corpul ce lovește; care timp este suficient să distrugă și să amortizeze în parte acel agregat al momentelor amintite mai sus, care dacă s-ar exercita într-o clipită împotriva corpului rezistent (ceea ce ar avea loc dacă materialul atît al corpului lovit cît și al celui ce lovește nu ar ceda nici măcar într-un punct), ar produce în mod absolut un efect și o operație cu mult mai mare, mișcîndu-l și biruindu-l, decît aplicate într-un timp oricît de scurt: zic efect mai mare, fiindcă vor produce și ele un efect oarecare asupra corpului

lovit, oricît de mică ar fi lovitura şi oricît de mare cedarea; dar se poate ca un astfel de efect să fie imperceptibil simţurilor noastre deşi el există în realitate, ceea ce vom demonstra la locul său. Aceasta se observă clar din experienţă: deoarece, dacă cu un ciocănaş vom lovi, cu lovituri uniforme, capătul unei bare foarte mari ce zace pe pămînt, după multe şi multe lovituri vom vedea, în sfîrşit, că bara s-a mişcat pe un spaţiu observabil, dovadă evidentă că orice lovitură operează separat, din partea sa, în deplasarea barei; căci dacă prima lovitură nu ar produce un astfel de efect, toate celelalte următoare, la fel ca cea dintîi, nu ar produce nici un efect, ceea ce este contrar experienţei, simţului şi demonstraţiei pe care o vom da, etc.

Forţa de percuţie are un moment infinit, deoarece nu există rezistenţă, oricît de mare, care să nu fie învinsă de o forţă de percuţie foarte mică.

Cel care închide poarta de bronz a bisericii S. Giovanni, în zadar ar încerca să o închidă printr-o singură şi simplă împingere; ci printr-un impuls continuu va imprima acelui corp mobil foarte greu o astfel de forţă, încît atunci cînd ajunge să lovească pragul, face să tremure toată biserica. De aici se vede cum se imprimă în corpurile mobile, şi mai ales în cele grele, şi se multiplică şi se conservă în ele, forţa care i se comunică într-un anumit timp, etc.

Un efect asemănător se observă la un clopot mare, care nu se pune în mişcare puternică şi impetuoasă printr-o singură tragere a funiei, nici prin patru, nici prin şase, ci cu multe şi multe, care repetate îndelungat, cele din urmă adaugă o forţă la cea cîştigată prin tragerile anterioare: şi cu cît clopotul este mai mare şi mai greu, cu atît va cîştiga o forţă şi un impuls mai mare, fiindu-i comunicată într-un timp mai lung şi printr-un număr mai mare de trageri de cît se cere la un clopot mai mic, care se pune repede în mişcare, dar se şi opreşte repede, căci el nu înmagazinează (ca să zicem aşa) atîta forţă cît cel mare.

La fel se întîmplă cu corăbiile, care nu se pun în mișcare rapidă la primele vîsliri sau la primele impulsuri ale vîntului, ci, prin vîsliri continue și prin acțiunea continuă a vîntului asupra pînzelor cîștigă impulsul foarte mare, în stare să zdrobească aceleași vase, dacă, purtate de el se lovesc de o stîncă.

Arcul flexibil, dar mare, al unei arbalete, va avea o tragere mai mare decît unul cu mult mai dur, dar de deplasare mai scurtă, fiindcă acela, însoțind timp mai îndelungat proiectilul, îi imprimă incontinuu forță pe cînd acesta îl părăsește repede.

ASUPRA DEFINIȚIILOR PROPORȚIILOR LUI EUCLID

Început de Zi.
Adaos la Discuții și Demonstrații matematice privitoare la două științe noi
(ZIUA A CINCEA)

Interlocutori: Salviati, Sagredo și Simplicio.

Salv. Îmi face o deosebită bucurie faptul că văd, după o întrerupere de cîțiva ani, reluîndu-se în această zi întrunirea noastră obișnuită. Știu că inteligența vie a d-lui Sagredo este de așa natură încît nu se poate odihni: de aceea sînt convins că dînsul nu a încetat să mediteze în timpul cînd eram departe unul de altul asupra teoriilor mișcării, care au fost citite în ultima zi a convorbirilor noastre din trecut. Eu, care în conversația animată cu domnia voastră și cu dl. Simplicio, am acumulat multe cunoștințe, vă rog să faceți oarecare considerații asupra subiectelor Autorului nostru pe care deja le cunoaștem: astfel vom începe discuțiile obișnuite pentru a petrece ziua de azi în discuții utile.

Sagr. Recunosc că în acești ani mi-au trecut prin minte diverse idei privitoare la lucrurile noi demonstrate de bunul bătrîn*) în ce privește știința mișcării, supusă și redusă de el la demonstrații geometrice. Acum, fiindcă dvs. îmi cereți, voi încerca să-mi amintesc cîte ceva și vă voi da ocazie să-mi îmbogățiți mintea cu argumentele dvs. savante.

Pentru a începe deci chiar de la începutul tratatului despre mișcare, voi aminti un vechi scrupul al meu, care mi s-a reînnoit

*) Este vorba de însuși Galilei.

considerînd demonstrația pe care Autorul o folosește în prima propoziție despre mișcarea uniformă, care se sprijină (ca multe altele ale scriitorilor antici și moderni) pe teorema multiplilor egali. Aici există o anumită ambiguitate care totdeauna m-a frămîntat, privitor la definiția a cincea sau după alții a șasea, din Cartea a cincea a lui Euclid. Consider un mare noroc pentru mine că pot profita de această ocazie pentru a discuta această îndoială cu dumneavoastră, în speranța că mă voi scăpa cu totul de ea.

Simpl. Eu de asemenea consider această nouă întîlnire cu dvs. ca un favor deosebit al norocului, dacă îmi va reuși să mă lămuresc întrucîtva în ce privește chestiunea pe care o amintește dl Sagredo. Niciodată nu am întîlnit un obstacol mai mare decît acesta în puțina geometrie pe care am studiat-o în școli în tinerețe, de aceea închipuiți-vă ce plăcere îmi va face, dacă după atîta timp voi afla în această problemă ceva ce să mă satisfacă.

Sagr. Zic deci, că văzînd în demonstrarea primei propoziții a Autorului privitoare la mișcarea uniformă că se folosesc multiplii egali potrivit definiției a cincea sau a șasea din Cartea cincea a lui Euclid și avînd o veche îndoială referitor la această definiție, nu am rămas atît de lămurit precum aș fi dorit în ce privește propoziția menționată. Mi-ar plăcea foarte mult să înțeleg bine acest prim principiu, pentru a putea apoi să înțeleg tot atît de clar cele ce rezultă privitor la teoria mișcării.

Salv. Voi încerca să vă satisfac dorința, familiarizîndu-vă într-un mod oarecare cu această definiție a lui Euclid și a netezi drumul, pe cît îmi va fi posibil, pentru introducerea noțiunii de proporționalitate. Pînă atunci fiți convinși că s-au găsit și alții în această ambiguitate, oameni de mare valoare, care multă vreme au avut aceeași incertitudine pe care dvs. spuneți că o aveți și azi.

Vă mărturisesc că, cîțiva ani după ce am studiat Cartea a cincea a lui Euclid, mintea mi-a rămas învăluită în acest întuneric. În sfîrșit am învins dificultatea, cînd studiind minunatele spirale ale lui Archimede, am întîlnit în introducerea frumoasă a cărții o demonstrație asemănătoare cu aceea a

Autorului nostru. Cu această ocazie m-am gîndit, oare nu ar exista un alt drum mai comod, prin care s-ar putea ajunge la același scop și cîștiga pentru mine, ca și pentru alții, vreo cunoaștere mai precisă în legătură cu proporțiile: de aceea mi-am îndreptat atenția în această direcție și acum voi expune ce am meditat în această problemă, supunînd toate rezultatele mele judecății dvs. severe.

Să presupunem mai întîi (după cum a presupus și Euclid cînd le-a definit) că există mărimi proporționale: adică, fiind date trei mărimi oarecare, proporția, sau raportul sau relația de cantitate pe care o are întîia către a doua, o poate avea a treia către a patra. Zic apoi, că pentru a da o definiție mărimilor proporționale menționate, care să producă în mintea cititorului o idee potrivită cu natura acestor mărimi proporționale, va trebui să luăm una din proprietățile lor, dar cea mai potrivită dintre toate este tocmai aceea care este considerată mai inteligibilă și de către cei neinițiați în matematici. Aceasta a făcut-o însuși Euclid în alte multe locuri. Să ne reamintim că el nu a spus, că cercul este o figură plană, în care intersectîndu-se două linii drepte, dreptunghiul format de părțile uneia este totdeauna egal cu dreptunghiul format de părțile celeilalte; sau, în interiorul căruia toate patrulaterele au unghiurile opuse egale cu două unghiuri drepte. Chiar dacă ar fi spus așa, definițiile ar fi fost bune: dar fiindcă el cunoștea o altă proprietate a cercului, mai ușor de înțeles decît cea precedentă și mai ușor de imaginat, cine nu observă că el a făcut cu mult mai bine să prefere ca definiție pe cea mai clară și mai evidentă, pentru a scoate apoi din ea pe celelalte mai ascunse și a le demonstra ca concluzii?

Sagr. Desigur așa este: și cred că sînt rare mințile care să fie cu totul mulțumite de această definiție, pe care împreună cu Euclid o enunț astfel:

Patru mărimi sînt proporționale cînd multiplii egali ai celei dîntîi și ai celei de-a treia, luați după o multiplicitate

oarecare, vor fi totdeauna mai mari, mai mici sau egali cu multiplii egali ai celei de-a doua și ai celei de-a patra.

Cine are o minte atît de ascuțită, încît să fie sigur că dacă patru mărimi sînt proporționale, multiplii lor egali sînt totdeauna egali? sau cine știe că multiplii egali nu se acordă totdeauna cînd mărimile nu sînt proporționale? Deja Euclid a spus în definițiile precedente, că proporția între două mărimi este un astfel de raport sau o relație între ele în ce privește cantitatea. Acum, dacă cititorul a înțeles ce este proporția a două mărimi, va fi greu să înțeleagă că raportul sau relația dintre mărimea întîi și a doua, este egal cu raportul sau relația între mărimea a treia și a patra, cînd multiplii egali ai celei dintîi și ai celei de-a treia se acordă totdeauna în felul spus mai sus cu multiplii egali ai celei de-a doua și ai celei de-a patra, în a fi totdeauna mai mari sau mai mici sau egali.

Salv. Oricum ar fi mi se pare că ceea ce spune Euclid este mai mult o teoremă de demonstrat, decît o definiție ce poate fi pusă înainte. De aceea, întîlnind atîtea minți care s-au împotmolit în acest loc mă voi forța să ajut cu o definiție a proporțiilor concepția universală a oamenilor chiar neinițiați în geometrie și voi proceda în felul următor.

Cînd zicem că patru mărimi sînt proporționale între ele, adică întîia are către a doua același raport ca a treia către a patra, dacă întîia este egală cu a doua, a treia de asemenea va fi egală cu a patra; sau dacă întîia va fi un multiplu oarecare a celei de-a doua, a treia va fi exact același multiplu a celei de-a patra. Dl Simplicio întîmpină vreo dificultate în înțelegerea acesteia?

Simpl. Desigur că nu.

Salv. Dar fiindcă nu totdeauna se întîmplă ca între patru mărimi să existe o egalitate sau o multiplicitate exactă, vom trece mai departe și îl întreb pe dl Simplicio: înțelegeți dvs. că patru mărimi sînt proporționale, dacă întîia conține, de exemplu, de trei ori și jumătate a doua și a treia de asemenea conține de trei ori și jumătate a patra?

Simpl. Pînă aici înțeleg foarte bine și admit că cele patru mărimi sînt proporționale nu numai în cazul exemplificat de dvs., ci și atunci cînd există între ele orice altă legătură de multiplicitate.

Salv. Pentru a rezuma acum în general tot ceea ce s-a spus și exemplificat pînă aici vom zice că patru mărimi sînt proporționale între ele, dacă excesul celei dintîi față de a doua (oricare ar fi el) va fi egal cu excesul celei de-a treia față de a patra.

Simpl. Pînă aici nu întîmpin nici o dificultate. Mi se pare însă că dvs. în acest fel nu ne dați definiția mărimilor proporționale decît în cazul cînd antecedentele sînt mai mari decît consecventele lor, fiindcă ea presupune că întîia întrece pe a doua și a treia de asemenea depășește pe a patra. Dar întreb : ce se întîmplă dacă antecedentele sînt mai mici decît consecventele lor ?

Salv. Răspund, că dacă veți avea patru mărimi în așa fel încît întîia să fie mai mică decît a doua și a treia decît a patra, atunci a doua va fi mai mare decît întîia și a patra mai mare decît a treia : dar considerați acestea și în ordine inversă și imaginați-vă că a doua este întîia și a patra este a treia. Astfel veți avea antecedentele mai mari decît consecventele și nu va fi necesar să căutați o definiție diferită de cea dată de noi.

Sagr. Exact așa este. Dar vă rog să continuați cu presupunerea pe care ați făcut-o de a considera totdeauna antecedentele mai mari decît consecventele lor, ceea ce mi se pare că vă ușurează foarte mult expunerea, iar nouă înțelegerea.

Salv. Stabilind aceasta prin definiție, voi mai adăuga cum înțelegem în alt chip că patru mărimi sînt proporționale între ele ; și aceasta este următoarea. Dacă întîia pentru a avea către a doua același raport ca a treia către a patra nu este nici mai mare nici mai mică decît cît ar trebui să fie, înțelegem că întîia are către a doua același raport ca a treia către

a patra. Cu această ocazie aș defini și proporția mai mare, și aș spune :

Dacă mărimea întîi va fi cu ceva mai mare decît ar trebui ca să fie către a doua în același raport ca a treia către a patra, vom spune că întîia este în raport mai mare către a doua, decît a treia către a patra.

Simpl. Bine : dar dacă întîia ar fi mai mică decît ar trebui ca să aibă către a doua același raport ca a treia către a patra ?

Salv. Dacă întîia este mai mică decît ar trebui ca să aibă către a doua același raport ca a treia către a patra, este un semn evident că a treia este exact cu atîta mai mare pentru a avea către a patra același raport ca întîia către a doua : de aceea în acest caz schimbați de asemenea ordinea și imaginați-vă că mărimile care erau a treia și a patra devin întîia și a doua, iar cele care erau întîia și a doua puneți-le iarăși în locul celei de-a treia și a patra.

Sagr. Pînă aici am înțeles foarte bine ideea dvs. și introducerea cu care începeți speculațiile asupra mărimilor proporționale. Mi se pare însă că dvs. intenționați unul din cele două lucruri : adică, sau să demonstrați prin aceste principii întreaga Carte a cincea a lui Euclid, sau să deduceți din aceste două definiții date de dvs., celelalte două pe care Euclid le pune ca definiția a cincea și a șaptea, pe care el își întemeiază apoi întreg mecanismul Cărții a cincea. Dacă dvs. veți demonstra acestea ca concluzii, nu-mi va rămîne nimic de dorit în această materie.

Salv. Exact aceasta este intenția mea : căci dacă se înțelege clar, că fiind date patru mărimi proporționale potrivit acestei definiții, multiplii egali ai celei dintîi și ai celei de-a treia vor fi în mod necesar totdeauna de acord în a fi egali sau mai mici sau mai mari decît multiplii egali ai celei de-a doua și ai celei de-a patra, atunci fără nici o teamă putem aborda Cartea a cincea a lui Euclid și putem înțelege teoremele

asupra mărimilor proporţionale. La fel, dacă cu ajutorul definiţiei proporţiei mai mari voi demonstra că într-un caz oarecare, luînd multiplii egali ai celei dintîi şi ai celei de-a treia şi de asemenea ai celei de-a doua şi al celei de-a patra, ai celei dîntîi vor depăşi pe ai celei de-a doua, dar ai celei de-a treia nu vor depăşi pe ai celei de-a patra, cu această demonstraţie se va putea ajunge la celelalte teoreme ale mărimilor neproporţionale, fiindcă această concluzie a noastră va fi exact definiţia de care Euclid se serveşte ca de un principiu.

Simpl. Dacă m-aş convinge de aceste două proprietăţi ale multiplilor egali, anume că, dacă patru mărimi sînt proporţionale, ele totdeauna se potrivesc în a fi egale sau a fi mai mici şi că, dacă cele patru mărimi nu sînt proporţionale, ele în anumite cazuri sînt în dezacord, nu mai am nevoie de altă lămurire pentru a înţelege clar întreaga Carte a cincea a Elementelor de geometrie.

Salv. Spuneţi-mi acum d-le Simplicio dacă vom presupune că patru mărimi A, B, C, D sînt proporţionale, adică întîia A are către a doua B acelaşi raport ca a treia C către a patra D, înţelegeţi dvs. că şi două din prima vor avea către a doua acelaşi raport ca două din a treia către a patra?

A. B. C. D.

Simpl. Înţeleg foarte bine : în adevăr dacă una din prima are către a doua acelaşi raport ca una din a treia către a patra, nu-mi pot închipui din ce motiv două din prima ar trebui să aibă către a doua un raport diferit de acela pe care îl au două din a treia către a patra.

Salv. Prin urmare, dacă dvs. înţelegeţi aceasta, veţi mai înţelege că patru sau zece sau o sută, din întîia către a doua vor avea acelaşi raport ca patru sau zece sau o sută, din a treia către a patra.

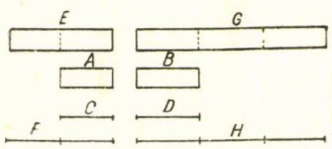
Simpl. Desigur aşa este; şi dacă numărul multiplicităţilor este egal, înţeleg cu uşurinţă că întîia, luată de două sau de zece sau de o sută de ori, va avea acelaşi raport către a doua,

pe care-l are a treia, luată și ea de două sau de zece sau de o sută de ori, către a patra. Ar fi foarte greu să mă conving de contrariu.

Salv. Nu este deci greu să înțelegem că multiplul celei dintîi are același raport către a doua, pe care îl are multiplul egal al celei de-a treia către a patra, anume că întîia, înmulțită ori de cîte ori voim, are către a doua același raport pe care-l are a treia, înmulțită tot de atîtea ori, către a patra. Dar tot ceea ce am exemplificat pînă aici înmulțind mărimile antecedente, dar nu cele consecvente, închipuiți-vă că s-a spus și despre înmulțirea numai a consecventelor, fără a altera antecedentele și spuneți-mi: credeți dvs. că fiind date patru mărimi proporționale, întîia are către două din a doua un raport diferit de acela pe care îl are a treia către două din a patra?

Simpl. Cred cu fermitate că nu; ba chiar dacă una din întîia are către una din a doua același raport pe care-l are una din a treia către a patra, înțeleg bine că aceeași întîia către două sau patru sau zece din a doua va avea același raport pe care-l are a treia către două sau patru sau zece din a patra.

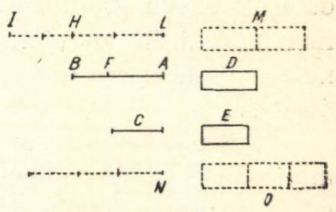
Salv. Prin urmare, dacă dvs. admiteți aceasta, declarați-vă mulțumit că ați înțeles, că fiind date patru mărimi proporționale A, B, C, D și înmulțind egal întîia și a treia, raportul multiplului E al celei dintîi A către a doua B este exact același raport pe care-l are multiplul egal F al celei de a treia C către a patra D. Imaginați-vă deci că acestea sînt cele patru mărimi proporționale, E, B, F, D, adică multiplul E al celei dintîi este cea dintîi, a doua B este a doua, apoi multiplul F al celei de-a treia este a treia și a patra D este a patra. Dumneavoastră mi-ați spus de asemenea că înțelegeți, că înmulțind în mod egal consecventele B, D, adică a doua și



a patra, fără să alterăm de loc antecedentele, întîia va avea către multiplul celei de-a doua același raport, ca a treia către multiplul celei de-a patra. Dar aceste patru mărimi vor fi exact E, F, multiplii egali ai celei dintîi și a treia și G, H, multiplii egali ai celei de-a doua și a patra.

Sagr. Eu sînt cu totul mulțumit de aceasta; și acum înțeleg foarte bine cauza pentru care multiplii egali ai celor patru mărimi proporționale se acordă totdeauna în a fi sau mai mari sau mai mici sau egali. Apoi, dacă luînd multiplii egali ai celei dintîi și ai celei de-a treia și multiplii egali ai celei de-a doua și ai celei de-a patra, dvs. îmi demonstrați că multiplul celei dintîi are același raport către multiplul celei de-a doua ca multiplul celei de-a treia către multiplul celei de-a patra, văd limpede că dacă multiplul celei dintîi este mai mare decît multiplul celei de-a doua, va trebui în mod necesar ca multiplul celei de-a treia (pentru a păstra proporția) să fie mai mare decît multiplul celei de-a patra; iar dacă va fi mai mic sau egal, multiplul celei de-a treia de asemenea va trebui să fie mai mic sau egal cu multiplul celei de-a patra.

Simpl. Nici eu nu găsesc în aceasta nici o dificultate. Îmi mai rămîne dorința de a înțelege în ce fel (presupunînd că cele patru mărimi nu sînt proporționale) este adevărat că multiplii egali nu păstrează totdeauna acordul, în a fi mai mari sau mai mici sau egali.



Salv. Voi face tot posibilul ca și în această privință să fiți mulțumiți.

Să presupunem că cele patru mărimi date sînt AB, C, D, E și că întîia AB este cu ceva mai mare decît ar trebui să fie pentru a avea către a doua C același raport pe care-l are a treia D către a patra E: voi arăta, că dacă luăm într-un mod anumit multiplii egali ai celei dintîi și ai celei de-a treia și dacă luăm alți multipli egali ai celei de-a

doua și a patra, al celei dintîi va fi mai mare decît al celei de-a doua, dar al celei de-a treia nu va fi nicidecum mai mare decît al celei de-a patra, ci voi demonstra că este mai mic.

Să presupunem deci că am scos din prima mărime AB excesul care o făcea mai mare decît trebuia să fie ca să fie exact proporțională, și fie acest exces FB : vor rămîne deci cele patru mărimi proporționale, adică rămasa AF va avea către C același raport pe care-l are B către E.

Să înmulțim FB de atîtea ori, încît să fie mai mare decît C și fie acest multiplu porțiunea HI din figură ; să luăm apoi HL multiplu de atîtea ori al lui AF și M al lui B, exact de cîte ori HI va fi multiplul lui FB. Aceasta fiind stabilită, nu încape nici o îndoială că compusa LI va fi de atîtea ori multiplul compusei AB, de cîte ori AI va fi multiplul lui FB, sau M al lui D.

Să luăm acum N multiplul lui C în așa fel, ca N să fie aproximativ mai mare decît LH ; și în sfîrșit, de cîte ori va fi N multiplul lui C, să presupunem că tot de atîtea ori O va fi multiplul lui E.

Acum, multiplul N fiind aproximativ mai mare decît LH, dacă vom presupune că din N am luat una din mărimile care îl compun (care va fi egală cu C), restul nu va fi mai mare decît LH. Prin urmare dacă lui N îi vom reda mărimea egală cu C (care am presupus că am luat-o) și la LH, care nu este mai mică decît restul menționat, vom adăuga HI, care este mai mare decît cea adăugată la N, întreaga LI va fi mai mare decît N.

Iată așadar un caz în care multiplul celei dintîi întrece multiplul celei de-a doua. Dar făcînd cele patru mărimi, AF, C, D, E proporționale și luînd multiplii egali LH și M ai celei dintîi și ai celei de-a treia și N și O ai celei de-a doua și ai celei de-a patra, acestea vor fi (potrivit celor stabilite mai sus) totdeauna de acord în a fi mai mare sau mai mică sau egală ; de aceea, fiind multiplul LH al primei mărimi, mai mic decît

multiplul N al celei de-a doua, potrivit construcției noastre și multiplul M al celei de-a treia, va fi în mod necesar mai mic decît multiplul O al celei de-a patra.

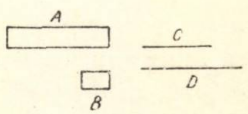
Dar s-a demonstrat, că dacă prima mărime este cu ceva mai mare decît ar trebui să fie pentru a avea către a doua același raport pe care îl are a treia către a patra, atunci va fi posibil să luăm într-un mod oarecare multiplii egali ai celei dintîi și ai celei de-a treia și alți multipli egali ai celei de-a doua și ai celei de-a patra și să demonstrăm că multiplul celei dintîi depășește multiplul celei de-a doua, dar multiplul celei de-a treia nu depășește multiplul celei de-a patra.

Sagr. Am înțeles foarte bine ceea ce ați demonstrat pînă aici. Acum mai rămîne ca din cele arătate mai sus să deduceți ca concluzii necesare cele două definiții controversate ale lui Euclid; aceasta sper că va fi ușor, fiindcă ați demonstrat deja două teoreme inverse ale acestora.

Salv. Aceasta va fi de fapt ușor; și pentru a demonstra definiția a cincea voi proceda astfel:

Dacă multiplii egali ai celei dintîi și ai celei de-a treia din cele patru mărimi A, B, C, D, luate oarecum, se vor acorda totdeauna în a fi egali sau mai mici sau a depăși multiplii egali ai celei de-a doua respectiv ai celei de-a patra, zic că cele patru mărimi sînt proporționale între ele.

Într-adevăr (dacă este posibil) să nu fie proporționale: prin urmare una dintre antecedente va fi mai mare decît cît ar trebui să fie pentru a avea față de consecventă raportul pe care-l are antecedenta către consecventă. Să fie, de exemplu, cea notată cu A; așadar potrivit celor demonstrate, luînd multiplii egali ai lui A și C în acest fel și luînd la fel multiplii lui B, D, în felul arătat, se vede că multiplul lui A este mai mare decît multiplul lui B: dar multiplul lui C nu va fi nicidecum mai mare, ci mai mic decît multiplul lui D: ceea ce este contrar ipotezei noastre.



Pentru a demonstra definiția a șaptea voi proceda astfel. Fie A, B, C, D cele patru mărimi și să presupunem că luînd într-un mod particular multiplii egali ai celor două antecedente, întîia și a treia și multiplii egali ai celor două consecvente, a doua și a patra, să presupunem, zic, că există un caz, în care multiplul lui A este mai mare decît multiplul lui B dar multiplul lui C nu mai mare decît multiplul lui D : zic că A va avea către B un raport mai mare decît C către D, adică A va fi întrucîtva mai mare decît ar trebui ca să aibă același raport către B ca C către D.

Dacă este posibil, A să nu fie mai mare decît se cere : prin urmare va fi exact proporțională sau mai mică decît trebuie ca să fie proporțională. În ce privește întîia, dacă ea ar fi exact proporțională, potrivit celor demonstrate, multiplii egali ai celei dintîi și a treia, luați într-un mod oarecare, vor fi totdeauna de acord în a fi egali sau mai mici sau să depășească multiplii egali ai celei de-a doua și a patra : ceea ce este împotriva ipotezei. Dacă, acum, întîia este mai mică decît se cere pentru a fi proporțională, aceasta înseamnă că a treia este mai mare decît trebuie pentru a fi către a patra în același raport ca întîia către a doua. Atunci eu zic, că dacă scoatem din a treia excesul care o face mai mare decît trebuie, cea rămasă va fi exact proporțională. Considerînd acum multiplii particulari presupuși la început, este evident că multiplul celei dintîi fiind mai mare decît multiplul celei de-a doua, multiplul celei de-a treia, adică al celei ce rămîne, va fi mai mare decît multiplul celei de a patra ; prin urmare, dacă în loc să luăm multiplul celei rămase vom lua multiplul egal al celei de-a treia întregi, acesta va fi mai mare decît era multiplul celei rămase, prin urmare acesta însuși va fi mai mare decît al celei de-a patra : ceea ce este contrar ipotezei.

Sagr. Sînt foarte mulțumit de această lămurire pe care mi-o dați într-o materie de care de multă vreme aveam nevoie ; și nu pot să exprim ce mă impresionează mai mult, plăcerea

acestei noi cunoştinţe cîştigate sau regretul că nu am cîştigat-o cerîndu-v-o de la începutul primelor noastre întîlniri, mai ales că am aflat că aţi comunicat-o diverşilor prieteni, cărora din cauza vecinătăţii le era permis să frecventeze vila dvs. Dar vă rog, să continuăm discuţia, dacă dl. Simplicio nu are ceva de explicat privitor la cele considerate pînă aici.

Simpl. Eu n-am nimic de adăugat, fiind cu totul mulţumit de cele arătate şi înţelegînd demonstraţiile.

Salv. Cunoscînd aceste fundamente, se poate expune în parte mai scurt şi aranja din nou întreaga Carte a cincea a lui Euclid, aceasta ar fi însă o digresiune prea lungă şi prea depărtată de scopul nostru principal; afară de aceea, ştiu că dvs. aţi văzut concepţii asemănătoare tipărite de alţi autori.

Considerînd pînă acum, la cererea domniilor voastre, definiţia a cincea şi a şaptea a Cărţii a cincea, sper că-mi veţi permite cu plăcere să propun acuma o veche observaţie a mea ce mi-a venit în minte referitor la o altă definiţie a lui Euclid. Subiectul nu va fi diferit de cel început şi nu va părea străin de scopul nostru, referindu-se la proporţia compusă, de care Autorul nostru se foloseşte adesea în cărţile sale.

Între definiţiile din Cartea şasea a lui Euclid cea de-a cincea defineşte proporţia compusă, care se enunţă în felul următor: zicem că o proporţie se compune din mai multe proporţii, cînd cantităţile proporţiilor menţionate înmulţite între ele vor de naştere unei proporţii.

Observ apoi că nici Euclid, nici un alt autor antic, nu se serveşte de această definiţie în felul în care a fost pusă în carte; de unde rezultă două inconveniente: pentru cititori dificultatea de înţelegere, iar pentru scriitor o observaţie de prisos.

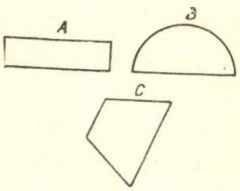
Sagr. Aceasta este foarte adevărat; nu mi se pare însă probabil că precizia extremă a lui Euclid ar fi pus în cărţile sale această definiţie în mod inconştient şi zadarnic. De aceea îmi face impresia că ea a fost adăugată de alţii sau cel puţin

schimbată în așa fel, încît astăzi nu o mai recunoaștem, pe cînd autorii o folosesc la demonstrarea teoremelor.

Simpl. Eu vă cred că alți autori nu se servesc de ea, căci nu m-am ocupat prea mult cu aceasta; mi-ar displace dacă însuși Euclid, care este apreciat de dvs. pentru atîta precizie în scrierile sale, ar fi pus-o în zadar. Trebuie însă să recunosc că mintea mea, care nu a pătruns decît mediocru în matematici, a întîmpinat dificultăți privitor la această definiție, poate nu mai mici decît acele aplanate de dl. Salviati. Cîtva timp m-am ajutat citind lungile comentarii asupra acestor materii, dar ca să spun adevărul nu am observat niciodată să mi se fi împrăștiat nedumeririle care mi-au acoperit mintea. De aceea, dacă-mi puteți da vreo explicație care să mă lămurească și în această privință, vă asigur că mi-ați da un mare ajutor.

Salv. Dumneavoastră probabil credeți că acesta este un subiect de meditații profunde și totuși veți vedea că nu constă decît într-o observație simplă.

Închipuiți-vă două mărimi A, B de același fel; mărimea A va avea către B un anumit raport; presupuneți apoi că între ele se găsește o altă mărime C, iarăși de același fel; se zice că raportul mărimii A către B este compus din două rapoarte intermediare, adică din al lui A către C și al lui C către B. Acesta este sensul în care Euclid se servește de definiția amintită.



Simpl. Este adevărat că Euclid înțelege în acest fel raportul compus, dar eu nu pricep în ce fel mărimea A are către B un raport compus din două rapoarte, adică al lui A către C și al lui C către B.

Salv. Spuneți-mi acum, d-le Simplicio, înțelegeți dvs. că A are către B un raport oarecare, oricare ar fi acesta?

Simpl. Da d-le., dacă ele sînt de același gen.

Salv. Și că acest raport este constant și nu poate fi niciodată altul sau diferit de cel existent?

Simpl. Înțeleg și aceasta.

Salv. Eu mai adaug că exact în același fel are A către C un raport constant, ca și C către B. Apoi raportul care este între cele două extreme A și B, se zice că este compus din cele două rapoarte ce sînt între aceste extreme, adică din al lui A către C și al lui C către B.

Mai adaug că, dacă vă închipuiți că între cele două mărimi A și B nu se intrepune o singură mărime, ci mai multe, după cum vedeți în semnele A, C, D, B, veți înțelege de asemenea, că raportul lui A către B este compus din toate rapoartele intermediare între acestea, adică $A, C, B, D,$ *din rapoartele lui A către C, a lui C către D și a lui D către B; astfel, dacă avem mai multe mărimi, întotdeauna întîia are către ultima un raport compus din toate rapoartele ce se găsesc între ele.*

Cu această ocazie avertizez, că dacă rapoartele componente sînt egale între ele sau mai bine zis sînt identice, atunci întîia va avea către ultima, după cum am spus mai sus, un raport compus din toate rapoartele intermediare; dar fiindcă toate aceste rapoarte intermediare sînt egale, același lucru îl putem exprima zicînd, că raportul celui dintîi către cea din urmă este de atîtea ori multiplul raportului pe care îl are întîia către a doua, cîte rapoarte se găsesc între întîia și ultima. Astfel, de exemplu, dacă avem trei termeni și raportul celui dintîi către al doilea este același cu al celui de-al doilea către al treilea, atunci raportul celui dintîi către al treilea este compus din rapoartele celui dintîi către al doilea și al celui de-al doilea către al treilea; dar fiindcă cele două rapoarte se presupun egale, adică identice, se poate spune că raportul celui dintîi către al treilea este dublul raportului celui dintîi către al doilea. Astfel, dacă mărimile sînt în număr de patru, se poate spune că raportul celei dintîi către a patra este compus din cele

trei rapoarte intermediare și de asemenea că este triplul raportului celei dintîi către a doua, raportul celei dintîi către a patra fiind compus din raportul celei dintîi către a doua luat de trei ori etc.

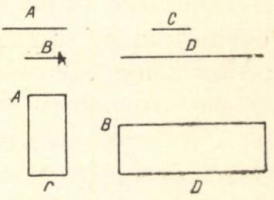
Dar în definitiv aici nu au nici o valoare meditațiile sau demonstrațiile, fiindcă este o simplă impunere de nume. Dacă nu vă place cuvîntul de compus, să-l numim necompus sau încleiat sau amestecat; sau cum vă place; să cădem însă de acord, că dacă avem trei mărimi de același fel și voi numi raportul compus necompus sau încleiat sau amestecat, voi înțelege raportul pe care-l au extremele mărimilor și nu altul.

Sagr. Toate acestea le înțeleg foarte bine, ba chiar am observat de mai multe ori artificiul lui Euclid în propoziția în care el demonstrează că paralelogramele echiunghe au raportul compus din rapoartele laturilor. În acest caz cele două rapoarte sînt compuse din patru termeni care sînt cele patru laturi ale paralelogramelor: de aceea pretinde ca cele două rapoarte să se exprime numai în trei termeni, astfel că unul din rapoarte să fie format din termenul întîi și al doilea, celălalt din al doilea și al treilea; în demonstrație apoi nu face altceva decît să arate că un paralelogram se raportă către celălalt ca și termenul întîi către al treilea, adică are raportul compus din două rapoarte, unul este al termenului întîi către al doilea și celălalt este al celui de-al doilea către al treilea, care sînt cele două rapoarte pe care le-a despărțit mai înainte în cele patru laturi ale paralelogramului.

Salv. Dumneavoastră le explicați foarte bine. Acum după ce am înțeles și stabilit în acest fel definiția proporției compuse (care nu constă în altceva decît că ne punem de acord ce să înțelegem prin acest nume), se poate demonstra propoziția a douăzeci și treia a Cărții a șasea a lui Euclid după cum o demonstrează el însuși, fiindcă aici el nu consideră definiția în felul

în care e publicată, ci în felul menționat mai sus de noi. După propoziția menționată 23 eu aș adăuga, ca un corolar al ei, definiția obișnuită a cincea din Cartea a șasea a propoziției compuse, transformată însă în teoremă.

Să luăm două rapoarte, unul format din termenii A, B, celălalt din termenii C, D. Definiția obișnuită zice, că raportul compus al acestor două rapoarte se obține dacă vom înmulți între ele cantitățile acestor rapoarte. Eu sînt de acord cu dl Simplicio în a crede că aceasta este o propoziție greu de înțeles și care trebuie demonstrată; de aceea cu puțină oboseală o vom demonstra astfel:



Dacă cei patru termeni a două rapoarte nu sînt linii, ci alte mărimi, să ne închipuim că ele sînt reprezentate prin linii drepte. Să formăm apoi din cele două antecedente A, C un dreptunghi, iar din cele două consecvente B, D un alt dreptunghi: este evident, potrivit propoziției 23 a Cărții a șasea a lui Euclid; că dreptunghiul format de A, C are către dreptunghiul format de B, D un raport compus din cele două rapoarte a lui A către B și a lui C către D, care sînt cele două rapoarte pe care de la început le-am admis cu scopul de a găsi care este raportul ce rezultă din compunerea lor. Fiind deci raportul compus din raportul lui A către B și a lui C către D egal cu al dreptunghiului AC către dreptunghiul BD potrivit propoziției 23 menționate a Cărții a șasea, îl întreb pe dl Simplicio cum am făcut să găsim cei doi termeni, din care constă proporția pe care am căutat-o?

Simpl. Eu nu cred să fi făcut altceva, decît să formăm două dreptunghiuri din cele patru linii luate de la început; adică unul format din antecedentele A, C iar celălalt din consecventele B, D.

Salv. Dar formarea dreptunghiurilor din linii în geometrie corespunde exact înmulțirii numerelor în aritmetică, după cum știe orice începător în matematici; iar lucrurile pe care le-am înmulțit au fost liniile A, C și liniile B, D, adică termenii omologi ai celor două rapoarte. Iată așadar, în ce fel, înmulțind între ele cantitățile sau valorile rapoartelor simple date, se obține cantitatea sau valoarea raportului care apoi se numește compus din acelea.

CUPRINSUL

Studiu introductiv 5

Notă asupra ediției 88

Dedicația lui Galileo Galilei către contele François de Noailles 90

Prefața editurii Elzevier la prima ediție din Leida 92

Ziua întîi 95

Ziua a doua 208

Ziua a treia 250

Ziua a patra 338

Despre forța de percuție (Ziua a șasea) 413

Asupra definițiilor proporțiilor lui Euclid (Ziua a cincea) . . . 441

Redactor responsabil: PĂCURARIU JANA
Tehnoredactor: POPESCU IOANA

Dat la cules 26.01.1961. Bun de tipar 25.07.1961. Apărut 1961. Tiraj 1750 ex. legate. Hîrtie velină de 100 g/m² 61×86/16. Coli editoriale 23,88. Coli de tipar 28,75+2 planșe tipo. A. 07063. C. Z. pentru bibliotecile mari și mici 51.53(081).

Întreprinderea poligrafică nr. 2, str. Brezoianu nr. 23–25, București, R.P.R. comanda nr. 458

25